Jan Łukasiewicz

La silogística de Aristóteles

desde el punto de vista de la lógica formal moderna

ESTRUCTURA Y FUNCION

EDITORIAL TECNOS-MADRID

ESTRUCTURA Y FUNCION

El porvenir actual de la Ciencia

Colección dirigida por ENRIQUE TIERNO GALVAN

1. Quentin Gibson: *La lógica de la investigación social.*
2. M. F. Ashley Montagu: *La dirección del desarrollo humano* (2.ª ed.).
3. Gustav Bergmann: *Filosofía de la ciencia.*
4. Christian Bay: *La estructura de la libertad.*
5. Ernest Nagel: *La lógica sin metafísica.*
6. David Hilbert y Wilhelm Ackermann: *Elementos de lógica teórica* (2.ª edic.).
7. Vernon Van Dyke: *Ciencia política: un análisis filosófico.*
8. Karl R. Popper: *La lógica de la investigación científica* (2.ª ed.).
9. R. M. Martin: *Verdad y denotación.*
10. Ernest Gellner: *Palabras y cosas.*
11. C. O. Broad: *El pensamiento científico.*
12. John Hospers: *La conducta humana.*
13. Arthur Pap: *Teoría analítica del conocimiento.*
14. T. C. Schelling: *La estrategia del conflicto.*
15. Richard B. Braithwaite: *La explicación científica.*
16. Milic Capek: *El impacto filosófico de la física contemporánea.*
17. Ros Ashby: *Proyecto para un cerebro.*
18. Hans Reichenbach: *Moderna filosofía de la ciencia.*
19. George Polya: *Matemáticas y razonamiento plausible.*
20. George L. S. Shackle: *Decisión, orden y tiempo.*
21. D. M. Armstrong: *La percepción y el mundo físico.*
22. Ernest Nagel: *Razón soberana.*
23. Max Black: *Modelos y metáforas.*
24. Haskell B. Curry y Robert Feys: *Lógica combinatoria.*
25. Ludwig Wittgenstein: *Los cuadernos azul y marrón.*
26. Abraham Edel: *El método en la teoría ética.*
27. Alfred Landé: *Nuevos fundamentos de la mecánica cuántica.*
28. Jean Ladrière: *Limitaciones internas de los formalismos.*
29. N. Wiener y J. P. Schadé: *Sobre modelos de los nervios, el cerebro y la memoria.*
30. G. H. von Wright: *Norma y acción.* Una investigación lógica.
31. E. Nagel y J. P. Newman: *El teorema de Gödel.*
32. Henry Margenau: *La naturaleza de la realidad física.* Una filosofía de la Física moderna.
33. V. C. Chappell: *El lenguaje común.* Ensayos de filosofía analítica.
34. Alf Ross: *Lógica de las normas.*
35. W. Sellars: *Ciencia, percepción y realidad.*
36. Christian Thiel: *Sentido y referencia en la lógica de Gottlob Frege.*
37. Claude Flament: *Teoría de grafos y estructuras de grupo.*
38. W. y M. Kneale: *El desarrollo de la lógica.*
39. G. E. Hughes y M. J. Cresswell: *Introducción a la lógica modal.*
40. Karl R. Popper: *Conocimiento objetivo.*
41. Gottlob Frege: *Escritos lógico-semánticos.*
42. Stephen C. Kleene: *Introducción a la Metamatemática.*
43. G. Kalinowski: *Lógica del discurso normativo.*
44. J. J. C. Smart: *Entre Ciencia y Filosofía.* Una introducción a la Filosofía de la Ciencia.
45. C. Truesdell: *Ensayos de Historia de la Mecánica.*
46. A. Heyting: *Introducción al intuicionismo.*
47. J. Lukasiewicz: *La Silogística de Aristóteles desde el punto de vista de la Lógica Formal Moderna.*
48. K. Henrik Borch: *La economía de la incertidumbre.*

LA SILOGISTICA DE ARISTOTELES

DESDE EL PUNTO DE VISTA
DE LA LOGICA FORMAL MODERNA

ESTRUCTURA Y FUNCION
EL PORVENIR ACTUAL DE LA CIENCIA

Jan Łukasiewicz

LA SILOGISTICA DE ARISTOTELES

DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA LOGICA FORMAL MODERNA

EDITORIAL TECNOS

MADRID

Los derechos para la versión castellana de la obra
Aristotle's Syllogistic (1.ª ed. 1957)
son propiedad de Editorial Tecnos, S. A.
por acuerdo con The Clarendon Press, Oxford.

Traducción de la 2.ª edición
por
JOSEFINA FERNANDEZ ROBLES

Revisión de la traducción
por
MANUEL GARRIDO

© EDITORIAL TECNOS, S. A., 1977
O'Donnell, 27 - Madrid-9
I.S.B.N.: 84-309-0725-4
Depósito Legal: M. 30.079-1977

Printed in Spain - Impreso en España por Gráficas LORMO — Isabel Méndez, 15 — Madrid-18

INDICE GENERAL

PREFACIO A LA SEGUNDA EDICION . . . . . *Pág.* 9

PREFACIO A LA PRIMERA EDICION 10

TEXTOS CLASICOS Y COMENTARIOS 12

CAP. I. ELEMENTOS DEL SISTEMA 13
§ 1. La verdadera forma del silogismo aristotélico 13
§ 2. Premisas y términos 15
§ 3. Por qué los términos singulares fueron omitidos por Aristóteles 16
§ 4. Variables 18
§ 5. Necesidad silogística 20
§ 6. ¿Qué es la lógica formal? 21
§ 7. ¿Qué es el formalismo? 24

CAP. II. TESIS DEL SISTEMA 27
§ 8. Tesis y reglas de inferencia 27
§ 9. Las figuras silogísticas 29
§ 10. Los términos mayor, medio y menor 33
§ 11. La historia de un error 35
§ 12. El orden de las premisas 36
§ 13. Errores de algunos comentaristas modernos 38
§ 14. Las cuatro figuras galénicas 40

CAP. III. EL SISTEMA 45
§ 15. Silogismos perfectos e imperfectos 45
§ 16. La lógica de términos y la lógica de proposiciones 48
§ 17. Las pruebas de conversión 51
§ 18. Las pruebas por *reductio ad impossibile* 53
§ 19. Las pruebas por ecthesis 57
§ 20. Las formas recusadas 62
§ 21. Algunos problemas no resueltos 66

CAP. IV. EL SISTEMA DE ARISTOTELES EN FORMA SIMBOLICA 70
§ 22. Explicación del simbolismo 70
§ 23. Teoría de la deducción 72
§ 24. Cuantificadores 75
§ 25. Fundamentos de la silogística 78
§ 26. Deducción de tesis silogísticas 80
§ 27. Axiomas y reglas para expresiones recusadas 83
§ 28. Insuficiencia de nuestros axiomas y reglas 86

CAP. V. EL PROBLEMA DE DECISION 88
§ 29. El número de expresiones indecidibles 88
§ 30. Regla de recusación de Słupecki 90
§ 31. Equivalencia deductiva 93
§ 32. Reducción a expresiones elementales 96
§ 33. Expresiones elementales de la silogística 103
§ 34. Una interpretación aritmética de la silogística 107
§ 35. Conclusión 110

CAP. VI. LOGICA MODAL ARISTOTELICA DE PROPOSICIONES 112
§36. Introducción 112
§37. Funciones modales y sus interrelaciones 112
§38. Lógica modal básica 114
§39. Leyes de extensionalidad 116
§40. Prueba de Aristóteles de la M-ley de extensionalidad 118
§41. Conexiones necesarias de proposiciones 119
§42. ¿Implicación "material" o "estricta"? 122
§43. Proposiciones analíticas 124
§44. Una paradoja aristotélica 126
§45. Contingencia en Aristóteles 128

CAP. VII. SISTEMA DE LOGICA MODAL 131
§46. El método de matrices 131
§47. El sistema $-C\text{-}N\text{-}\delta p$ 133
§48. δ-Definiciones 135
§49. El sistema tetravalente de lógica modal 137
§50. La necesidad y el sistema tetravalente de lógica modal 139
§51. Posibilidades gemelas 141
§52. La contingencia y el sistema tetravalente de lógica modal 143
§53. Algunos problemas ulteriores 146

CAP. VIII. SILOGISTICA MODAL DE ARISTOTELES 149
§54. Modos con dos premisas apodícticas 149
§55. Modos con una premisa apodíctica y otra asertórica 150
§56. Modos recusados con una premisa apodíctica y otra asertórica 153
§57. Solución de la controversia 154
§58. Modos con premisas posibles 156
§59. Leyes de conversión de proposiciones contingentes 159
§60. Rectificación de errores de Aristóteles 162
§61. Modos con premisas contingentes 164
§62. Implicaciones filosóficas de la lógica modal 167

INDICE DE MATERIAS 171

PREFACIO A LA SEGUNDA EDICION

La primera edición de este libro no contenía una exposición de la silogística modal de Aristóteles. No estaba en mi mano examinar las ideas de Aristóteles de necesidad y posibilidad desde el punto de vista de los sistemas conocidos de lógica modal porque ninguno de ellos era en mi opinión, correcto. Para poder dominar tan difícil materia, hube de construir por mí mismo un sistema de lógica modal. Los primeros esbozos de un tal sistema los he desarrollado, en conexión con ideas de Aristóteles, en mis conferencias pronunciadas en la Royal Irish Academy durante 1951 y en la Queen's University de Belfast en 1952. El sistema completo lo publiqué en *The Journal of Computing Systems*, 1953. Mi sistema de lógica modal es distinto de cualquier otro sistema de esa índole y, desde su perspectiva me fue posible explicar las dificultades y corregir los errores de la silogística modal aristotélica.

Mi libro sobre la *Silogística de Aristóteles* ha encontrado una favorable acogida, que yo sepa, en más de treinta artículos y recensiones publicados por todo el mundo en inglés, francés, alemán, hebreo, italiano y español. Desde entonces me afano en buscar una oportunidad para discutir algunos de los puntos críticos de mis recensores, pero en la presente edición ha sido posible tan sólo añadir los capítulos de lógica modal (pues el texto de la primera edición estaba ya impreso). Estoy muy agradecido a la Clarendon Press por haberme brindado la posibilidad de hacerlo así.

Dublín, 30 de junio de 1955 J. Ł.

NOTA DEL EDITOR

El profesor Jan Łukasiewicz murió en Dublín el 13 de febrero de 1956, sin haber podido revisar la impresión de su libro. Esta tarea la acabó su antiguo alumno Dr. Czeslaw Lejewski, que leyó las pruebas de los capítulos añadidos y completó el índice.

PREFACIO A LA PRIMERA EDICION

En junio de 1939 leí en la Academia Polaca de Ciencias en Cracovia un trabajo sobre la silogística de Aristóteles. Un sumario de este trabajo fue dado a la imprenta en el mismo año, pero no pudo ser publicado por causa de la guerra. Apareció después de terminada ésta, pero con la fecha '1939'. Durante el verano de 1939 preparé, en polaco, una monografía más detallada sobre la misma materia, y ya había recibido las pruebas de su primera parte, cuando, en septiembre, la imprenta fue completamente destruida por un bombardeo y todo se perdió. Al mismo tiempo mi biblioteca entera, junto con mis manuscritos, fue bombardeada y ardió. Resultó imposible continuar el trabajo durante la guerra.

Hasta diez años más tarde no encontré una nueva oportunidad de proseguir mis investigaciones acerca de la silogística de Aristóteles, esta vez en Dublín, donde desde 1946 he venido enseñando lógica matemática en la Royal Irish Academy. Por invitación del University College, de Dublín, pronuncié diez lecciones sobre la silogística de Aristóteles en 1949, y la presente obra es el resultado de esas conferencias.

Esta obra se limita a los silogismos no modales o "asertóricos", puesto que la teoría de ellos es la más importante de la lógica aristotélica. Una exposición sistemática de esta teoría está contenida en los capítulos 1, 2, y 4-7 del libro I de los *Primeros Analíticos*. Estos capítulos, tal como aparecen en la edición de Th. Waitz —que ahora tiene más de un siglo— son la fuente principal de mi exposición. Lamento no haber podido usar el texto nuevo de los *Primeros Analíticos* editado con introducción y comentario de Sir David Ross y publicado en 1949, dado que la parte histórica de mi trabajo estaba ya finalizada cuando apareció esta edición. Sólo pude corregir mis citas de Aristóteles por el texto de Sir David Ross. En la versión inglesa de los textos griegos de los *Analíticos* me ceñí todo lo que fue posible a la traducción de Oxford de las obras de Aristóteles. Además del texto de los *Primeros Analíticos* tuve en consideración a los comentaristas antiguos, especialmente Alejandro. Puedo mencionar aquí que debo a un comentarista antiguo anónimo la solución del problema histórico conectado con la supuesta invención de la cuarta figura silogística por Galeno.

La presente obra consta de una parte histórica, los capítulos I-III, y una parte sistemática, los capítulos IV y V. En la parte histórica he intentado exponer las doctrinas aristotélicas siguiendo los textos tan estrictamente como me ha sido posible, pero en todo momento me he afanado por explicarlos desde el punto de vista de la moderna lógica formal. En mi opinión no existe hoy una exposición fidedigna de la silogística aristotélica. Hasta ahora todas las exposiciones han sido escritas no por lógicos sino por filósofos o filólogos que o bien, como Prantl, no podían conocer la lógica formal moderna, o bien, como Maier, no la conocen. Todas estas exposiciones son, en mi opinión, erróneas. No pude encontrar, por ejemplo, un solo autor que se diera cuenta de que hay una diferencia fundamental entre el silogismo aristotélico y el tradicional. Paréceme, por consiguiente, que mi exposición es completamente nueva. En la parte sistemática he intentado explicar algunas teorías de la lógica formal moderna que son necesarias para una comprensión de la silogística de Aristóteles, y he intentado completar esta silogística según las líneas

trazadas por el propio Aristóteles. He procurado ser todo lo claro que fuese posible, a fin de que mi exposición pudiera ser comprendida por especialistas no entrenados en el pensamiento simbólico o matemático. Espero, por tanto, que esta parte de mi obra pueda ser usada como una introducción a la moderna lógica formal. Considero que los nuevos resultados de mayor importancia en esta parte son la prueba de decisión, dada por mi alumno J. Slupecki, y la idea de recusación, introducida por Aristóteles y aplicada por mí mismo en la teoría de la deducción.

Estoy sinceramente agradecido a la Royal Irish Academy, que, al proporcionarme un puesto en Dublín, me ha permitido escribir este libro, y al University College de Dublín por su gentil invitación a que pronunciase las conferencias sobre la lógica de Aristóteles, al Padre A. Gwynn, S. J., y a Monseñor J. Shine, que fueron muy amables al proporcionarme los libros necesarios. Quedo deudor de Sir David Ross, que leyó mi manuscrito e hizo algunas sugerencias que recogí con gusto. Doy especialmente las gracias al difunto Padre A. Little, S. J., que, aunque ya gravemente enfermo, quiso corregir el inglés del capítulo primero, a Victor Meally, de Dublín, y en particular a David Rees, de Bangor, que leyó y corrigió el inglés de toda la obra. Asimismo estoy profundamente agradecido al personal de Clarendon Press por su celo y cortesía en la preparación de mi manuscrito para imprenta. La lección sobre Galeno está dedicada a mi amigo el profesor Heinrich Scholz de Münster, Westfalia, por la valiosa ayuda que nos prestó a mí y a mi esposa durante la guerra, especialmente durante nuestra estancia en Münster en 1944. La obra entera se la dedico a mi querida esposa, Regina Lukasiewicz, de soltera Barwinska, que se ha sacrificado para que yo pudiera vivir y trabajar. Sin su incesante solicitud durante la guerra, y sin su continuo aliento y ayuda en la soledad de nuestro exilio después de aquélla, jamás habría podido llevar este libro a su fin.

Dublín, 7 de mayo de 1950 J.L.

TEXTOS CLASICOS Y COMENTARIOS

Aristóteles Graece, ex recensione Immanuelis Bekkeri, vol. i, Berolini, 1831.
Aristotelis Organon Graece, ed. Th. Waitz, vol. i, Lipsiae, 1844; vol. ii, Lipsiae, 1846.
Aristotle's Prior and Posterior Analytics. Texto revisado con Introducción y Comentario por W. D. Ross, Oxford, 1949.
Alexandri in Aristotelis Analyticorum Librum I Commentarium, ed. M. Wallies, Berolini, 1883.
Ammonii in Aristotelis Analyticorum Priorum Librum I Commentarium, ed. M. Wallies, Berolini, 1899.
Ioannis Philoponi in Aristotelis Analytica Priora Commentaria, ed. M. Wallies, Berolini, 1905.

Los textos de Aristóteles son citados de acuerdo con la edición de Bekker. Ejemplo: *An. pr.* i. 4, $25^{b}37$ significa: *Analytica priora,* Libro I, capítulo 4, pág. 25, columna b, línea 37. Los textos de los comentaristas se citan de acuerdo con las antedichas ediciones de la Academia de Berlín. Ejemplo: *Alexander* 100. 11 significa: página 100, línea 11.

CAPITULO I

ELEMENTOS DEL SISTEMA

§1. La verdadera forma del silogismo aristotélico

En tres trabajos filosóficos publicados recientemente se da como ejemplo de silogismo aristotélico el siguiente:[1]

(1) Todos los hombres son mortales
Sócrates es hombre,
por consiguiente
Sócrates es mortal.

Este ejemplo parece ser muy antiguo. Con una leve modificación – 'animal' en lugar de 'mortal' – es citado ya por Sexto Empírico como un silogismo 'peripatético'[2]. Pero un silogismo peripatético no necesita ser aristotélico. De hecho, el ejemplo dado más arriba difiere en dos puntos lógicamente importantes del silogismo aristotélico.

En primer lugar, la premisa 'Sócrates es un hombre' es una proposición singular, por cuanto que su sujeto, 'Sócrates', es un término singular. Ahora bien, Aristóteles no introduce términos ni premisas singulares en su sistema. El siguiente silogismo sería, por tanto, más aristotélico.

(2) Todos los hombres son mortales,
Todos los griegos son hombres,
por consiguiente
Todos los griegos son mortales[3].

Este silogismo, sin embargo, no es aún aristotélico. Es una inferencia en la que de dos premisas aceptadas como verdaderas, 'Todos los hombres son mortales' y 'Todos los griegos son hombres', se extrae la conclusión 'Todos los griegos son mortales'. El signo característico de una inferencia es la palabra 'por consiguiente' (ἄρα). Ahora bien, y ésta es la segunda diferencia, ningún silogismo es formulado por Aristóteles primariamente como una inferencia, sino que todos son implicaciones que tienen la conjunción de las premisas como el antecedente y la conclusión

---

[1] Véase Ernst Kapp, *Greek Foundations of Tradiotional Logic*, New York (1942), página 11; Frederick Copleston, S. J., *A History of Philosophy*, vol. i: *Greece and Rome* (1946), página 277; Bertrand Russell, *History of Western Philosophy*, London (1946), pág. 218.

[2] Sexto Empírico, *Hyp. Pyrrh.* ii. 164 Σωκράτης ἄνθρωπος, πᾶς ἄνθρωπος ζῷον, Σωκράτης ἄρα ζῷον. Unas pocas líneas antes Sexto dice que va a hablar acerca de los silogismos categóricos, περὶ τῶν κατηγορικῶν καλουμένων συλλογισμῶν, usados principalmente por los Peripatéticos, οἷς χρῶνται μάλιστα οἱ ἀπὸ τοῦ Περιπάτου. Véase asimismo ibid. ii. 196, donde se citan algunos silogismos con las premisas traspuestas.

[3] B. Russell, op. cit., pág. 219 da la forma (2) inmediatamente después de la (1), añadiendo entre paréntesis la observación: 'Aristóteles no distinguió entre esas dos formas; esto, como se comprobará más adelante, es un error'. Russell está en lo cierto cuando dice que estas dos formas deben ser diferenciadas, pero su crítica no puede ser aplicada a Aristóteles.

como el consecuente. Un ejemplo correcto de un silogismo aristotélico sería, por consiguiente, la siguiente implicación.

(3) Si todos los hombres son mortales
y todos los griegos son hombres,
entonces, todos los griegos son mortales.

Esta implicación es, empero, un ejemplo moderno de un silogismo aristotélico y no existe en las obras de Aristóteles. Sería mejor, sin duda, poner como ejemplo un silogismo dado por el propio Aristóteles. Desgraciadamente no se encuentra en los *Primeros Analíticos* ningún silogismo con términos concretos. Pero hay algunos pasajes en los *Segundos Analíticos* de los que cabe extraer unos cuantos ejemplos de tales silogismos. El más simple de ellos es éste:

(4) Si todas las plantas de hoja ancha son caducas
y todas las parras son plantas de hoja ancha,
entonces todas las parras son caducas[4].

Todos estos silogismos, tanto si son de Aristóteles como si no, son sólo ejemplos de algunas formas lógicas, pero no pertenecen a la lógica, pues contienen términos no pertenecientes a la lógica, tales como 'hombre' o 'parra'. La lógica no es una ciencia acerca de hombres o plantas, es simplemente aplicable a estos objetos justo como a cualesquiera otros. Con el fin de obtener un silogismo dentro de la esfera de la pura lógica, debemos eliminar del silogismo lo que puede ser denominado su materia, preservando sólo su forma. Ello fue realizado por Aristóteles, que introdujo letras en lugar de sujetos y predicados concretos. Poniendo en (4) la letra *A* por 'caduca', la letra *B* por 'planta de hoja ancha', la letra *C* por 'parra' y usando, como hace Aristóteles, todos estos términos en singular, obtenemos la forma silogística siguiente:

(5) Si todo *B* es *A*
y todo *C* es *B*,
entonces todo *C* es *A*.

Este silogismo es uno de los teoremas lógicos inventados por Aristóteles, pero también difiere en estilo del genuino silogismo aristotélico. Al formular los silogismos con la ayuda de letras, Aristóteles pone siempre el predicado en el primer lugar y el sujeto en el segundo. Nunca dice 'Todo *B* es *A*', sino que usa en lugar de ésta la expresión '*A* es predicado de todo *B*' o más frecuentemente '*A* pertenece a todo *B*'[5]. Apliquemos la primera de estas expresiones a la forma (5); obtenemos una traducción exacta del más importante silogismo aristotélico, al que más tarde se llamó 'Barbara':

(6) Si *A* es predicado de todo *B*
y *B* es predicado de todo *C*,
entonces *A* es predicado de todo *C*.[6]

Partiendo del ejemplo inauténtico (1) hemos llegado así por una transición efectuada paso a paso al genuino silogismo aristotélico (6). Expliquemos ahora estos pasos y establezcamos su base textual.

---

[4] *An. post.* ii. 16, 98^{b}5-10 ἔστω γὰρ τὸ φυλλορροεῖν ἐφ' οὗ *A*, τὸ δὲ πλατύφυλλον ἐφ' οὗ *B*, ἄμπελος δὲ ἐφ' οὗ Γ. εἰ δὴ τῷ *B* ὑπάρχει τὸ *A* (πᾶν γὰρ πλατύφυλλον φυλλορροεῖ), τῷ δὲ Γ ὑπάρχει τὸ *B* (πᾶσα γὰρ ἄμπελος πλατύφυλλος), τῷ Γ ὑπάρχει τὸ *A*, καὶ πᾶσα ἄμπελος φυλλορροεῖ. De este pasaje escrito algo negligentemente –después de τῷ *B*, τῷ δὲ Γ, y τῷ Γ, debe insertarse παντί –obtenemos el siguiente silogismo con términos concretos: εἰ πᾶν πλατύφυλλον φυλλορροεῖ καὶ πᾶσα ἄμπελος πλατύφυλλος, πᾶσα ἄμπελος φυλλορροεῖ.

[5] τὸ *A* κατηγορεῖται κατὰ παντὸς τοῦ *B* ο τὸ *A* ὑπάρχει παντὶ τῷ *B*. Véase también página 23, nota 41.

[6] *An. pr.* i. 4, 25^{b}37 εἰ γὰρ τὸ *A* κατὰ παντὸς τοῦ *B* καὶ τὸ *B* κατὰ παντὸς τοῦ Γ, ἀνάγκη τὸ *A* κατὰ παντὸς τοῦ Γ κατηγορεῖσθαι. La palabra ἀνάγκη omitida en la traducción será explicada más adelante.

§2. Premisas y términos

Todo silogismo aristotélico consta de tres proposiciones llamadas premisas. Una premisa (*πρότασις*) es una sentencia que afirma o deniega algo de algo[7]. En este sentido la conclusión es asimismo una *πρότασις*, puesto que establece algo acerca de algo[8]. Los dos elementos involucrados en una premisa son su sujeto y su predicado. Aristóteles les llama términos, definiendo un término (*ὅρος*) como aquello en que se resuelve la premisa[9]. El significado original del *ὅρος* griego, así como del latino *terminus,* es 'límite' o 'confín'. Los términos de una premisa, su sujeto y su predicado, son los límites de la premisa, su comienzo y su fin. Este es el verdadero significado de la palabra *ὅρος*, por lo que deberemos guardarnos de identificar dicho vocablo lógico con vocablos psicológicos o metafísicos tales como 'idea', 'noción', 'concepto' o *Begriff,* en alemán[10].

Toda premisa es o universal, o particular o indefinida. 'Todo' y 'ningún' añadidos al sujeto son los signos de universalidad, 'algún' y 'algún no' o 'no todo', son los signos de particularidad. Una premisa sin un signo de cantidad, esto es, de universalidad o particularidad, se denomina indefinida, p. ej. 'El placer no es bueno'[11].

Nada se dice en los *Primeros Analíticos* acerca de los términos. Una definición de términos universales y singulares se da sólo en *De Interpretatione,* donde un término es llamado universal si es de naturaleza tal que es predicado de muchos sujetos, p. ej. 'hombre'; un término que no tiene esta propiedad se denomina singular, p. ej. 'Callias'[12]. Aristóteles olvida que un término no-universal no es necesariamente singular. Puede ser vacío, como el término 'hircocervo', citado por él pocos capítulos antes[13].

Al construir su lógica Aristóteles no tiene en cuenta ni a los términos singulares ni a los términos vacíos. En los primeros capítulos de los *Primeros Analíticos,* que contienen una exposición sistemática de su silogística, sólo son mencionados términos universales. Alejandro advierte justamente que toda definición de premisa dada por Aristóteles tiene aplicación a términos universales tan sólo y no es susceptible de convenir a términos individuales o singulares[14]. Es evidente que los tér-

---

[7] Ibid. I, 24[a]16 *πρότασις μὲν οὖν ἐστὶ λόγος καταφατικὸς ἢ ἀποφατικὸς τινὸς κατά τινος.*

[8] Ibid. ii. I, 53[a]8 *τὸ δὲ συμπέρασμα τὶ κατά τινός ἐστιν.*

[9] Ibid. i. I, 24[b]16 *ὅρον δὲ καλῶ εἰς ὃν διαλύεται ἡ πρότασις, οἷον τό τε κατηγορούμενον καὶ τὸ καθ' οὗ κατηγορεῖται.*

[10] Aristóteles usa también la palabra *ὅρος* en el sentido de *ὁρισμός*, es decir, 'definición'. Estoy gustosamente de acuerdo con E. Kapp, quien dice (op. cit., pág. 29) que estos dos diferentes significados de la palabra *ὅρος* son enteramente independientes entre sí y jamás fueron mezclados por el propio Aristóteles. Pero infortunadamente un especialista de la talla de Carl Prantl... basó en esta homonimia su imagen de la lógica de Aristóteles... identificando el *horos* "término" silogístico vacío con el correcto de *horos* en el sentido de definición ("Begriff" en el alemán de Prantl). El resultado fue una desastrosa confusión.

[11] *An. pr.* i. I, 24[a]17 (continuación del texto citado en la anterior nota 7). *οὗτος δὲ ἢ καθόλου ἢ ἐν μέρει ἢ ἀδιόριστος. λέγω δὲ καθόλου μὲν τὸ παντὶ ἢ μηδενὶ ὑπάρχειν, ἐν μέρει δὲ τὸ τινὶ ἢ μὴ τινὶ ἢ μὴ παντὶ ὑπάρχειν, ἀδιόριστον δὲ τὸ ὑπάρχειν ἢ μὴ ὑπάρχειν ἄνευ τοῦ καθόλου ἢ κατὰ μέρος, οἷον τὸ τῶν ἐναντίων εἶναι τὴν αὐτὴν ἐπιστήμην ἢ τὸ τὴν ἡδονὴν μὴ εἶναι ἀγαθόν.*

[12] *De int.* 7, 17[a]39 *λέγω δὲ καθόλου μὲν ὃ ἐπὶ πλειόνων πέφυκε κατηγορεῖσθαι, καθ' ἕκαστον δὲ ὃ μή, οἷον ἄνθρωπος μὲν τῶν καθόλου, Καλλίας δὲ τῶν καθ' ἕκαστον.*

[13] Ibid. I, 16[a]16 *τραγέλαφος.*

[14] Alejandro 100. II *κατὰ γὰρ αἰσθητοῦ καὶ ἑνὸς κατ' ἀριθμὸν οὐκέθ' ἁρμόζει τὸ κατὰ παντὸς οὐδὲ ὁ διορισμὸς ὅλως· ὁ γὰρ διορισμὸς τῶν προτάσεων ἐπὶ τῶν καθόλου χώραν ἔχει· τὰ δὲ ἄτομα οὐ καθόλου.* Cfr. ibid. 65.26.

minos de premisas universales y particulares deben ser universales. Ciertamente Aristóteles no aceptaría como significativas expresiones tales como 'Todos los Callias son hombres' o 'Algún Callias es hombre', si existiera sólo un Callias. Lo mismo hay que decir de los términos de premisas indefinidas: también son universales. Esto se sigue tanto del nombre que Aristóteles ha elegido para ellas como de los ejemplos por él aducidos. Un hombre que duda si es correcto decir 'Ningún placer es bueno' o sólo 'Algún placer no es bueno' puede decir, sin definir la cantidad del sujeto: 'El placer no es bueno'. Pero en esta última sentencia 'placer' sigue siendo un término universal como lo era en las dos sentencias anteriores. A todo lo largo de la exposición sistemática de su silogística. Aristóteles trata en la práctica las premisas indefinidas como particulares sin establecer explícitamente su equivalencia[15]. Ello fue llevado a cabo solamente por Alejandro[16].

Las premisas indefinidas no tienen ninguna importancia en el sistema aristotélico de lógica. Ninguna tesis lógica tal como una ley de conversión o un silogismo, es formulado por Aristóteles con ese género de premisas. No sin razón fueron suprimidas por los lógicos posteriores, que retuvieron sólo cuatro clases de premisas, bien conocidas por todo estudiante de lógica tradicional, a saber, la universal afirmativa, la universal negativa, la particular afirmativa y la particular negativa. En esta cuádruple división no hay cabida para premisas singulares[17].

§3. Por qué los términos singulares fueron omitidos por Aristóteles

Hay un interesante capítulo en los *Primeros Analíticos* donde Aristóteles divide todas las cosas en tres clases. Algunas, dice, son tales que no pueden ser predicadas con verdad de ninguna cosa en absoluto, tal como Cleon y Callias y lo individual y sensible, pero otras cosas pueden ser predicadas de ellas, p. ej., hombre o animal. Algunas otras cosas, y éstas constituyen la segunda clase, son predicadas de otras, pero nada anterior es predicado de ellas. Con respecto a esta clase de cosas no se da ejemplo alguno, pero es claro que Aristóteles se refiere a lo que es más universal, como el ser, *τὸ ὄν*. A la tercera clase pertenecen aquellas cosas que pueden ser predicadas de otras y otras de ellas, p. ej. hombre de Callias y animal de hombre, y por lo general, concluye Aristóteles, las argumentaciones y las preguntas versan sobre esta clase de cosas[18].

Hay algunas inexactitudes en este pasaje que deben ser primeramente corregidas. No es correcto decir que una cosa puede ser predicada de otra cosa. Las cosas no pueden ser predicadas, porque un predicado es una parte de una proposición y

---

[15] Véase por ejemplo *An. pr.* i. 4, 26[a]29 *ὁ γὰρ αὐτὸς ἔσται συλλογισμὸς ἀδιορίστου τε καὶ ἐν μέρει ληφθέντος*, o 7, 29[a]27 *δῆλον δὲ καὶ ὅτι τὸ ἀδιόριστον ἀντὶ τοῦ κατηγορικοῦ τοῦ ἐν μέρει τιθεμένου τὸν αὐτὸν ποιήσει συλλογισμὸν ἐν ἅπασι τοῖς σχήμασιν.*

[16] Alejandro 30.29 *περὶ δὲ τῶν ἀδιορίστων* (scil. *τῆς τῶν ἀδιορίστων ἀντιστροφῆς*) *οὐ λέγει, ὅτι μηδὲ χρήσιμοι πρὸς συλλογισμούς εἰσιν ταῖς ἐπὶ μέρους δύνανται.*

[17] Los argumentos en favor de la tesis de que puede considerarse que las proposiciones singulares forman una subclase de las universales –véase, por ejemplo, J. N. Keynes, *Formal Logic*, Londres (1906), pág. 102– son, en mi opinión, enteramente erróneas.

[18] *An. pr.* i. 27, 43[a]25-43 *ἀπάντων δὴ τῶν ὄντων τὰ μέν ἐστι τοιαῦτα ὥστε κατὰ μηδενὸς ἄλλου κατηγορεῖσθαι ἀληθῶς καθόλου (οἷον Κλέων καὶ Καλλίας καὶ τὸ καθ' ἕκαστον καὶ αἰσθητόν), κατὰ δὲ τούτων ἄλλα (καὶ γὰρ ἄνθρωπος καὶ ζῷον ἑκάτερος τούτων ἐστί)· τὰ δ' αὐτὰ μὲν κατ' ἄλλων κατηγορεῖται, κατὰ δὲ τούτων ἄλλα πρότερον οὐ κατηγορεῖται· τὰ δὲ καὶ αὐτὰ ἄλλων καὶ αὐτῶν ἕτερα, οἷον ἄνθρωπος Καλλίου καὶ ἀνθρώπου ζῷον. . . . καὶ σχεδὸν οἱ λόγοι καὶ αἱ σκέψεις εἰσὶ μάλιστα περὶ τούτων.*

una proposición es una serie de expresiones habladas o escritas que tienen un cierto significado. El término 'Callias' puede ser predicado de otro término, pero jamás la cosa Callias. La clasificación dada no es una clasificación de cosas, sino una división de términos.

Tampoco es correcto decir que los términos individuales o singulares, como 'Callias', no pueden ser predicados con verdad de ningún otro. Aristóteles mismo da ejemplos de proposiciones verdaderas con un predicado singular, como 'Ese objeto blanco es Sócrates' o 'Ese que se acerca es Callias'[19], diciendo que tales proposiciones son 'incidentalmente' verdaderas. Hay otros ejemplos de esta clase que no son sólo incidentalmente verdaderos, como 'Sócrates es Sócrates' o 'Sofronisco fue el padre de Sócrates'.

Una tercera inexactitud concierne a la conclusión extraída por Aristóteles de esta clasificación de términos. No es cierto que nuestras argumentaciones y preguntas traten por regla general con términos tales que pueden ser predicados de otros y otros de ellos. Es evidente que los términos individuales son tan importantes como los universales no sólo en la vida cotidiana sino también en las investigaciones científicas. Este es el mayor defecto de la lógica aristotélica, que los términos y las proposiciones singulares no tengan cabida en ella. ¿Cuál fue la causa?

Existe la opinión entre los filósofos de que Aristóteles construyó su sistema de lógica bajo la influencia de la filosofía de Platón; pues fue Platón quien pensó que el objeto del conocimiento verdadero debe ser estable y capaz de una definición precisa, la cual es de lo universal y no de lo singular. No puedo estar de acuerdo con esta opinión. No hay ninguna confirmación de ella en el texto de los *Primeros Analíticos*. Esta obra, puramente lógica, está totalmente exenta de cualquier contaminación filosófica; y tal es el caso del pasaje citado anteriormente. El argumento de que nuestras preguntas versan, por lo general, sobre términos universales, es un argumento práctico y aunque es muy débil y Aristóteles debió tener conciencia de esta debilidad, no es, sin embargo, corroborado por ningún argumento filosófico tomado de Platón.

Hay, no obstante, otro punto notable que puede arrojar alguna luz sobre nuestro problema. Aristóteles subraya que un término singular no es susceptible de ser el predicado de una proposición verdadera, como un término máximamente universal no es susceptible de ser sujeto de una proposición tal. La primera aserción, como ya hemos visto, no es generalmente verdadera, y la segunda también parece ser falsa. Pero no importa que estas aserciones sean verdaderas o falsas. Basta saber que Aristóteles las consideró como verdaderas y que eliminó de su sistema justamente aquellas clases de términos que en su opinión no eran susceptibles de ser tanto sujetos como predicados de proposiciones verdaderas. Y aquí estriba, en mi opinión, el punto clave de nuestro problema. Es esencial para la silogística aristotélica que el mismo término pueda ser usado como sujeto y como predicado sin ninguna restricción. En las tres figuras silogísticas conocidas por Aristóteles existe un término que aparece una vez como sujeto y otra vez como predicado: en la primera figura es el término medio, en la segunda figura el mayor, y en la tercera el menor. En la cuarta figura los tres términos ocurren al mismo tiempo como sujetos y como predicados. La silogística tal como la concibió Aristóteles requiere que los

---

[19] *An. pr.* i. 27, 43[a]33 *τῶν γὰρ αἰσθητῶν σχεδὸν ἕκαστόν ἐστι τοιοῦτον ὥστε μὴ κατηγορεῖσθαι κατὰ μηδενός, πλὴν ὡς κατὰ συμβεβηκός· φαμὲν γάρ ποτε τὸ λευκὸν ἐκεῖνο Σωκράτην εἶναι καὶ τὸ προσιὸν Καλλίαν.*

términos sean homogéneos con respecto a su posible posición como sujetos y predicados. Esta parece ser la verdadera razón por la que los términos singulares fueron omitidos por Aristóteles.

§4. Variables

En la exposición sistemática que hace Aristóteles de su silogística no se da ningún ejemplo de silogismo con términos concretos. Unicamente se ejemplifican mediante tales términos, que son, sin duda, universales, como 'animal', 'hombre', 'caballo', combinaciones no válidas de premisas. En los silogismos válidos todos los términos son representados por letras, es decir, por variables, p. ej., 'Si *R* pertenece a todo *S* y *P* pertenece a algún *S*, entonces *P* pertenece a algún *R*'[20].

La introducción de variables en lógica es una de las grandes invenciones de Aristóteles. Es casi increíble que hasta ahora, que yo sepa, ningún filósofo o filólogo haya prestado atención a este hecho de máxima importancia[21]. Me aventuro a decir que todos ellos deben haber sido malos matemáticos, pues todo matemático sabe que la introducción de variables en aritmética inició una nueva época en esta ciencia. Parece que Aristóteles consideró su invención como algo del todo obvio que no requería .ninguna explicación, pues no hay en ningún lugar de sus obras lógicas mención alguna de variables. Fue Alejandro quien primero dijo explícitamente que Aristóteles presentó su doctrina mediante letras, *στοιχεῖα*, con el fin de mostrar que no obtenemos la conclusión como consecuencia de la materia de las premisas sino como consecuencia de su forma y combinación; las letras son signos de universalidad y muestran que una conclusión tal se seguirá siempre y para cualquier término que podamos elegir[22]. Hay otro comentarista, Juan Filopón, que también es plenamente consciente del significado e importancia de las variables. Dice que Aristóteles, después de haber mostrado mediante ejemplos cómo toda premisa puede ser convertida, establece algunas reglas universales de conversión tomando letras en lugar de términos. Pues una sentencia universal es refutada por un solo ejemplo en el que sea falsa, mientras que resulta probada o bien recorriendo todos los casos particulares (lo cual es una operación inacabable e imposible) o bien mediante el establecimiento de una regla universal evidente. Tal regla es dada aquí por Aristóteles mediante letras, permitiéndose al lector sustituir (*ὑποβάλλειν*) las letras por cualesquiera términos concretos que desee[23].

---

[20] Ibid. i. 6, 28[b]7 *εἰ γὰρ τὸ μὲν P παντὶ τῷ Σ τὸ δὲ Π τινί, ἀνάγκη τὸ Π τινὶ τῷ P ὑπάρχειν*. Este es un modo de la tercera figura llamado más tarde Disamis, con las premisas traspuestas.

[21] Me complace saber que Sir David Ross en su edición de los *Analíticos*, pág. 29 subraya que merced al uso de variables Aristóteles llegó a ser el fundador de la lógica formal.

[22] Alejandro 53.28 *ἐπὶ στοιχείων τὴν διδασκαλίαν ποιεῖται ὑπὲρ τοῦ ἐνδείξασθαι ἡμῖν, ὅτι οὐ παρὰ τὴν ὕλην γίνεται τὰ συμπεράσματα ἀλλὰ παρὰ τὸ σχῆμα καὶ τὴν τοιαύτην τῶν προτάσεων συμπλοκήν καὶ τὸν τρόπον· οὐ γὰρ ὅτι ἥδε ἡ ὕλη, συνάγεται συλλογιστικῶς τόδε, ἀλλ' ὅτι ἡ συζυγία τοιαύτη, τὰ οὖν στοιχεῖα τοῦ καθόλου καὶ ἀεὶ καὶ ἐπὶ παντὸς τοῦ ληφθέντος τοιοῦτον ἔσεσθαι τὸ συμπέρασμα δεικτικά ἐστιν.*

[23] Filopono 46. 25 *δείξας ὅπως ἑκάστη τῶν προτάσεων ἀντιστρέφει διὰ παραδειγμάτων··· καθολικοὺς κανόνας παραδίδωσι τὰ στοιχεῖα παραλαμβάνων ἀντὶ τῶν ὅρων... τὸν μὲν γὰρ καθόλου λόγον ἐλέγχει μὲν καὶ ἓν παράδειγμα, ὡς ἤδη εἴρηται, κατασκευάζει δὲ ἢ ἡ διὰ πάντων τῶν κατὰ μέρος διέξοδος, ὅπερ ἐστὶν ἄπειρον καὶ ἀδύνατον, ἢ ἡ διὰ καθολικοῦ κανόνος πίστις· ὅπερ ποιεῖ νῦν διὰ τῶν στοιχείων διδοὺς ἑκάστῳ, ὥσπερ εἴρηται, ἐπ' ἐξουσίας χρῆσθαι καὶ ὑποβάλλειν ἀντὶ τῶν στοιχείων οἵας ἂν βούληται ὕλης ὅρους.*

Sabemos ya que sólo los términos universales pueden sustituir a las variables. En un ejemplo citado anteriormente[24], Aristóteles realiza una sustitución semejante, diciendo: 'Sea *A* caduco, *B*-planta de hoja ancha, *C*-parra'. Esta es la única clase de sustitución que encontramos en los *Primeros Analíticos.* Aristóteles nunca sustituye una variable *A* por otra variable *B,* aunque es perfectamente consciente que el mismo modo silogístico puede ser formulado con diferentes variables. El modo Disamis, por ejemplo, citado al comienzo de esta sección, es formulado con las letras *R, S, P;* en otra parte es formulado con *C, B, A*[25]. Es evidente que la validez de un silogismo no depende del diseño de las variables usadas en su formulación: Aristóteles lo sabe sin decirlo. Es de nuevo Alejandro quien establece explícitamente[26] este hecho.

No existe ningún pasaje en los *Primeros Analíticos* donde dos variables diferentes sean identificadas. Aun en el caso en que dos variables sean sustituidas por un mismo término, estas dos variables no son identificadas. En el Libro II de los *Primeros Analíticos* Aristóteles discute el problema de si un silogismo puede construirse a partir de premisas opuestas. Esto puede hacerse, afirma, en la segunda y tercera figura. Sustituyamos, continúa, *B* y *C,* ambas por 'ciencia' y *A* por 'medicina'. Si uno supone que 'Toda medicina es ciencia' y que 'Ninguna medicina es ciencia', supone que '*B* pertenece a todo *A*' y '*C* no pertenece a ningún *A*', de suerte que 'Alguna ciencia no es ciencia'[27]. El modo silogístico a que se hace referencia dice así: 'Si *B* pertenece a todo *A* y *C* no pertenece a ningún *A,* entonces *C* no pertenece a algún *B*'[28]. Con el fin de obtener de este modo un silogismo con premisas opuestas, basta identificar las variables *B* y *C,* es decir sustituir *C* por *B.* Por esta sustitución obtenemos: 'Si *B* pertenece a todo *A* y *B* no pertenece a ningún *A*, entonces *B* no pertenece a algún *B*'. El pesado y sinuoso camino por medio de términos concretos, tales como 'ciencia' y 'medicina', es bastante innecesario. Parece que el camino recto en este problema, es decir, el procedimiento de identificar variables, no fue advertido por Aristóteles.

Aristóteles sabe que sentencias como 'Alguna ciencia no es ciencia' no son verdaderas[29]. La generalización de tales sentencias 'Algún *A* no es *A*' (esto es, '*A* no pertenece a algún *A*') debe ser asimismo falsa. No es muy probable que Aristóteles conociera esta fórmula; es de nuevo Alejandro quien vio la falsedad y aplicó este hecho a la prueba de la ley de conversión de la premisa universal negativa. La prueba que dio procede por *reductio ad absurdum:* Si la premisa '*A* no pertenece a ningún *B*' no es convertible, supongamos que *B* pertenece a algún *A.* De estas dos premisas obtenemos por un silogismo de la primera figura la absurda conclusión: '*A* no

---

[24] Véase pág. 14, nota 4.

[25] *An. pr.* ii. 7, 59[a]17 *εἰ γὰρ τὸ Γ παντὶ τῷ B, τὸ δὲ A τινὶ τῷ B, ἀνάγκη τὸ A τινὶ τῷ Γ ὑπάρχειν.*

[26] Alejandro 380. 2 *οὐ γὰρ παρὰ τὸ τὸ μὲν A αὐτῶν εἶναι τὸ δὲ B ἢ Γ ἡ συναγωγή· τὸ γὰρ αὐτὸ γίνεται, κἂν ἄλλοις ἀντὶ τούτων χρησώμεθα.*

[27] *An. pr.* ii. 15, 64[a]23 *ἔστω γὰρ ἐπιστήμη ἐφ' οὗ τὸ B καὶ Γ, ἰατρικὴ δ' ἐφ' οὗ A. εἰ οὖν λάβοι πᾶσαν ἰατρικὴν ἐπιστήμην καὶ μηδεμίαν ἰατρικὴν ἐπιστήμην, τὸ B παντὶ τῷ A εἴληφε καὶ τὸ Γ οὐδενί, ὥστ' ἔσται τις ἐπιστήμη οὐκ ἐπιστήμη.*

[28] Este silogismo es un modo de la tercera figura, llamado más tarde Felapton, con las premisas traspuestas. En la exposición sistemática de la silogística es formulado con las letras *R, S, P.* Véase ibid. i. 6, 28[a]26 *ἂν τὸ μὲν P παντὶ τῷ Σ, τὸ δὲ Π μηδενὶ ὑπάρχῃ, ἔσται συλλογισμὸς ὅτι τὸ Π τινὶ τῷ P οὐχ ὑπάρξει ἐξ ἀνάγκης.*

[29] Ibid. ii. 15, 64[b]7 *φανερὸν δὲ καὶ ὅτι ἐκ ψευδῶν μὲν ἔστιν ἀληθὲς συλλογίσασθαι, . . ., ἐκ δὲ τῶν ἀντικειμένων οὐκ ἔστιν· ἀεὶ γὰρ ἐναντίος ὁ συλλογισμὸς γίνεται τῷ πράγματι.*

pertenece a algún *A*'[30]. Es obvio que Alejandro tiene presente el modo de la primera figura llamado después Ferio: 'Si *A* no pertenece a ningún *B* y *B* pertenece a algún *C*, entonces *A* no pertenece a algún *C*'[31], y que en este modo él identifica las variables *A* y *C*, sustituyendo *C* por *A*. Este es quizá el más claro ejemplo de un argumento por sustitución derivado de una antigua fuente.

§5. Necesidad silogística

El primer silogismo aristotélico, llamado después Barbara, puede ser representado, tal como ya hemos visto[32], en la forma de la siguiente implicación:

Si *A* es predicado de todo *B*
y *B* es predicado de todo *C*,
entonces *A* es predicado de todo *C*.

Pero todavía hay una diferencia entre esta formulación y el genuino texto griego. Las premisas son las mismas en la versión inglesa que en griego, pero la traducción exacta de la conclusión sería '*A* tiene que ser predicado de todo *C*'. Esta palabra 'tiene que' (*ἀνάγκη*) es el signo de la denominada 'necesidad silogística'. Es usada por Aristóteles en casi todas las implicaciones que contienen variables y representan leyes lógicas, esto es, leyes de conversión o silogismos[33].

Sin embargo, hay algunos silogismos donde esta palabra es omitida; tomemos, por ejemplo, esta forma aristotélica del modo Barbara: 'Si *A* pertenece a todo *B*, y *C* pertenece a todo *A*, entonces *C* pertenece a todo *B*'[34]. Puesto que fue posible omitir la palabra en algunos silogismos, debe ser posible eliminarla enteramente de todos los silogismos. Veamos, por tanto, qué significa la palabra y por qué es usada por Aristóteles.

El problema parece simple, y es planteado de modo implícito por el propio Aristóteles en su tratamiento de las leyes de conversión, cuando dice: 'Si *A* pertenece a algún *B*, es necesario que *B* pertenezca a algún *A*; pero si *A* no pertenece a algún *B* no es necesario que *B* no pertenezca a algún *A*'. Pues si *A* está por 'hombre' y *B* por 'animal', es cierto que algún animal no es hombre, pero no es cierto que algún hombre no sea animal, puesto que todos los hombres son animales[35]. Vemos por este ejemplo que Aristóteles usa el signo de necesidad en el consecuente de una implicación verdadera con el fin de subrayar que la implicación es verdadera para todos los valores de las variables que ocurran en la implicación. Podemos, por lo tanto, decir que 'Si *A* pertenece a algún *B*, es necesario que *B* pertenezca a algún *A*' porque es verdad que 'Para todo *A* y para todo *B*, si *A* pertenece a algún *B*, en-

---

[30] Alejandro 34. 15 *ἔνεστι δὲ καὶ διὰ συλλογισμοῦ δεῖξαι διὰ τοῦ πρώτου σχήματος, γινομένου, ὡς καὶ αὐτὸς προσχρῆται τῇ εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῇ· εἰ γάρ τις μὴ λέγοι ἀντιστρέφειν τὴν καθόλου ἀποφατικήν, κείσθω τὸ A μηδενὶ τῷ B· εἰ δὲ μὴ ἀντιστρέφει, ἔστω τὸ B τινὶ τῷ A· γίνεται ἐν πρώτῳ σχήματι τὸ A τινὶ τῷ A μὴ ὑπάρχον, ὅπερ ἄτοπον.*

[31] *An. pr.* i. 4, 26[a]25 *εἰ τὸ μὲν A μηδενὶ τῷ B ὑπάρχει, τὸ δὲ B τινὶ τῷ Γ, ἀνάγκη τὸ A τινὶ τῷ Γ μὴ ὑπάρχειν.*

[32] Véase pág. 14, nota 6.

[33] Véase pág. 18, nota 20; pág. 19, notas 25, 28; más arriba, nota 31.

[34] *An. pr.* ii. 11, 61[b]34 *εἰ γὰρ τὸ A παντὶ τῷ B καὶ τὸ Γ παντὶ τῷ A, τὸ Γ παντὶ τῷ B.*

[35] Ibid. i. 2, 25[a]20–6 *εἰ γὰρ τὸ A τινὶ τῷ B, καὶ τὸ B τινὶ τῷ A ἀνάγκη ὑπάρχειν... εἰ δέ γε τὸ A τινὶ τῷ B μὴ ὑπάρχει, οὐκ ἀνάγκη καὶ τὸ B τινὶ τῷ A μὴ ὑπάρχειν, οἷον εἰ τὸ μὲν B ἐστὶ ζῷον, τὸ δὲ A ἄνθρωπος. ἄνθρωπος μὲν γὰρ οὐ παντὶ ζῴῳ, ζῷον δὲ παντὶ ἀνθρώπῳ ὑπάρχει.*

tonces *B* pertenece a algún *A*'. Pero no podemos decir 'Si *A* no pertenece a algún *B* es necesario que *B* no pertenezca a algún *A*', pues no es cierto que 'Para todo *A* y para todo *B*, si *A* no pertenece a algún *B*, entonces *B* no pertenece a algún *A*'. Existen, como hemos visto, valores para *A* y *B* que verifican el antecedente de la última implicación, pero no verifican su consecuente. En lógica formal moderna, las expresiones como 'para todo *A*' o 'para todo *B*', donde *A* y *B* son variables, se denominan cuantificadores universales. El signo aristotélico de necesidad silogística representa un cuantificador universal y puede ser omitido, ya que un cuantificador universal puede ser omitido cuando está a la cabeza de una fórmula verdadera.

Esto, sin duda, es más que sabido por los estudiosos de la lógica formal moderna, pero hace unos cincuenta años no era, ciertamente, sabido por los filósofos. No es extraño, por tanto, que uno de ellos, Heinrich Maier, haya tomado nuestro problema por base de lo que, en mi opinión, es una mala especulación filosófica. Maier dice:[36] 'La conclusión se sigue de las premisas con necesaria consecuencia. Esta consecuencia surge del principio silogístico y su necesidad revela muy propiamente el poder sintético de la función del razonamiento.' No entiendo esta última sentencia, porque no puedo captar el significado de las palabras 'el poder sintético de la función del razonamiento'. Además, no estoy seguro de qué se significa por 'el principio silogístico', pues no sé si un principio tal existe en absoluto. 'Sobre la base de ambas premisas [continúa Maier su especulación][37] que pienso y expreso, tengo asimismo que pensar la conclusión por virtud de una compulsión que yace en mi pensamiento.' Esta sentencia la puedo, ciertamente, entender, pero es manifiestamente falsa. El lector advertirá fácilmente su falsedad si piensa y pronuncia las premisas de un silogismo, p. ej. 'Todo *A* es *C*', y 'Algún *B* no es *C*', sin pronunciar la conclusión que se sigue de ellas.

§6. ¿Qué es la lógica formal?

'Es usual decir que la lógica es formal por cuanto se ocupa meramente de la forma del pensamiento, esto es, de nuestra manera de pensar independientemente de los objetos particulares en los cuales se piensa.' Esta es una cita del conocido texto de lógica de Keynes[38]. Y hay una cita, de la *'Historia de la Filosofía'* del Padre Copleston: 'La lógica aristotélica es a menudo considerada como lógica formal. En la medida en que la lógica de Aristóteles es un análisis de las formas del pensamiento —ésta es una caracterización aceptable'[39].

En ambas citas leo la expresión 'forma del pensamiento', que no entiendo. El pensamiento es un fenómeno psíquico y los fenómenos psíquicos no tienen extensión. ¿Qué se significa con la forma de un objeto que no tiene extensión? La expresión 'forma del pensamiento' es inexacta y me parece que esta inexactitud surge de

---

[36] H. Maier, *Die Syllogistik des Aristoteles*, vol. ii *b*, Tübingen (1900), p. 236: 'Aus den Prämissen folgt mit notwendiger Konsequenz der Schlußsatz. Diese Konsequenz entspringt dem syllogistischen Prinzip, und die Notwendigkeit, die ihr anhaftet, bekundet recht eigentlich die synthetische Kraft der Schlußfunktion.'

[37] Op. cit., p. 237: 'Auf Grund der beiden Prämissen, die ich denke und ausspreche, muß ich kraft eines in meinem Denken liegenden Zwangs auch den Schlußsatz denken und aussprechen.'

[38] Op. cit., página 2.

[39] Op. cit., página 277.

una concepción errónea de la lógica. Si se cree realmente que la lógica es la ciencia de las leyes del pensamiento, se estará dispuesto a pensar que la lógica formal es una investigación de las formas del pensamiento.

Sin embargo, no es cierto que la lógica sea la ciencia de las leyes del pensamiento. No es objeto de la lógica investigar cómo pensamos realmente o cómo debemos pensar. La primera tarea pertenece a la psicología, la segunda a un arte práctica de tipo similar a la nemotécnica. La lógica no se ocupa del pensamiento más de lo que se ocupa la matemática. Indudablemente que hemos de pensar, al llevar a cabo una inferencia o una prueba, como hemos de pensar, también, al resolver un problema matemático. Pero las leyes de la lógica no son concernientes a nuestros pensamientos en mayor grado que lo sean las de la matemática. Lo que se denomina 'psicologismo' en lógica es un signo de la decadencia de la lógica en la filosofía moderna. Pero de esta decadencia Aristóteles no es en modo alguno responsable. A todo lo largo de los *Primeros Analíticos*, en donde se expone sistemáticamente la teoría del silogismo, no se encuentra un sólo término psicológico. Aristóteles sabe con intuitiva seguridad qué es lo que pertenece a la lógica, y entre los problemas lógicos tratados por él no hay ninguno que guarde conexión con un fenómeno psíquico tal como el pensamiento.

¿Cuál es, por tanto, de acuerdo con Aristóteles, el objeto de la lógica y por qué se denomina formal a su lógica? La respuesta a esta cuestión no es dada por el propio Aristóteles sino por sus seguidores, los peripatéticos.

Hubo una disputa entre las escuelas filosóficas de la antigua Grecia en torno a la relación de la lógica con la filosofía. Los estoicos sostenían que la lógica era una parte de la filosofía, los peripatéticos decían que era sólo un instrumento de la filosofía, y los platónicos eran de la opinión que la lógica era igualmente una parte y un instrumento de la filosofía. La disputa no es en sí de gran interés o importancia, porque la solución del problema discutido parece en gran manera materia de convención. Pero un argumento de los peripatéticos, preservado por Amonio en su comentario a los *Primeros Analíticos*, merece nuestra atención.

Amonio está de acuerdo con los platónicos y dice: Si se hace uso de silogismos con términos concretos, como hace Platón cuando prueba silogísticamente que el alma es inmortal, entonces se trata a la lógica como una parte de la filosofía; pero si se considera a los silogismos como puras reglas establecidas mediante letras, p. ej. '*A* es predicado de todo *B*, *B* de todo *C*, por consiguiente *A* es predicado de todo *C*', como hacen los peripatéticos siguiendo a Aristóteles, entonces se trata a la lógica como un instrumento de la filosofía[40].

Es importante extraer de este pasaje la enseñanza de que, de acuerdo con los peripatéticos, que siguieron a Aristóteles, sólo pertenecen a la lógica las leyes silogísticas expuestas mediante variables, pero no su aplicación a términos concretos. Los términos concretos, esto es, los valores de las variables, son denominados la ma-

---

[40] Amonio 10. 36 *κατὰ γὰρ Πλάτωνα καὶ τὸν ἀληθῆ λόγον οὔτε μέρος ἐστίν* (es decir *ἡ λογικὴ*), *ὡς οἱ Στωϊκοί φασιν καὶ τίνες τῶν Πλατωνικῶν, οὔτε μόνως ὄργανον, ὡς οἱ ἐκ τοῦ Περιπάτου φασίν, ἀλλὰ καὶ μέρος ἐστὶν καὶ ὄργανον φιλοσοφίας· ἐὰν μὲν γὰρ μετὰ τῶν πραγμάτων λάβῃς τοὺς λόγους, μέρος ἐστίν, ἐὰν δὲ ψιλοὺς τοὺς κανόνας ἄνευ τῶν πραγμάτων, ὄργανον. ὥστε καλῶς οἱ ἐκ τοῦ Περιπάτου τὰ παρὰ Ἀριστοτέλει ἀφορῶντες ὄργανον αὐτὴν φασιν· ψιλοὺς γὰρ κανόνας παραδίδωσιν, οὐ πράγματα λαμβάνων ὑποκείμενα ἀλλὰ τοῖς στοιχείοις τοὺς κανόνας ἐφαρμόζων· οἷον τὸ A κατὰ παντὸς τοῦ B, τὸ B κατὰ παντὸς τοῦ Γ, τὸ A ἄρα κατὰ παντὸς τοῦ Γ.* La prueba silogística de la tesis de que el alma es inmortal se da unas líneas más allá en (11.10): *ἡ ψυχὴ αὐτοκίνητον, τοῦτο δὲ ἀεικίνητον, τοῦτο δὲ ἀθάνατον, ἡ ψυχὴ ἄρα ἀθάνατον.*

teria, ὕλη, del silogismo. Si se elimina todos los términos concretos de un silogismo, reemplazándolos por letras, se ha eliminado la materia del silogismo y lo que queda se denomina su forma. Veamos de qué elementos consta esta forma.

A la forma del silogismo pertenecen, además del número y la disposición de las variables, las denominadas constantes lógicas. Dos de ellas, las conjunciones 'y' y 'si', son expresiones auxiliares y forman parte, como veremos más adelante, de un sistema lógico que es más fundamental que el de Aristóteles. Las restantes cuatro constantes, a saber: 'pertenecer a todo', 'no pertenecer a ninguno', 'pertenecer a alguno' y 'no pertenecer a alguno'[41], son características de la lógica aristotélica. Estas constantes representan relaciones entre términos universales. Los lógicos medievales las denotaron por *A*, *E*, *I* y *O* respectivamente. Toda la teoría aristotélica del silogismo está edificada sobre la base de estas cuatro expresiones con la ayuda de las conjunciones 'y' y 'si'. Por lo tanto podemos decir: La lógica de Aristóteles es una teoría de las relaciones *A*, *E*, *I* y *O* en el campo de los términos universales.

Es obvio que una teoría semejante no tiene en común con nuestro pensamiento más de lo que tenga, por ejemplo, la teoría de las relaciones de mayor y menor en el campo de los números. De hecho hay algunas semejanzas entre estas dos teorías. Compárese, por ejemplo, el silogismo Barbara:

Si *a* pertenece a todo *b*
y *b* pertenece a todo *c*,
entonces *a* pertenece a todo *c*,

con la siguiente ley aritmética:

Si *a* es mayor que *b*
y *b* es mayor que *c*,
entonces *a* es mayor que *c*.

Hay, desde luego, diferencias entre estas dos leyes: el rango de las variables no es el mismo, y las relaciones son diferentes. Pero ambas relaciones, a pesar de ser diferentes y ocurrir entre términos diferentes, tienen una propiedad en común: ambas son transitivas, es decir, son casos particulares de la fórmula:

Si *a* tiene la relación *R* con *b*
y *b* tiene la relación *R* con *c*,
entonces *a* tiene la relación *R* con *c*.

Es curioso que este mismo hecho fuera observado por los lógicos de la escuela posterior de los estoicos. Argumentos como 'el primero es mayor que el segundo, el segundo es mayor que el tercero, por consiguiente el primero es mayor que el tercero' son denominados por los estoicos, según Alejandro declara 'no-metódicamente concluyentes' y no fueron tratados como silogismo en el sentido de su lógica. Sin embargo, los estoicos consideraron tales argumentos como similares (ὅμοιοι) a los silogismos categóricos[42]. Esta observación de los estoicos, que Alejandro intenta refutar sin aducir contraargumentos convincentes, corrobora la suposición de que la

---

[41] ὑπάρχειν παντί, ὑπάρχειν οὐδενί, ὑπάρχειν τινί, οὐχ ὑπάρχειν τινί = ὑπάρχαιν οὐ παντί. En lugar de ὑπάρχειν Aristóteles usa algunas veces el verbo κατηγορεῖσθαι. Los silogismos con términos concretos son formulados con εἶναι. Véase pág. 14, nota 4 y la siguiente sección (7).

[42] Alejandro 21.30 οἱ ἀμεθόδως περαίνοντες λόγοι παρὰ τοῖς Στωϊκοῖς, οἷον ' τὸ πρῶτον τοῦ δευτέρου μεῖζον, τὸ δὲ δεύτερον τοῦ τρίτου, τὸ ἄρα πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον.' Ibid. 345. 13 τοιοῦτοί εἰσι καὶ οὓς λέγουσιν οἱ νεώτεροι (i.e. Στωϊκοί) ἀμεθόδως περαίνοντας. οὓς ὅτι μὲν μὴ λέγουσι συλλογιστικῶς συνάγειν, ὑγιῶς λέγουσι... ὅτι δὲ ἡγοῦνται ὁμοίους αὐτοὺς εἶναι τοῖς κατηγορικοῖς συλλογισμοῖς... τοῦ παντὸς διαμαρτάνουσιν.

lógica de Aristóteles es concebida como una teoría de relaciones especiales, a la manera de una teoría matemática.

§7. ¿Qué es el formalismo?

Lógica formal y lógica formalista son dos cosas diferentes. La lógica aristotélica es formal sin que sea formalista, mientras que la lógica de los estoicos es ambas cosas, formal y formalista. Permítasenos explicar lo que en lógica formal moderna se significa por 'formalismo'.

La lógica formal moderna se esfuerza por lograr la mayor exactitud posible. Este fin puede ser alcanzado sólo por medio de un lenguaje preciso edificado sobre la base de signos estables, visualmente perceptibles. Un tal lenguaje es indispensable para cualquier ciencia. Nuestros propios pensamientos si no se plasman en palabras son casi inaprehensibles para nosotros mismos; y los pensamientos de otra persona cuando no adquieren una figura externa, pueden ser accesibles sólo a un clarividente. Toda verdad científica, para ser percibida y verificada, debe ser expuesta en una forma externa inteligible para cualquiera. Todas estas afirmaciones parecen indiscutiblemente verdaderas. La lógica formal moderna, presta por tanto máxima atención a la precisión del lenguaje. Lo que se denomina formalismo es la consecuencia de esta tendencia. Ello se entenderá mejor analizando el siguiente ejemplo.

Existe en lógica una regla de inferencia, llamada primeramente *modus ponens* y hoy día regla de separación. De acuerdo con esta regla, si una implicación de la forma 'Si α, entonces β' es asertada, y el antecedente de esta implicación es también asertado, se nos permite asertar su consecuente β. Con el fin de poder aplicar esta regla, debemos saber que la proposición α, asertada separadamente, expresa 'el mismo' pensamiento que el antecedente α de la implicación, ya que sólo en este caso se nos permite realizar la inferencia. Esto se puede establecer sólo en el caso de que estas dos α tengan exactamente la misma forma externa. Porque no podemos captar directamente los pensamientos expresados por estas α, y una condición necesaria, aunque no suficiente, para que identifiquemos dos pensamientos es la igualdad externa de sus expresiones. Si, por ejemplo, al asertar la implicación 'Si todos los filósofos son hombres, entonces todos los filósofos son mortales' se asertara también como segunda premisa la sentencia 'Cada filósofo es un hombre', no se podría obtener de estas premisas la conclusión 'Todos los filósofos son mortales' puesto que no se tendría garantía de que la sentencia 'Cada filósofo es un hombre' represente el mismo pensamiento que la sentencia 'Todos los filósofos son hombres'. Sería necesario confirmar por medio de una definición que 'Cada *A* es un *B*' significa lo mismo que 'Todos los *A* son *B*'; sobre la base de esta definición reemplácese la sentencia 'Cada filósofo es un hombre' por la sentencia 'Todos los filósofos son hombres' y sólo entonces será posible obtener la conclusión. Merced a este ejemplo se comprenderá fácilmente el significado del formalismo. El formalismo requiere que el mismo pensamiento sea expresado siempre por medio de exactamente la misma serie de palabras y ordenadas exactamente de la misma manera. Cuando una prueba es construida de acuerdo con este principio, podemos controlar su validez sobre la base de su forma externa solamente, sin hacer referencia al significado de los términos usados en la prueba. Con el fin de obtener la conclusión β de las premisas 'Si α, entonces β' y α, no necesitamos saber qué signifiquen realmente ni α ni β; es su-

ficiente advertir que las dos α contenidas en las premisas tienen la misma forma externa.

Aristóteles y sus seguidores, los peripatéticos, no fueron formalistas. Como ya hemos visto, Aristóteles no es escrupulosamente exacto en la formulación de sus tesis. El caso más sorprendente de su inexactitud es la discrepancia estructural entre las formas abstractas y concretas de sus silogismos. Tomemos como ejemplo el silogismo con premisas opuestas citado anteriormente en nuestra sección 4[43]. Sean *B* y *C* 'ciencia' y *A* 'medicina'. Aristóteles establece:

En variables:	En términos concretos:
Si *B* pertenece a todo *A*	Si toda medicina es ciencia
y *C* no pertenece a ningún *A*,	y ninguna medicina es ciencia,
entonces *C* no pertenece a algún *B*[44].	entonces alguna ciencia no es ciencia.

La diferencia entre las premisas correspondientes de que constan los dos silogismos, es evidente. Tómese, por ejemplo, la primera premisa. A la fórmula '*B* pertenece a todo *A*' correspondería la sentencia 'Ciencia pertenece a toda medicina', y a la sentencia 'Toda medicina es ciencia' correspondería la fórmula 'Todo *A* es *B*'. La sentencia en términos concretos, dada por Aristóteles, no puede ser considerada como una sustitución de la fórmula abstracta aceptada por él. ¿Cuál es la causa de esta diferencia?

Alejandro da tres explicaciones de este problema[45]: la primera puede ser omitida por carecer de importancia, la última es filosófica y, en mi opinión, errónea; sólo la segunda merece nuestra atención. De acuerdo con su explicación, en las fórmulas con el verbo 'ser predicado de algo' y, podemos añadir, con el verbo 'pertenecer a algo', el sujeto y el predicado son más perfectamente distinguibles (γνωριμώτεροι) que, podemos añadir de nuevo, en las fórmulas con el verbo 'ser'. De hecho, en fórmulas con 'ser' tanto el sujeto como el predicado están usados en nominativo; en las fórmulas presentadas por Aristóteles sólo el predicado está en nominativo, mientras que el sujeto está o bien en genitivo o bien en dativo, y por lo tanto puede ser más fácilmente distinguido del predicado. Muy instructiva, también, es la observación final de Alejandro, de la que se sigue que decir 'La virtud es predicada de toda justicia' en lugar del usual 'Toda justicia es virtud' se consideraba en el griego antiguo tan artificioso como en los lenguajes modernos.

Aún hay más casos de inexactitud en la lógica aristotélica. Aristóteles usa constantemente frases diferentes para los mismos pensamientos. Daré sólo unos cuantos ejemplos de esta clase. Aristóteles empieza su silogística con las palabras '*A* es predicado de todo *B*', pero pronto cambia estas palabras por la frase '*A* pertenece a todo *B*', lo cual parece ser normal. Las palabras 'es predicado' y 'pertenece' son frecuentemente omitidas, a veces es omitido incluso el importante signo de cantidad 'todo'. Además de la forma '*A* pertenece a algún *B*' existen formas que pueden ser traducidas como '*A* pertenece a alguno de los *B*'. Las premisas del silogismo son

---

[43] Véase pág. 19, nota 27.

[44] La conclusión con variables es omitida en el texto griego.

[45] Alejandro 54.21 χρῆται δὲ τῷ κατὰ παντὸς καὶ τῷ κατὰ μηδενὸς ἐν τῇ διδασκαλίᾳ, ὅτι διὰ τούτων γνώριμος ἡ συναγωγὴ τῶν λόγων, καὶ ὅτι οὕτως λεγομένων γνωριμώτερος ὅ τε κατηγορούμενος καὶ ὁ ὑποκείμενος, καὶ ὅτι πρῶτον τῇ φύσει τὸ κατὰ παντὸς τοῦ ἐν ὅλῳ αὐτῷ, ὡς προείρηται. ἡ μέντοι χρῆσις ἡ συλλογιστικὴ ἐν τῇ συνηθείᾳ ἀνάπαλιν ἔχει· οὐ γὰρ ἡ ἀρετὴ λέγεται κατὰ πάσης δικαιοσύνης, ἀλλ' ἀνάπαλιν πᾶσα δικαιοσύνη ἀρετή. διὸ καὶ δεῖ κατ' ἀμφοτέρας τὰς ἐκφορὰς γυμνάζειν ἑαυτούς, ἵνα τῇ τε χρήσει παρακολουθεῖν δυνώμεθα καὶ τῇ διδασκαλίᾳ.

combinadas por medio de diferentes conjunciones. La necesidad silogística es expresada por medios diferentes y a veces enteramente omitida[46]. Si bien estas inexactitudes no tienen malas consecuencias para el sistema, no contribuyen de ningún modo a su claridad o simplicidad.

Este proceder de Aristóteles no es probablemente accidental, sino que parece derivar de algunas preconcepciones. Aristóteles dice ocasionalmente que debemos cambiar términos equivalentes, palabras por palabras y frases por frases[47]. Comentando este pasaje, Alejandro declara que la esencia del silogismo no depende de las palabras sino de sus significados[48]. Esta afirmación que está manifiestamente dirigida contra los estoicos, puede entenderse así: el silogismo no cambia su esencia, esto es, permanece siendo un silogismo si alguna de sus expresiones son reemplazadas por otras equivalentes, p. ej., si la expresión 'ser predicado de todo' es reemplazada por la expresión equivalente 'pertenecer a todo'. Los estoicos eran de una opinión diametralmente opuesta. Dirían que la esencia del silogismo depende de las palabras, pero no de sus significados. Por consiguiente, si las palabras son cambiadas, el silogismo desaparece. Ello es ilustrado por Alejandro con un ejemplo de la lógica de los estoicos. La regla de inferencia llamada *modus ponens:*

Si α, entonces β;
pero α;
por consiguiente β,

es el primer silogismo 'indemostrable' de los estoicos. Tanto los estoicos como los peripatéticos, parecen considerar erróneamente las frases 'Si α, entonces β' y 'α entraña β' como poseedoras del mismo significado. Pero si en el silogismo dado antes, se reemplaza la premisa 'si α, entonces β', por 'α entraña β', diciendo:

α entraña β;
pero α;
por consiguiente β,

se obtiene, de acuerdo con los estoicos, una regla válida de inferencia, pero no un silogismo. La lógica de los estoicos es formalista[49].

---

[46] La frase *τὸ A κατὰ παντὸς τοῦ B* (*κατηγορεῖται* es omitida dos veces) es usada en el modo Barbara (véase pág. 14, nota 6), *τὸ A παντὶ τῷ B* (*ὑπάρχει* es omitida enteramente) es usada en otra formulación del mismo modo (véase pág. 20, nota 34). La frase *τὸ A τινὶ τῶν B* aparece en las leyes de conversión; en otra parte, p. ej., en el modo Disamis, tenemos *τὸ A τινὶ τῷ B* (véase pág. 19, nota 25). La palabra, lógicamente importante, *παντὶ* es omitida enteramente en una formulación del modo Barbara (véase pág. 14, nota 4). La conjunción 'y' es casi siempre denotada por *μέν δέ* (véase por ejemplo pág. 18, nota 20 o pág. 20, nota 31), algunas veces por *καί* (véase página 14, nota 6; pág. 20, nota 31). La necesidad silogística es como una regla expresada por *ἀνάγκη ὑπάρχειν* (véase pág. 18, nota 20 o pág. 19, nota 25), en el modo Felapton es denotada por *ὑπάρξει ἐξ ἀνάγκης* (véase pág. 19, nota 28). En algún caso es omitida (véase página 20, nota 34).

[47] *An. pr.* i. 39, 49^{b}3 *δεῖ δὲ καὶ μεταλαβάνειν ἃ τὸ αὐτὸ δύναται, ὀνόματα ἀντ' ὀνομάτων καὶ λόγους ἀντὶ λόγων.*

[48] Alejandro 372. 29 *οὐκ ἐν ταῖς λέξεσιν ὁ συλλογισμὸς τὸ εἶναι ἔχει, ἀλλ' ἐν τοῖς σημαινομένοις.*

[49] Alejandro 373. 28 *Ἀριστοτέλης μὲν οὖν οὕτως περὶ τῶν κατὰ τὰς λέξεις μεταλήψεων φέρεται* (véase más arriba, nota 47). *οἱ δὲ νεώτεροι* (i.e. *οἱ Στωϊκοί*), *ταῖς λέξεσιν ἐπακολουθοῦντες οὐκέτι δὲ τοῖς σημαινομένοις, οὐ ταὐτόν φασι γίνεσθαι ἐν ταῖς εἰς τὰς ἰσοδυναμούσας λέξεις μεταλήψεσι τῶν ὅρων· ταὐτὸν γὰρ σημαίνοντος τοῦ 'εἰ τὸ A τὸ B' τῷ 'ἀκολουθεῖ τῷ A τὸ B', συλλογιστικὸν μὲν λόγον φασὶν εἶναι τοιαύτης ληφθείσης τῆς λέξεως 'εἰ τὸ A τὸ B, το δὲ A, τὸ ἄρα B', οὐκετι δὲ συλλογιστικὸν ἀλλὰ περαντικὸν τὸ ἀκολουθεῖ τῷ A τὸ B, τὸ δὲ A, τὸ ἄρα B'.*

CAPITULO II

TESIS DEL SISTEMA

§8. Tesis y reglas de inferencia

La teoría aristotélica del silogismo es un sistema de proposiciones verdaderas que atañe a las constantes *A, E, I* y *O*. A las proposiciones verdaderas de un sistema deductivo las llamo tesis. Casi todas las tesis de la lógica aristotélica son implicaciones, esto es, proposiciones de la forma 'Si α, entonces β'. Sólo hay dos tesis conocidas de esta lógica que no comiencen por 'Si', a saber, las denominadas leyes de identidad: '*A* pertenece a todo *A*' o 'Todo *A* es *A*', y '*A* pertenece a algún *A*' o 'Algún *A* es *A*'. Ninguna de estas leyes fue establecida explícitamente por Aristóteles, pero fueron conocidas por los peripatéticos[1].

Las implicaciones que pertenecen al sistema son o leyes de conversión (y leyes del cuadro de oposición no mencionadas en los *Primeros Analíticos*) o silogismos. Las leyes de conversión son simples implicaciones, por ejemplo: 'Si *A* pertenece a todo *B*, entonces *B* pertenece a algún *A*'[2]. El antecedente de esta implicación es la premisa '*A* pertenece a todo *B*', el consecuente es '*B* pertenece a algún *A*'. Esta implicación se considera como verdadera para todos los valores de las variables *A* y *B*.

Todos los silogismos aristotélicos son implicaciones del tipo 'Si α y β, entonces γ', donde α y β son las dos premisas y γ es la conclusión. La conjunción de las premisas 'α y β' es el antecedente, la conclusión γ es el consecuente. Como ejemplo tomemos la siguiente formulación del modo Barbara:

Si *A* pertenece a todo *B*
y *B* pertenece a todo *C*,
entonces *A* pertenece a todo *C*.

En este ejemplo α significa la premisa '*A* pertenece a todo *B*', β la premisa '*B* pertenece a todo *C*', y γ la conclusión '*A* pertenece a todo *C*'. Esta implicación también es considerada como verdadera para todos los valores de las variables *A*, *B*, y *C*.

Se debe afirmar rotundamente que ningún silogismo es formulado por Aristóteles como una inferencia con la palabra 'por consiguiente' (*ἄρα*), como se hacía en la lógica tradicional. Silogismos de la forma:

Todo *B* es *A*;
todo *C* es *B*;
por consiguiente
todo *C* es *A*

no son aristotélicos. No los encontramos hasta Alejandro[3]. Esta transformación de

[1] Cfr. pág. 19, notas 29 y 30. En el pasaje citado en la última nota, Alejandro dice que la proposición '*A* no pertenece a algún *A*' es absurda, lo cual significa que la proposición contradictoria '*A* pertenece a todo *A*' es verdadera.

[2] *An. pr.* i 2, 25^{a}17 *εἰ δὲ παντὶ τὸ A τῷ B, καὶ τὸ B τινὶ τῷ A ὑπάρξει.*

[3] En Alejandro 47.9 encontramos un silogismo en términos concretos con *ἄρα*: *πᾶν ξῷον οὐσία ἐστι, πᾶν ξῷον ἔμψυχόν ἐστι, τὶς ἄρα οὐσία ἔμψυχός ἐστιν.* En 382.18 tenemos un silogismo completo de cuatro términos variables con: *τὸ A παντὶ τῷ B, τὸ B παντὶ τῷ Γ, τὸ A οὐδενὶ τῷ Δ, τὸ ἄρα Δ οὐδενὶ τῷ Γ.*

los silogismos aristotélicos de la forma implicacional a la inferencial probablemente se debe a la influencia de los estoicos.

La diferencia entre el silogismo aristotélico y el tradicional es fundamental. El silogismo aristotélico como implicación en una proposición, y como proposición debe ser o verdadero o falso. El silogismo tradicional no es una proposición, sino un conjunto de proposiciones que no están unidas como para formar una sola proposición. Las dos premisas escritas usualmente en dos líneas diferentes son establecidas sin ninguna conjunción, y la conexión de estas premisas sueltas con la conclusión mediante el 'por consiguiente' no da una nueva proposición compuesta. El famoso principio cartesiano, 'Cogito, ergo sum', no es un principio verdadero, porque no es una proposición. Es una inferencia, o, de acuerdo con la terminología escolástica, una consecuencia. Inferencias y consecuencias, al no ser proposiciones, no son ni verdaderas ni falsas, pues verdad y falsedad pertenecen sólo a las proposiciones. Pueden ser válidas o no. Lo mismo hay que decir del silogismo tradicional. Al no ser una proposición, el silogismo tradicional no es ni verdadero ni falso; puede ser válido o inválido. El silogismo tradicional es o una inferencia, cuando se establece en términos concretos, o una regla de inferencia, cuando se establece con variables. El sentido de una regla semejante puede ser explicado por el ejemplo dado anteriormente: Cuando se pone en lugar de *A*, *B*, y *C* valores tales que las premisas '*A* pertenece a todo *B*' y '*B* pertenece a todo *C*' son verdaderas, entonces hay que aceptar como verdadera la conclusión '*A* pertenece a todo *C*'.

Si el lector encuentra un libro o un artículo donde no se haga ninguna diferencia entre el silogismo aristotélico y el tradicional, puede estar seguro de que el autor o es ignorante de la lógica o no ha visto el texto griego del *Organon*. Eruditos especializados como Waitz, el moderno editor y comentarista del *Organon*, Trendelenburg, el compilador de los *Elementa logices Aristoteleae*, Prantl, el historiador de la lógica, conocían todos bien el texto griego del *Organon*, pero ninguno de ellos vio la diferencia entre el silogismo aristotélico y el tradicional. Sólo Maier parece haber intuido por un momento que algo hay aquí de erróneo, cuando pide que se le permita reemplazar el silogismo aristotélico por la forma más familiar y conveniente de la lógica posterior; inmediatamente después cita el modo Barbara en su forma usual tradicional, omitiendo las diferencias que viera entre esta forma y la de Aristóteles, y ni siquiera dice cuáles son las que ha encontrado[4]. Si cobramos conciencia de que la diferencia entre una tesis y una regla de inferencia es fundamental desde el punto de vista de la lógica, hemos de convenir en que una exposición de la lógica aristotélica que no considere tal diferencia no puede ser correcta. Hasta el presente no contamos con ninguna exposición genuina de la lógica aristotélica.

Siempre es fácil deducir de una tesis implicacional la correspondiente regla de inferencia. Supongamos que una proposición implicacional 'Si α, entonces β' es verdadera: si α es verdadera, podemos siempre obtener β por separación, de modo que la regla 'α por lo tanto β' es válida. Cuando el antecedente de una tesis impli-

---

[4] Maier, op. cit., vol. ii *a*, pág. 74, núm. 2: 'Es ist vielleicht gestattet, hier und im Folgenden die geläufigere Darstellungsform der späteren Logik, die zugleich leichter zu handhaben ist, an die Stelle der aristotelichen zu setzen.' El modo Barbara es citado ibid. pág. 75, así:

alles B ist A
alles C ist B
---
alles C ist A

donde la raya reemplaza a la palabra "por consiguiente".

cacional es una conjunción, como en los silogismos aristotélicos, hemos de cambiar primero la forma conjuntiva 'Si α y β, entonces γ' en la forma puramente implicacional 'Si α, entonces si β, entonces γ'. Un momento de reflexión es suficiente para percatarnos de que esta transformación es correcta. Suponiendo ahora que α y β son premisas verdaderas de un silogismo, obtenemos la conclusión γ, aplicando la regla de separación dos veces a la forma puramente implicacional del silogismo. Por lo tanto, si un silogismo aristotélico de la forma 'Si α y β, entonces γ' es verdadero, el modo tradicional correspondiente de la forma 'α, β, por tanto γ' es válido. Pero inversamente, parece imposible deducir la correspondiente forma silogística aristotélica de un modo válido tradicional por medio de reglas lógicas conocidas.

§9. Las figuras silogísticas

Hay ciertos problemas controvertidos, conectados con la lógica aristotélica, que son de interés histórico, aunque no tengan una gran importancia lógica. Entre ellos está el problema de las figuras silogísticas. La división de los silogismos en figuras tiene, en mi opinión, sólo un fin práctico: necesitamos estar seguros que no es omitido ningún modo silogístico verdadero.

Aristóteles divide los modos silogísticos en tres figuras. La descripción más breve y clara de estas figuras no se encuentra en la parte sistemática de los *Primeros Analíticos,* sino en los últimos capítulos de esa obra. Si necesitamos, dice Aristóteles, probar silogísticamente *A* de *B*, debemos tomar algo común en relación con ambos, y esto es posible de tres maneras: predicando o *A* de *C* y *C* de *B*, o *C* de ambos, o ambos de *C*. Estas son las figuras de que hemos hablado, y está claro que todo silogismo tiene que hacerse según una u otra de estas figuras[5].

Se sigue de esto que *A* es el predicado y *B* el sujeto de la conclusión que tenemos que probar silogísticamente. *A* se denomina, como veremos después, el término mayor y *B* el menor; *C* es el término medio. La posición del término medio como sujeto o predicado de las premisas es el principio por el que Aristóteles divide los modos silogísticos en figuras. Aristóteles dice explícitamente que reconoceremos la figura por la posición del término medio[6]. En la primera figura el término medio es el sujeto del término mayor y el predicado del término menor, en la segunda figura es el predicado, y en la última figura el sujeto de los otros dos términos. Sin embargo, Aristóteles comete un error cuando dice que todo silogismo ha de estar en una de estas tres figuras. Existe una cuarta posibilidad, a saber: que el término medio sea el predicado del término mayor y el sujeto del término menor. Los modos de esta especie son ahora considerados como pertenecientes a la cuarta figura.

En el pasaje anterior Aristóteles ha pasado por alto esta cuarta posibilidad, aunque unos cuantos capítulos más allá él mismo da una prueba mediante un silogismo de la cuarta figura. Es otra vez el mismo problema: tenemos que probar *A* de *E* silo-

---

[5] *An. pr.* i. 23, 40^{b}30 *εἰ δὴ δέοι τὸ Α κατὰ τοῦ Β συλλογίσασθαι ἢ ὑπάρχον ἢ μὴ ὑπάρχον, ἀνάγκη λαβεῖν τι κατά τινος.* 41^{a}13 *εἰ οὖν ἀνάγκη μέν τι λαβεῖν πρὸς ἄμφω κοινόν, τοῦτο δ' ἐνδέχεται τριχῶς (ἢ γὰρ τὸ Α τοῦ Γ καὶ τὸ Γ τοῦ Β κατηγορήσαντας, ἢ τὸ Γ κατ' ἀμφοῖν, ἢ ἄμφω κατὰ τοῦ Γ), ταῦτα δ' ἐστὶ τὰ εἰρημένα σχήματα, φανερὸν ὅτι πάντα συλλογισμὸν ἀνάγκη γίνεσθαι διὰ τούτων τινὸς τῶν σχημάτων.*

[6] Ibid. 32, 47^{b}13 *τῇ τοῦ μέσου θέσει γνωριοῦμεν τὸ σχῆμα.*

gísticamente, donde *A* es el término mayor y *E* el menor. Aristóteles da indicaciones prácticas de cómo resolver este problema. Hemos de construir una lista de proposiciones universales que tengan los términos *A* y *E* como sujetos o predicados. En esta lista tendremos cuatro tipos de proposición universal afirmativa (omito las proposiciones negativas) '*B* pertenece a todo *A*', '*A* pertenece a todo *C*', '*Z* pertenece a todo *E*', y '*E* pertenece a todo *H*'. Cada una de las letras *B*, *C*, *Z* y *H* representan cualquier término que cumpla las anteriores condiciones. Cuando encontremos entre los *C* un término que sea idéntico a un término que se encuentre entre los *Z*, obtenemos dos premisas con un término común, a saber *Z*: '*A* pertenece a todo *Z*' y '*Z* pertenece a todo *E*', y la proposición '*A* pertenece a todo *E*' es probada por el modo Barbara. Supongamos ahora que no podemos probar la proposición universal '*A* pertenece a todo *E*', porque los *C* y los *Z* no tienen ningún término común, pero que deseamos probar al menos la proposición particular '*A* pertenece a algún *E*'. Ello lo podemos probar de dos maneras diferentes: si existe entre los *C* un término que sea idéntico a un término que se cuente entre los *H*, por ejemplo *H*, obtenemos el modo Darapti de la tercera figura: '*A* pertenece a todo *H*', '*E* pertenece a todo *H*', por consiguiente '*A* debe pertenecer a algún *E*'. Pero hay también otra manera cuando encontramos entre los *H* un término que sea idéntico a un término que se cuente entre los *B*, por ejemplo *B*; entonces obtenemos un silogismo con las premisas '*E* pertenece a todo *B*' y '*B* pertenece a todo *A*', de las que deducimos la proposición '*A* pertenece a algún *E*' por conversión de la conclusión '*E* pertenece a todo *A*' obtenida de estas dos premisas por el modo Barbara[7].

Este último silogismo: 'Si *E* pertenece a todo *B* y *B* pertenece a todo *A*, entonces *A* pertenece a algún *E*', no es un modo ni de la primera ni de la segunda ni de la tercera figuras. Es un silogismo donde el término medio *B* es el predicado del término mayor *A* y el sujeto del término menor *E*. Es el modo Bramantip de la cuarta figura. Sin embargo es tan válido como cualquier otro de los modos aristotélicos. Aristóteles denomina a éste un 'silogismo converso' (*ἀντεστραμμένος συλλογισμός*) porque prueba este modo por conversión de la conclusión del modo Barbara. Hay otros modos, Camestres, de la segunda figura y Disamis de la tercera, que Aristóteles prueba de la misma manera, por conversión de la conclusión de modos de la primera figura. Consideremos la prueba de Disamis: 'Si *R* pertenece a todo *S* y *P* pertenece a algún *S*, entonces *P* pertenece a algún *R*'. Como la segunda premisa puede ser convertida en '*S* pertenece a algún *P*', obtenemos por el modo Darii la conclusión '*R* pertenece a algún *P*'. Por conversión de esta conclusión en '*P* pertenece a algún *R*' obtenemos la prueba de Disamis. Aristóteles aplica aquí la conversión a la conclusión del modo Darii, lo que origina otro silogismo de

---

[7] *An. pr.* i. 28, 44^{a}12-35 *ἔστω γὰρ τὰ μὲν ἐπόμενα τῷ A ἐφ' ὧν B, οἷς δ' αὐτὸ ἕπεται, ἐφ' ὧν Γ ...' πάλιν δὲ τῷ E τὰ μὲν ὑπάρχοντα, ἐφ' οἷς Z, οἷς δ αὐτὸ ἕπεται, ἐφ' οἷς H .... εἰ μὲν οὖν ταὐτό τι ἔσται τῶν Γ τωὶ τῶν Z, ἀνάγκη τὸ A παντὶ τῷ E ὑπάρχειν· τὸ μὲν γὰρ Z παντὶ τῷ E, τῷ δὲ Γ παντὶ τὸ A, ὥστε παντὶ τῷ E τὸ A. εἰ δὲ τὸ Γ καὶ τὸ H ταὐτόν, ἀνάγκη τωὶ τῶν E τὸ A ὑπάρχειν· τῷ μὲν γὰρ Γ τὸ A, τῷ δὲ H τὸ E παντὶ ἀκολουθεῖ. ... εἰ δὲ τῷ H τὸ B ταὐτόν, ἀντεστραμμένος ἔσται συλλογισμός· τὸ μὲν γὰρ E τῷ A ὑπάρξει παντί, τὸ γὰρ B τῷ A, τὸ δὲ E τῷ B (ταὐτὸ γὰρ ἦν τῷ H)· τὸ δὲ A τῷ E παντὶ μὲν οὐκ ἀνάγκη ὑπάρχειν, τωὶ δ' ἀνάγκη διὰ τὸ ἀντιστρέφειν τὴν καθόλου κατηγορίαν τῇ κατὰ μέρος*. Leo *τὴν καθόλου κατηγορίαν τῇ* con el códice B (véase Waitz, i. 196; la nota de pie de página en Bekker a 44^{a}34 parece ser una errata) y Alejandro 306.16 frente a *τῇ καθόλου κατηγορίᾳ τὴν* en Bekker y Waitz. Me complace advertir que esta lectura es asimismo aceptada por Sir David Ross.

la cuarta figura denominado Dimaris: 'Si *R* pertenece a todo *S* y *S* pertenece a algún *P*, entonces *P* pertenece a algún *R*'[8].

Todas estas deducciones son lógicamente correctas, y también lo son los modos obtenidos por medio de ellas. Aristóteles sabe, ciertamente, que además de los catorce modos de la primera, segunda y tercera figuras establecidos por él sistemáticamente en los primeros capítulos de los *Primeros Analíticos* existen aún otros silogismos verdaderos. Dos de ellos son citados por él al final de esa exposición sistemática. Es evidente, dice, que en todas las figuras, cuando no resulta un silogismo, si ambos términos son afirmativos o negativos, nada necesario se sigue en absoluto, pero si uno es afirmativo y el otro negativo, y si el negativo es establecido universalmente, resulta siempre un silogismo que une el término menor al mayor, p. ej. si *A* pertenece a todo o a algún *B*, y *B* no pertenece a ningún *C*; pues si las premisas son convertidas es necesario que *C* no pertenezca a algún *A*[9]. De la segunda premisa dada aquí por Aristóteles obtenemos por conversión la proposición '*C* no pertenece a ningún *B*', de la primera premisa obtenemos '*B* pertenece a algún *A*', y de estas dos proposiciones resulta, de acuerdo con el modo Ferio de la primera figura, la conclusión '*C* no pertenece a algún *A*'. Así quedan probados dos nuevos modos silogísticos, más tarde denominados Fesapo y Fresison:

Si *A* pertenece a todo *B*	Si *A* pertenece a algún *B*
y *B* no pertenece a ningún *C*,	y *B* no pertenece a ningún *C*,
entonces *C* no pertenece a algún *A*.	entonces *C* no pertenece a algún *A*.

Aristóteles llama al término menor *C* y al mayor *A* porque trata las premisas desde el punto de vista de la primera figura. Afirma, por tanto, que de las premisas dadas resulta una conclusión en la que el término menor es predicado del mayor.

Otros tres silogismos que pertenecen a la cuarta figura son mencionados por Aristóteles al comienzo del Libro II de los *Primeros Analíticos*. Aristóteles establece aquí que todos los silogismos universales (esto es, silogismos con una conclusión universal) dan más de un resultado, y que de los silogismos particulares los afirmativos dan lugar a más de una y los negativos sólo a una conclusión. Porque todas las premisas son convertibles excepto las particulares negativas; y la conclusión establece algo acerca de algo. Consecuentemente todos los silogismos excepto el particular negativo dan lugar a más de una conclusión, p. ej. si ha sido probado que *A* pertenece a todo o a algún *B*, entonces *B* pertenece a algún *A*; y si ha sido probado que *A* no pertenece a ningún *B*, entonces *B* no pertenece a ningún *A*. Esta es una conclusión diferente de la primera. Pero si *A* no pertenece a algún *B*, no es necesario que *B* no pertenezca a algún *A*, pues es posible que pertenezca a todo *A*[10].

---

[8] *An. pr.* i. 6, 28^{b}7 εἰ γὰρ τὸ μὲν *P* παντὶ τῷ Σ τὸ δὲ Π τινί, ἀνάγκη τὸ Π τινὶ τῷ *P* ὑπάρχειν· ἐπεὶ γὰρ ἀντιστρέφει τὸ καταφατικόν, ὑπάρξει τὸ Σ τινὶ τῷ Π, ὥστ' ἐπεὶ τὸ μὲν *P* παντὶ τῷ Σ, τὸ δὲ Σ τινὶ τῷ Π, καὶ τὸ *P* τινὶ τῷ Π ὑπάρξει· ὥστε τὸ Π τινὶ τῷ *P*. Este pasaje refuta la afirmación de Friedrich Solmsen de que a Aristóteles no le agradaba aplicar el procedimiento de conversión a la conclusión. *Die Entstehung der aristotelischen Logik und Rhetorik*, Berlin (1929), p. 55: 'Die Umkehrung dringt in die conclusio ein, in der Aristoteles sie nicht kennen wollte.'

[9] *An. pr.* i. 7, 29^{a}19 δῆλον δὲ καὶ ὅτι ἐν ἅπασι τοῖς σχήμασιν, ὅταν μὴ γίνηται συλλογισμός, κατηγορικῶν μὲν ἢ στερητικῶν ἀμφοτέρων ὄντων τῶν ὅρων οὐδὲν ὅλως γίνεται ἀναγκαῖον, κατηγορικοῦ δὲ καὶ στερητικοῦ, καθόλου ληφθέντος τοῦ στερητικοῦ, ἀεὶ γίνεται συλλογισμὸς τοῦ ἐλάττονος ἄκρου πρὸς τὸ μεῖξον, οἷον εἰ τὸ μὲν *A* παντὶ τῷ *B* ἢ τινί, τὸ δὲ *B* μηδενὶ τῷ Γ. ἀντιστρεφομένων γὰρ τῶν προτάσεων ἀνάγκη τὸ Γ τινὶ τῷ *A* μὴ ὑπάρχειν.

[10] *An. pr.* ii. I, 53^{a}4 οἱ μὲν καθόλου (scil. συλλογισμοὶ) πάντες ἀεὶ πλείω συλλογίζονται, τῶν δ' ἐν μέρει οἱ μὲν κατηγορικοὶ πλείω, οἱ δ' ἀποφατικοὶ τὸ συμπέρασμα μόνον. αἱ μὲν

Vemos por este pasaje que Aristóteles conoce los modos de la cuarta figura denominados más tarde Bramantip, Camenes y Dimaris, y que los obtiene por conversión de la conclusión de los modos Barbara, Celarent y Darii. La conclusión de un silogismo es una proposición que establece algo acerca de algo, esto es, una premisa, y por consiguiente las leyes de conversión pueden ser aplicadas a ella. Es importante que proposiciones del tipo '*A* no pertenece a ningún *B*' y '*B* no pertenece a ningún *A*' sean consideradas por Aristóteles como diferentes.

Se sigue de estos hechos que Aristóteles conoce y acepta todos los modos de la cuarta figura. Esto debe ser subrayado frente a la opinión de algunos filósofos según la cual él recusó estos modos. Una recusación tal sería un error lógico que no puede ser imputado a Aristóteles. Su único error es la omisión de estos modos en la división sistemática de los silogismos. No sabemos por qué hizo así. Las razones filosóficas, como luego veremos, deben ser excluidas. La explicación más probable es dada, en mi opinión, por Bochenski[11], que supone que el cap. 7 del Libro I, y el capítulo 1 del Libro II de los *Primeros Analíticos,* donde estos nuevos modos son mencionados, fueron compuestos por Aristóteles después de la exposición sistemática de los capítulos 4-6 del Libro I. Esta hipótesis me parece ser la más probable, pues hay otros muchos puntos en los *Primeros Analíticos* que sugieren que los contenidos de esta obra fueron ensanchándose durante la composición de la misma. Aristóteles no tuvo tiempo de deducir sistemáticamente todos los nuevos descubrimientos por él hallados y dejó la continuación de su obra lógica a su discípulo Teofrasto. Teofrasto, ciertamente, halló para los modos de la cuarta figura que se encuentran 'sin domicilio' en el sistema de Aristóteles un lugar entre los modos de la primera figura[12]. A este propósito hubo de introducir una ligera modificación en la definición aristotélica de la primera figura. En lugar de decir que en la primera figura el término medio es el sujeto del mayor y el predicado del menor como hiciera Aristóteles[13], él decía generalmente que en la primera figura el término medio es el sujeto de una premisa y el predicado de la otra. Alejandro repite esta definición, que probablemente proviene de Teofrasto, y no parece advertir que es diferente de la descripción aristotélica de la primera figura[14]. La corrección de Teofrasto es tan buena solución al problema de las figuras silogísticas como la adición de una nueva figura.

γὰρ ἄλλαι προτάσεις ἀντιστρέφουσιν, ἡ δὲ στερητικὴ οὐκ ἀντιστρέφει· τὸ δὲ συμπέρασμα τί κατά τινός ἐστιν. ὥσθ' οἱ μὲν ἄλλοι συλλογισμοὶ πλείω συλλογίζονται, οἷον εἰ τὸ *A* δέδεικται παντὶ τῷ *B* ἢ τινί, καὶ τὸ *B* τινὶ τῷ *A* ἀναγκαῖον ὑπάρχειν· καὶ εἰ μηδενὶ τῷ *B* τὸ *A*, οὐδὲ τὸ *B* οὐδενὶ τῷ *A*. τοῦτο δ' ἕτερον τοῦ ἔμπροσθεν. εἰ δὲ τινὶ μὴ ὑπάρχει, οὐκ ἀνάγκη καὶ τὸ *B* τινὶ τῷ *A* μὴ ὑπάρχειν· ἐνδέχεται γὰρ παντὶ ὑπάρχειν.

[11] I. M. Bochenski, O. P., *La logique de Théophraste,* Colectanea Friburgensia, Nueva Serie, fasc. xxxii, Fribugo de Suiza (1947), pág. 59.

[12] Alejandro 69. 27 Θεόφραστος δὲ προστίθησιν ἄλλους πέντε τοῖς τέσσαρσι τούτοις οὐκέτι τελείους οὐδ' ἀναποδείκτους ὄντας, ὧν μνημονεύει καὶ ὁ Ἀριστοτέλης, τῶν μὲν ἐν τούτῳ τῷ βιβλίῳ προελθών, τῶν δὲ ἐν τῷ μετὰ τοῦτο τῷ δευτέρῳ κατ' ἀρχάς. Cfr. ibid. 110.12.

[13] Cfr. pág. 29, nota 5.

[14] Alejandro 258. 17 (ad i. 23) ἡ δὲ τοῦ μέσου σχέσις πρὸς τά, ὧν λαμβάνεται μέσον, τριχῶς γίνεται (ἢ γὰρ ἐν μέσῳ τίθεται αὐτῶν τῷ μὲν ὑποκείμενος αὐτῶν τοῦ δὲ κατηγορούμενος, ἢ ἀμφοτέρων κατηγορεῖται, ἢ ἀμφοτέροις ὑπόκειται). Ibid. 349. 5 (ad i. 32) ἂν μὲν γὰρ ὁ μέσος ἐν ἀμφοτέραις ὢν ταῖς προτάσεσιν οὕτως ᾖ ὡς τοῦ μὲν κατηγορεῖσθαι αὐτῶν τῷ δὲ ὑποκεῖσθαι, πρῶτον ἔσται σχῆμα.

§ 10. Los términos mayor, medio y menor

Hay todavía otro error cometido por Aristóteles en los *Primeros Analíticos,* con más serias consecuencias. Concierne a la definición de los términos mayor, menor y medio tal como se dan en la caracterización de la primera figura. Ello empieza con las palabras: 'Siempre que tres términos están relacionados unos con otros de modo que el último está contenido en el medio y el medio está contenido o no en el primero, los extremos han de formar un silogismo perfecto.' Así es como empieza Aristóteles; en la sentencia siguiente explica lo que entiende por término medio: 'Llamo medio término al que está contenido en otro y contiene en sí mismo a otro, resultando ser también medio por su posición.'[15] Aristóteles investiga después las formas silogísticas de la primera figura con premisas universales sin usar las expresiones 'término mayor' y 'término menor'. Estas expresiones aparecen por primera vez cuando llega a los modos de la primera figura con premisas particulares. Aquí hallamos las siguientes explicaciones: 'Llamo término mayor a aquél en que el término medio está contenido y término menor a aquél que cae bajo el medio.'[16] Estas explicaciones de los términos mayor y menor, como la del término medio, están expresadas muy generalmente. Parece como si Aristóteles pretendiese aplicarlas a todos los modos de la primera figura[17]. No obstante, si pensó que podían abarcar todos los casos, estaba en un error.

De hecho estas explicaciones pueden ser solamente aplicadas a silogismos del modo Barbara con términos concretos y premisas verdaderas, p. ej.:

(1) Si todos los pájaros son animales
y todos los cuervos son pájaros,
entonces todos los cuervos son animales.

En este silogismo hay un término 'pájaro', que está contenido en otro término 'animal', y contiene en sí un tercer término, 'cuervo'. De acuerdo con la explicación dada, 'pájaro' sería el término medio. Consecuentemente 'animal' sería el término mayor y 'cuervo' el término menor. Es evidente que el término mayor es denominado así porque es el más amplio en extensión, mientras que el término menor es el menos extenso.

Sabemos, sin embargo, que los silogismos con términos concretos son sólo aplicaciones de leyes lógicas, pero ellos no pertenecen a la lógica. El modo Barbara, como ley lógica, tiene que ser enunciado con variables:

(2) Si todo *B* es *A*
y todo *C* es *B*,
entonces todo *C* es *A*.

Las explicaciones dadas no son aplicables a esta ley lógica pues no es posible determinar relaciones extensionales entre variables. Puede decirse que *B* es el sujeto en la primera premisa y el predicado en la segunda, pero no puede afirmarse que *B* esté

---

[15] *An. pr.* i. 4, 25[b]32 ὅταν οὖν ὅροι τρεῖς οὕτως ἔχωσι πρὸς ἀλλήλους ὥστε τὸν ἔσχατον ἐν ὅλῳ εἶναι τῷ μέσῳ καὶ τὸν μέσον ἐν ὅλῳ τῷ πρώτῳ ἢ εἶναι ἢ μὴ εἶναι, ἀνάγκη τῶν ἄκρων εἶναι συλλογισμὸν τέλειον. καλῶ δὲ μέσον μὲν ὃ καὶ αὐτὸ ἐν ἄλλῳ καὶ ἄλλο ἐν τούτῳ ἐστίν, ὃ καὶ τῇ θέσει γίνεται μέσον.

[16] Ibid., 26[a]21 λέγω δὲ μεῖζον μὲν ἄκρον ἐν ᾧ τὸ μέσον ἐστιν, ἔλαττον δὲ τὸ ὑπὸ τὸ μέσον ὄν.

[17] Maier, op. cit., vol. ii *a*, págs. 49, 55, realmente las trata como definiciones válidas para todos los modos de la primera figura.

contenido en *A* o que contenga a *C;* pues el silogismo (2) es verdadero para todos los valores de las variables *A*, *B* y *C*, incluso para aquellos que no verifican sus premisas. Tómese 'pájaro' por *A*, 'cuervo' por *B*, y 'animal' por *C:* obtenemos un silogismo verdadero:

(3) Si todos los cuervos son pájaros
y todos los animales son cuervos,
entonces todos los animales son pájaros.

Las relaciones extensionales de los términos 'cuervo', 'pájaro' y 'animal' son sin duda independientes de los modos silogísticos y continúan siendo en el silogismo (3) las mismas que eran en el (1). Pero el término 'pájaro' ya no es el término medio en (3) como lo era en (1); 'cuervo' es el término medio en (3) porque ocurre en ambas premisas, y el término medio ha de ser común a ambas premisas. Esta es la definición de término medio aceptada por Aristóteles para todas las figuras[18]. Esta definición general es incompatible con la explicación especial dada por Aristóteles para la primera figura. La explicación especial del término medio es obviamente errónea. Es asimismo evidente que las explicaciones de los términos mayor y menor que Aristóteles da para la primera figura no son menos erróneas.

Aristóteles no da una definición de los términos mayor y menor válida para todas las figuras, pero prácticamente trata al predicado de la conclusión como el término mayor y al sujeto de la conclusión como el término menor. Es fácil ver hasta qué punto induce a error esta terminología: en el silogismo (3) el término 'pájaro' es menor en extensión que el término menor 'animal'. Si el lector encuentra alguna dificultad en aceptar el silogismo (3) porque es falsa su premisa menor, puede leer 'algunos animales' en lugar de 'todos los animales'. El silogismo:

(4) Si todos los cuervos son pájaros
y algunos animales son cuervos,
entonces algunos animales son pájaros.

es un silogismo válido del modo Darii con premisas verdaderas. Y de nuevo aquí, como en el silogismo (3), el término más amplio 'animal' es el término menor; 'pájaro', medio en extensión, es el término mayor; y el término menos extenso 'cuervo' es el término medio.

Las dificultades ya encontradas se hacen aún mayores cuando tomamos como ejemplo silogismos con premisas negativas, v. g. el modo Celarent:

Si ningún *B* es *A*
y todo *C* es *B*,
entonces ningún *C* es *A*.

B es el término medio; pero ¿cumple con las condiciones dispuestas por Aristóteles para el término medio de la primera figura? Ciertamente no. ¿Y cuál de los términos *C* o *A* es el mayor y cuál el menor? ¿Cómo podemos comparar estos términos con respecto a su extensión? No hay ninguna respuesta positiva a estas últimas preguntas, porque parten de un error de origen[19].

---

[18] *An. pr.* i. 32, 47[a]38 *μέσον δὲ θετέον τῶν ὅρων τὸν ἐν ἀμφοτέραις ταῖς προτάσεσι λεγόμενον· ἀνάγκη γὰρ τὸ μέσον ἐν ἀμφοτέραις ὑπάρχειν ἐν ἅπασι τοῖς σχήμασιν.*

[19] No tenemos garantía, como Keynes (op. cit., pág. 286) justamente observa, de que el término mayor pueda ser el más grande en extensión y el menor el más pequeño, cuando una de las premisas es negativa o particular. Así, continúa Keynes, 'el silogismo –Ningún *M* es *P*, todo *S* es *M*, por tanto ningún *S* es *P*– da lugar como un caso [aquí sigue un diagrama representado

§11. La historia de un error

La defectuosa definición de los términos mayor y menor dada por Aristóteles para la primera figura, y la equivocada terminología que adopta, fueron ya en la antigüedad una fuente de dificultad. El problema surgió en el caso de la segunda figura. Todos los modos de esta figura tienen una conclusión negativa y los primeros dos modos, llamados más tarde Cesare y Camestres, dan lugar a una conclusión universal negativa. De las premisas '*M* pertenece a todo *N*' y '*M* no pertenece a ningún *X*' se sigue la conclusión '*X* no pertenece a ningún *N*', y por conversión de este resultado obtenemos la segunda conclusión '*N* no pertenece a ningún *X*'. En ambos silogismos *M* es el término medio; ¿pero cómo podemos decidir nosotros cuál de los dos términos restantes *N* y *X* es el mayor y cuál el menor? ¿Existen los términos mayor y menor 'por naturaleza' (*φύσει*) o 'por convención' (*θέσει*)?[20]

Tales problemas fueron suscitados, según Alejandro, por los peripatéticos posteriores. Ellos observaron que en las premisas afirmativas universales un término puede ser mayor por naturaleza, porque en tales premisas el predicado es más amplio en extensión (*ἐπὶ πλέον*) que el sujeto, pero esto no ocurre en premisas universales negativas[21]. No podemos conocer, por ejemplo, cuál de los términos 'pájaro' u 'hombre' es mayor, porque es igualmente verdad que 'ningún pájaro es un hombre' y que 'ningún hombre es un pájaro'. Herminio, maestro de Alejandro, trató de resolver esta cuestión modificando el significado de la expresión 'término mayor'. Dice que de dos términos tales, 'pájaro' y 'hombre', es el mayor el que en una clasificación sistemática de los animales esté más próximo al género común 'animal'. En nuestro ejemplo es el término 'pájaro'[22]. Alejandro tiene razón cuando rechaza esta teoría y su ulterior elaboración dada por Herminio, pero rechaza también la opinión de que el término mayor es el predicado de la conclusión. El término mayor, dice, no sería fijo en este caso, pues la premisa universal negativa es convertible, y lo que hasta ahora ha sido un término mayor inmediatamente se convierte en menor, con lo que dependería de nosotros el hacer que un mismo término fuese mayor y menor [23]. Su propia solución se basa en la suposición de que cuando vamos a construir un silogismo lo que hacemos es elegir las premisas para un problema dado al que concebimos como la conclusión. El predicado de esta conclusión es el térmi-

---

por tres círculos *M*, *P* y *S*, uno grande *S* incluido en otro más grande *M*, y fuera de ellos uno pequeño *P*] donde el término mayor puede ser el más pequeño en extensión y el medio el más grande'. Keynes olvida que no es lo mismo dibujar un círculo pequeño *P* fuera de un círculo grande *S* y mantener que el término *P* es más pequeño en extensión que el término *S*. Los términos pueden ser comparados con respecto a su extensión sólo en el caso de que uno de ellos esté contenido en el otro.

[20] Alejandro 72. 17 *ζητεῖται, εἰ φύσει ἐν δευτέρῳ σχήματι μείζων τίς ἐστι καὶ ἐλάττων ἄκρος, καὶ τίνι οὗτος κριθήσεται.*

[21] Ibid. 72. 24 *ἐπὶ μὲν γὰρ τῶν καταφατικῶν μείζων ὁ κατηγορούμενος καθόλου, ὅτι καὶ ἐπὶ κλέον· διὰ τούτου γὰρ οὐδὲ ἀντιστρέφει· ὥστε φύσει αὐτῷ τὸ μείζονα εἶναι ὑπάρχει. ἐπὶ δὲ τῶν καθόλου ἀποφατικῶν οὐκέτι τοῦτο ἀληθές.*

[22] Ibid. 27 *Ἑρμῖνος οἴεται, ἐν δευτέρῳ σχήματι τὸν μείζονα ἄκρον εἶναι... τὸν ἐγγύτερον τοῦ κοινοῦ γένους αὐτῶν (ἂν γὰρ ὦσιν οἱ ἄκροι ὄρνεον καὶ ἄνθρωπος, ἐγγυτέρω τοῦ κοινοῦ γένους αὐτῶν, τοῦ ζῴου, τὸ ὄρνεον τοῦ ἀνθρώπου καὶ ἐν τῇ πρώτῃ διαιρέσει, διὸ καὶ μείζων ἄκρος τὸ ὄρνεον).*

[23] Ibid. 75. 10 *ἀλλ' οὐδὲ ἁπλῶς πάλιν ῥητέον μείζονα τὸν ἐν τῷ συμπεράσματι τοῦ συλλογισμοῦ κατηγορούμενον, ὡς δοκεῖ τισιν· οὐδὲ γὰρ οὗτος δῆλος· ἄλλοτε γὰρ ἄλλος ἔσται καὶ οὐχ ὡρισμένος τῷ ἀντιστρέφειν τὴν καθόλου ἀποφατικήν, καὶ ὁ τέως μείζων αὖθις ἐλάττων, καὶ ἐφ' ἡμῖν ἔσται τὸν αὐτὸν καὶ μείζω καὶ ἐλάττω ποιεῖν.*

no mayor, y no importa si luego convertimos o no esta conclusión: en el problema, tal y como se planteó inicialmente, el término mayor fue y sigue siendo el predicado[24]. Alejandro olvida que cuando vamos a construir un silogismo no siempre estamos eligiendo las premisas para una conclusión dada, pues a veces deducimos nuevas conclusiones de premisas dadas.

El problema fue resuelto sólo después de Alejandro. Lo que Juan Filopón escribe sobre esta materia merece ser considerado como clásico. De acuerdo con él podemos definir al término mayor y al menor o bien solamente para la primera figura o bien para las tres figuras a la vez. En la primera figura el término mayor es el predicado del medio y el término menor el sujeto del medio. Pero una definición semejante no se puede dar para las otras dos figuras porque la relación de los extremos con el término medio es la misma en ellas. Debemos por lo tanto aceptar como regla común para todas las figuras que el término mayor es el predicado de la conclusión y el término menor el sujeto de ésta[25]. Que esta regla es sólo una convención se sigue de otro pasaje de Filopón en donde se lee que los modos universales de la segunda figura tienen un término mayor y uno menor sólo por convención, pero no por naturaleza[26].

§12. El orden de las premisas

En torno a la lógica aristotélica han surgido algunos curiosos prejuicios filosóficos que no pueden ser explicados racionalmente. Uno de ellos está dirigido contra la cuarta figura, respecto de la cual desencadena a veces una extraña aversión, y otro es la singular opinión de que en todos los silogismos la premisa mayor debe estar colocada primero.

Desde el punto de vista de la lógica el orden de las premisas en los silogismos aristotélicos es arbitrario, porque las premisas del silogismo forman una conjunción y los miembros de una conjunción son conmutables. Es sólo una convención que la premisa mayor sea colocada en primer lugar. No obstante, algunos filósofos, como Waitz o Maier, mantienen que el orden de las premisas es fijo. Waitz censura a Apuleyo porque ha cambiado este orden[27], y Maier rechaza la opinión de Trendelenburg de que Aristóteles no se opusiera completamente a esto[28]. Ningún argumento se aduce en ninguno de ambos casos.

---

[24] Alejandro 75. 26 *τὸν δὴ ἐν τῷ προκειμένῳ προβλήματι εἰς τὴν δεῖξιν κατηγορούμενον τοῦτο θετέον μεῖζονα· καὶ γὰρ εἰ ἀντιστρέφει καὶ διὰ τοῦτο γίνεται ὁ αὐτὸς καὶ ὑποκείμενος, ἀλλ' ἔν γε τῷ ἡμῖν εἰς τὸ δεῖξαι προκειμένῳ κατηγορούμενος ἦν τε καὶ μένει.*

[25] Filopono 67. 19 *ἴδωμεν πρότερον καὶ τίς ἐστι μεῖζων ὅρος καὶ τίς ἐλάττων. τοῦτο δὲ δυνατὸν μὲν καὶ κοινῶς ἐπὶ τῶν τριῶν σχημάτων διορίσασθαι καὶ ἰδίᾳ ἐπὶ τοῦ πρώτου. καὶ ἰδίᾳ μὲν ἐπὶ τοῦ πρώτου σχήματος μεῖζων ὅρος ἐστὶν ὁ τοῦ μέσου κατηγορούμενος, ἐλάττων δὲ ὁ τῷ μέσῳ ὑποκείμενος. καὶ τοῦτο μὲν ἰδιαζόντως ἐπὶ τοῦ πρώτου λέγομεν, ἐπειδὴ ὁ μέσος ἐν τῷ πρώτῳ τοῦ μὲν κατηγορεῖται τῷ δὲ ὑπόκειται, ἀλλ' ἐπειδὴ κατ' οὐδέτερον τῶν ἄλλων σχημάτων διάφορον ἔχουσι σχέσιν οἱ ἄκροι πρὸς τὸν μέσον, δῆλον ὅτι οὐκέτι ἁρμόσει ἡμῖν οὗτος ὁ προσδιορισμὸς ἐπ' ἐκείνων. χρηστέον οὖν κοινῷ κανόνι ἐπὶ τῶν τριῶν σχημάτων τούτῳ, ὅτι μεῖζων ἐστὶν ὅρος ὁ ἐν τῷ συμπεράσματι κατηγορούμενος, ἐλάττων δὲ ὁ ἐν τῷ συμπεράσματι ὑποκείμενος.*

[26] Ibid. 87. 10 *τὸ δὲ μεῖζον ἄκρον ἐν τούτῳ τῷ σχήματι τῶν δύο προτάσεων καθόλου οὐσῶν οὐκ ἔστι φύσει ἀλλὰ θέσει.*

[27] Waitz, op. cit., vol. i, pág. 380: 'Appuleius in hunc errorem se induci passus est, ut propositionum ordinem immutaverit.'

[28] Maier, op. cit., vol. ii *a*, pág. 63: 'Darnach is Trendelenburg's Auffassung, dass Aristoteles die Folge der Prämissen frei lasse, falsch. Die Folge der Prämissen ist vielmehr festgelegt.' No veo claro a qué razones se refiere con *darnach*.

No sé quién es el autor de la opinión de que el orden de las premisas es fijo. Ciertamente no es Aristóteles. Aunque Aristóteles no ha dado una definición de los términos mayor y menor válida para las tres figuras, es siempre fácil determinar qué término y qué premisa son considerados por él como mayores y cuáles como menores. En su exposición sistemática de la silogística, Aristóteles usa diferentes letras para denotar términos diferentes; para cada figura pone a éstas en orden alfabético (*θέσις*) y dice explícitamente qué término es denotado por una letra dada. Así tenemos para la primera figura las letras *A, B, C; A* es el término mayor, *B* el medio y *C* el menor[29]. Para la segunda figura tenemos las letras *M, N, X* donde *M* es el término medio *N* el mayor, y *X* el menor[30]. Para la tercera figura tenemos las letras *P, R, S*, donde *P* es el término mayor, *R* es menor y *S* el medio[31].

Aristóteles pone primero la premisa mayor en todos los modos de la primera y la segunda figuras y en dos modos de la tercera, Darapti y Ferison[32]. En los restantes modos de la tercera figura, Felapton, Disamis, Datisi y Bocardo, la premisa menor está colocada en primer lugar[33]. El ejemplo más conspicuo es el modo Datisi. Este modo es formulado en el mismo capítulo dos veces. En ambas formulaciones las letras son las mismas, pero las premisas están invertidas. La primera formulación dice: 'Si *R* pertenece a algún *S*, y *P* a todo *S*, *P* ha de pertenecer a algún *R*'[34]. La primera premisa de este silogismo es la menor, pues contiene al término menor *R*. La segunda formulación dice: 'Si *P* pertenece a todo *S*, y *R* a algún *S*, entonces *P* pertenece a algún *R*.'[35] La primera premisa de este segundo silogismo es la premisa mayor, pues contiene el término mayor *P*. Hay que prestar atención al hecho de que esta segunda formulación es dada sólo de un modo ocasional, mientras que la fórmula normal de este modo, que pertenece a la exposición sistemática, es enunciada con las premisas transpuestas.

---

[29] Esto se sigue de la definición dada por Aristóteles para la primera figura; véase pág. 33, nota 15. Cfr. Alejandro 54, 12 *ἔστω γὰρ μείζων μὲν ἄκρος τὸ A, μέσος δὲ ὅρος τὸ B, ἐλάττων δὲ ἄκρος τὸ Γ.*

[30] *An. pr.* i. 5, 26^{b}34 *ὅταν δὲ τὸ αὐτὸ τῷ μὲν παντὶ τῷ δὲ μηδενὶ ὑπάρχῃ, ἢ ἑκατέρῳ παντὶ ἢ μηδενί, τὸ μὲν σχῆμα τὸ τοιοῦτον καλῶ δεύτερον, μέσον δὲ ἐν αὐτῷ λέγω τὸ κατηγορούμενον ἀμφοῖν, ἄκρα δὲ καθ' ὧν λέγεται τοῦτο, μεῖζον δὲ ἄκρον τὸ πρὸς τῷ μέσῳ κείμενον, ἔλαττον δὲ τὸ πορρωτέρω τοῦ μέσου. τίθεται δὲ τὸ μέσον ἔξω μὲν τῶν ἄκρων, πρῶτον δὲ τῇ θέσει.* Cfr. Alejandro 78. 1 *χρῆται γὰρ στοιχείοις οὐ τοῖς A, B, Γ, οἷς ἐν τῷ πρώτῳ σχήματι, ἀλλὰ τοῖς M, N, Ξ, μέσον μὲν λαμβάνων τὸ M τὸ ἀμφοτέρων κατηγορούμενον καὶ τὴν πρώτην ἔχον τάξιν ἐν τῇ καταγραφῇ, μεῖζονα δὲ ἄκρον τὸ N ἐφεξῆς κείμενον μετὰ τὸν μέσον, ἔσχατον δὲ καὶ ἐλάττονα τὸ Ξ.*

[31] *An. pr.* i. 6, 28^{a}10 *ἐὰν δὲ τῷ αὐτῷ τὸ μὲν παντὶ τὸ δὲ μηδενὶ ὑπάρχῃ, ἢ ἄμφω παντὶ ἢ μηδενί, τὸ μὲν σχῆμα τὸ τοιοῦτον καλῶ τρίτον, μέσον δ' ἐν αὐτῷ λέγω καθ' οὗ ἄμφω τὰ κατηγορούμενα, ἄκρα δὲ τὰ κατηγορούμενα, μεῖζον δ' ἄκρον τὸ πορρώτερον τοῦ μέσου, ἔλαττον δὲ τὸ ἐγγύτερον. τίθεται δὲ τὸ μέσον ἔξω μὲν τῶν ἄκρων, ἔσχατον δὲ τῇ θέσει.* Cfr. Alejandro 98. 20 *ἐπὶ τούτου τοῦ σχήματος πάλιν χρῆται στοιχείοις τοῖς Π, P, Σ, καὶ ἔστιν αὐτῷ τοῦ μὲν μείζονος ἄκρου σημαντικὸν τὸ Π, τοῦ δὲ ἐλάττονος καὶ ὀφείλοντος ὑποκεῖσθαι ἐν τῷ γινομένῳ συμπεράσματι τὸ P, τοῦ δὲ μέσου τὸ Σ.*

[32] Véase por ejemplo pág. 14, nota 6 (Barbara) y pág. 20, nota 31 (Ferio).

[33] Véase pág. 19, nota 28 (Felapton), y pág. 18, nota 20 (Disamis).

[34] *An. pr.* i. 6, 28^{b}12 *εἰ τὸ μὲν P τινὶ τῷ Σ τὸ δὲ Π παντὶ ὑπάρχει, ἀνάγκη τὸ Π τινὶ τῷ P ὑπάρχειν.*

[35] Ibid. 28^{b}26 *εἰ γὰρ παντὶ τὸ Π τῷ Σ ὑπάρχει, τὸ δὲ P τινὶ τῷ Σ, καὶ τὸ Π τινὶ τῷ P ὑπάρξει.*

En el Libro II de los *Primeros Analíticos* encontramos otros modos con las premisas traspuestas, como Darii[36], Camestres[37], Baroco[38]. Incluso Barbara, el silogismo principal, es citado ocasionalmente por Aristóteles con la premisa menor en primer lugar[39]. Difícilmente puedo entender, a la vista de estos ejemplos, cómo algunos filosófos que conocen los textos griegos del *Organon*, pueden haber formado y mantenido la opinión de que el orden de las premisas es fijo y que la premisa mayor debe estar colocada en primer lugar. Parece que los prejuicios filosóficos pueden destruir a veces no sólo el sentido común, sino la facultad de percibir los hechos tal y como son.

§13. Errores de algunos comentaristas modernos

La historia de la cuarta figura puede servir igualmente de ejemplo para confirmar cuán extraños son a veces los prejuicios filosóficos. Carl Prantl, el conocidísimo historiador de lógica, empieza su consideración de esta figura con las siguientes palabras: 'La cuestión de saber por qué triviales malabarismos, como por ejemplo, la llamada cuarta figura galénica, no han sido encontrados en Aristóteles, es algo que no ha de ocuparnos en absoluto. Evidentemente no puede ser nuestra tarea el declarar a cada paso de la lógica aristotélica que éste o aquél sinsentido no se dan en ella'[40]. Prantl no sabe que Aristóteles conoce y acepta los modos de la llamada cuarta figura galénica y que sería un error lógico no considerar estos modos como válidos. Pero vayamos más lejos. Comentando el pasaje donde Aristóteles habla de los modos denominados más tarde Fesapo y Fresison[41], Prantl formula primero estos modos como reglas de inferencia:

Todo *B* es *A*	Algún *B* es *A*
Ningún *C* es *B*	Ningún *C* es *B*
Algún *A* no es *C*	Algún *A* no es *C*

–él, por supuesto, no advierte la diferencia entre el silogismo aristotélico y el tradicional– y luego dice: 'Por transposición de la premisa mayor y la menor resulta posible comenzar para el acto de razonamiento'; y más adelante: 'Tales tipos de razonamientos no son, desde luego, propiamente válidos, porque las premisas ordenadas como lo estaban antes de la transposición son simplemente nulas para el silogismo'[42]. Este pasaje revela en mi opinión, la absoluta ignorancia de la lógica por parte

---

[36] Ibid. ii. 11, 61^{b}41 *εἰ γὰρ τὸ A τωὶ τῷ B, τὸ δὲ Γ παντὶ τῷ A, τινὶ τῷ B τὸ Γ ὑπάρξει.*

[37] Ibid. ii. 8, 60^{a}3 *εἰ τὸ A μηδενὶ τῷ Γ, τῷ δὲ B παντί, οὐδενὶ τῷ Γ τὸ B.*

[38] Ibid. 60^{a}5 *εἰ γὰρ τὸA τωὶ τῷ Γ μὴ ὑπάρχει, τῷ δὲ B παντί, τὸ B τωὶ τῷ Γ οὐχ ὑπάρξει.*

[39] Véase pág. 20, nota 34.

[40] Carl Prantl, *Geschichte der Logik im Abendlande*, vol. i, pág. 272: 'Die Frage aber, warum einfältige Spielereien, wie z. B. die sog. Galenische vierte Figur, sich bei Aristoteles nicht finden, werfen wir natürlich gar nicht auf; ... wir können selbstverständlicher Weise nicht die Aufgabe haben, bei jedem Schritte der aristotelischen Logik eigens anzugeben, dass dieser oder jener Unsinn sich bei Aristoteles nicht finde.'

[41] Véase pág. 31, nota 9.

[42] Prantl, op. cit., vol. i, pág. 276:

'Alles B ist A	Einiges B ist A
Kein C ist B	Kein C ist B
Einiges A ist nicht C	Einiges A ist nicht C

woselbst durch Vertauschung des Untersatzes mit dem Obersatze es möglich wird, dass die

de Prantl. Parece no comprender que Aristóteles prueba la validez de estos modos no por transposición de las premisas, esto es, invirtiendo su orden, sino por conversión de ellas, esto es cambiando los lugares de sus sujetos y predicados. Además está fuera de lugar decir que, suponiendo que dos premisas han sido dadas, el acto de razonamiento comienza cuando una de las premisas se enunció primero, pero no resulta ningún silogismo cuando la otra le precede. Desde el punto de vista de la lógica la obra de Prantl es inútil.

Lo mismo puede decirse de la obra de Heinrich Maier. Su tratamiento de las figuras silogísticas en general y la cuarta figura en particular es en mi opinión uno de los más oscuros capítulos de su laborioso, pero desafortunado libro[43]. Maier escribe que hay dos opiniones sobre el criterio para determinar las figuras silogísticas que son opuestas entre sí: una (especialmente Ueberweg) ve este criterio en la posición del término medio como sujeto o predicado, la otra (especialmente Tredelenburg) lo ve en la relación extensional del término medio con los extremos. No se ha establecido aún, dice Maier, cuál de estas dos opiniones es la correcta[44]. El adopta la segunda como propia, apoyándose en la caracterización que hace Aristóteles de la primera figura. Nosotros sabemos ya que esta caracterización es lógicamente insostenible. Maier no sólo la acepta, sino que modifica la caracterización aristotélica de las otras dos figuras de acuerdo con la primera. Aristóteles describe la segunda figura algo descuidadamente como sigue: 'Siempre que el mismo término pertenezca a todo lo de un sujeto y a nada del otro, o a todo lo de cada sujeto, o a nada de ambos, llamo a una figura tal, la segunda; por "término medio" en ella entiendo lo que es predicado de ambos sujetos, y por "extremos" los términos de los que éste se predica'[45]. Maier observa: 'Si pensamos que las expresiones "*B* está incluido en *A*", "*A* pertenece a *B*", y "*A* es predicado de *B*" son intercambiables, entonces podemos poner esta caracterización de acuerdo con la descripción de la primera figura en las siguientes palabras'[46]. Maier comete aquí su primer error: no es cierto que las tres expresiones que cita puedan ser reemplazadas entre sí. Aristóteles establece explícitamente: 'Decir que un término está incluido en otro es lo mismo que decir que el otro es predicado de todo lo del primero'[47]. La expresión '*B* está incluido en *A*', significa, por lo tanto, lo mismo que '*A* es predicado de todo *B*' o '*A* pertenece a todo *B*', pero no significa '*A* es predicado de *B*' o '*A* pertenece a *B*'. Con este primer error se conecta un segundo: Maier mantiene que la premisa negativa también tiene la forma externa de subordinación de un término a otro, igual que la premisa universal afirmativa[48]. ¿Qué se entiende aquí por 'forma externa'? Cuando *A* pertene-

---

Thätigkeit des Schliessens beginne; ... natürlich aber sind solches keine eigenen berechtigten Schlussweisen, denn in solcher Anordnung vor der Vornahme der Vertauschung sind die Prämissen eben einfach nichts für den Syllogismus.'

[43] Véase Maier, op. cit., vol. ii *a*, 'Die drei Figuren', pp. 47-71, and vol. ii *b*, 'Ergänzung durch eine 4. Figur mit zwei Formen', pp. 261-9.

[44] Op. cit., vol, ii *a*, pág. 48, número 1.

[45] Véase el texto griego de la pág. 37, nota 30.

[46] Op. cit., vol. ii *a* pág. 49: 'Erwägt man nämlich, dass die Ausdrücke "B liegt im Umfang von A", "A kommt dem Begriff B zu" und "A wird von B ausgesagt" mit einander vertauscht werden können, so lässt sich die Charakteristik der zweiten Figur, welche der Beschreibung der ersten parallel gedacht ist, auch so fassen.'

[47] *An. pr.* i. I, 24^{b}26 *τὸ δὲ ἐν ὅλῳ εἶναι ἕτερον ἑτέρῳ καὶ τὸ κατὰ παντὸς κατηγορεῖσθαι θατέρου θάτερον ταὐτόν ἐστιν.*

[48] Op. cit., vol. ii *a* pág. 60, núm I : 'auch der negative syllogistische Satz hat wenigstens die äussere Form der Subordination.' Cfr. también ibid., pág. 50.

ce a todo *B*, entonces *B* está subordinado a *A*, y la forma externa de esta relación es precisamente la proposición '*A* pertenece a todo *B*'. Pero en una premisa negativa, por ejemplo '*A* no pertenece a ningún *B*', no existe la subordinación de términos, ni su forma. La aserción de Maier es lógicamente un sinsentido.

Citemos ahora la descripción que hace Maier de la segunda figura. Dice así: 'Siempre que de dos términos uno esté incluido y el otro no esté incluido en el mismo tercer término, o ambos estén incluidos en él o ninguno de los dos, tenemos la segunda figura ante nosotros. El término medio es el que incluye a los dos términos restantes y los extremos son los términos que están incluidos en el medio'[49]. Esta pretendida caracterización de la segunda figura es, de nuevo, lógicamente un sinsentido. Tomemos el siguiente ejemplo: Sean dadas dos premisas: '*A* pertenece a todo *B*' y '*C* no pertenece a ningún *A*'. Si *A* pertenece a todo *B*, entonces *B* está incluido en *A*, y si *C* no pertenece a ningún *A* no está incluido en *A*. Tenemos, por lo tanto, dos términos, *B* y *C*, uno de los cuales, *B*, está incluido, y el otro, *C*, no está incluido en el mismo tercer término *A*. De acuerdo con la descripción de Maier tendríamos la segunda figura ante nosotros. Lo que tenemos, sin embargo, no es la segunda figura, sino sólo dos premisas '*A* pertenece a todo *B*' y '*C* no pertenece a ningún *A*', de las que obtenemos por el modo Celarent de la primera figura la conclusión '*C* no pertenece a ningún *B*', y por el modo Camenes de la cuarta figura la conclusión '*B* no pertenece a ningún *C*'.

Sin embargo, cuando Maier llega al colmo del absurdo lógico es al emitir el aserto de que existe una cuarta figura silogística que consta de sólo dos modos, Fesapo y Fresison. Este aserto lo basa en el siguiente argumento: 'La doctrina aristotélica pasa por alto una posible posición del término medio. Este término puede ser menos general que el mayor y más que el menor, puede en segundo lugar ser más general, y en tercer lugar menos general que los extremos, pero puede asimismo ser más general que el término mayor y al mismo tiempo menos general que el menor'[50]. Si recordamos que de acuerdo con Maier el término mayor es siempre más general que el menor[51], y que la relación 'más general que' es transitiva, no podemos evitar la extraña consecuencia de su argumento de que el término medio de su cuarta figura sería a la vez más y menos general que el término menor. Desde el punto de vista de la lógica la obra de Maier es inútil.

§14. Las cuatro figuras galénicas

En casi todos los textos de lógica puede encontrarse la observación de que el inventor de la cuarta figura fue Galeno, un físico y filósofo griego que vivió en Roma en el siglo segundo d.C. La fuente de esta observación es sospechosa. No la en-

---

[49] Ibid., pág. 49: 'Wenn im Umfang eines und desselben Begriffes der eine der beiden übrigen Begriffe liegt, der andere nicht liegt, oder aber beide liegen oder endlich beide nicht liegen, so haben wir die zweite Figur vor uns. Mittelbegriff ist derjenige Begriff, in dessen Umfang die beiden übrigen, äußere Begriffe aber diejenigen, die im Umfang des mittleren liegen.'

[50] Op. cit., vol. ii *b*, pag. 264: 'Die aristotelische Lehre läßt eine mögliche Stellung des Mittelbegriffs unbeachtet. Dieser kann specieller als der Ober- und allgemeiner als der Unterbegriff, er kann ferner allgemeiner, er kann drittens specieller als die beiden äußeren Begriffe: aber er kann auch allgemeiner als der Ober- und zugleich specieller als der Unterbegriff sein.'

[51] Ibid., vol ii *a*, pág. 56: 'Oberbegriff ist stets, wie in der I. Figur ausdrücklich festgestellt ist, der allgemeinere, Unterbegriff der weniger allgemeine.'

contramos ni en ninguna de las obras hoy existentes de Galeno ni en las obras de los comentaristas griegos (incluyendo a Filopón). De acuerdo con Prantl los lógicos medievales recibieron la información de Averroes, quien dice que la cuarta figura fue mencionada por Galeno[52]. A esta vaga información podemos añadir dos tardíos fragmentos griegos descubiertos en el siglo XIX y también muy vagos. Uno de ellos fue publicado en 1844 por Mynas en el prefacio a su edición de la *'Introducción a la dialéctica'* de Galeno, y vuelto a publicar por Kalbfleisch en 1897. Este fragmento de autor desconocido nos cuenta que algunos escolarcas posteriores transformaron los modos añadidos por Teofrasto y Eudemo a la primera figura en una nueva figura, refiriéndose a Galeno como el padre de esta doctrina[53]. El otro fragmento griego fue hallado por Prantl en una obra lógica de Juan Italo (Siglo IX d.C.). Este autor dice sarcásticamente que Galeno mantuvo la existencia de una cuarta figura en oposición a Aristóteles, y, pensando que podía parecer más diestro que los viejos comentaristas lógicos, quedó muy lejos de serlo[54]. Esto es todo. A la vista de la débil base de estas fuentes, Ueberweg sospechó una mala interpretación del material, y Heinrich Scholz escribe en su *'Historia de la Lógica'* que Galeno no es probablemente el responsable de la cuarta figura[55].

Desde hace cincuenta años existe un escolio griego impreso que aclara toda la cuestión de un modo enteramente imprevisto. Aunque publicado, parece ser desconocido. Maximiliano Wallies, uno de los editores berlineses de los Comentarios griegos a Aristóteles, publicó en 1899 los fragmentos existentes del comentario de Amonio a los *Primeros Analíticos*, e insertó en el prefacio un escolio de un autor desconocido hallado en el mismo códice que aquél en que fueron preservados los fragmentos de Amonio. El escolio se titula 'De todas las clases de silogismo' y empieza así:

'Hay tres clases de silogismo: el categórico, el hipotético y el silogismo *κατὰ πρόσληψιν*. Del categórico hay dos tipos: el simple y el compuesto. Del silogismo simple hay tres tipos: la primera la segunda y la tercera figuras. Del silogismo compuesto hay cuatro tipos: la primera, la segunda, la tercera y la cuarta figuras. Pues Aristóteles dice que hay sólo tres figuras, porque considera los silogismos simples, que constan de tres términos. Galeno sin embargo, dice en su *Apodíctica* que hay cuatro figuras, porque tiene en cuenta los silogismos compuestos que constan de cuatro términos, pues él ha encontrado muchos de tales silogismos en los Diálogos de Platón.'[56]

---

[52] Prantl, i. 571 núm. 99, cita a Averroes en una traducción latina editada en Venecia (1553): 'Et ex hoc planum, quod figura quarta de qua meminit Galenus, non est syllogismus super quem cadat naturaliter cogitatio" Cfr. asimismo Prantl, ii. 390, número 322.

[53] K Kalbfleisch, *Über Galens Einleitung in die Logik*, 23. Supplementband der Jahrbücher für klassische Philologie, Leipzig (1897), pág. 707: *Θεόφραστος δὲ καὶ Εὔδημος καί τινας ἑτέρας συζυγίας παρὰ τὰς ἐκτεθείσας τῷ Ἀριστοτέλει προβτεθήκασι τῷ πρώτῳ σχήματι..., ἃς καὶ τέταρτον ἀποτελεῖν σχῆμα τῶν νεωτέρων ᾠήθησάν τινες ὡς πρὸς πατέρα τὴν δόξαν τὸν Γαληνὸν ἀναφέροντες.*

[54] Prantl, ii. 302, núm. 112: *τὰ δὲ σχήματα τῶν συλλογισμῶν ταῦτα· ὁ Γαληνὸς δὲ καὶ τέταρτον ἐπὶ τούτοις ἔφασκεν εἶναι, ἐναντίως πρὸς τὸν Σταγειρίτην φερόμενος, ὃς λαμπρότερον ἀναφανῆναι οἰόμενος τῶν τὴν λογικὴν πραγματείαν ἐξηγουμένων παλαιῶν ὡς πορρωτάτω εὐθέως ἐκπέπτωκε.*

[55] Fr. Ueberweg, *System der Logik*, Bonn (1882), 341. Cfr. asimismo Kalbfleisch, op. cit., pág. 699; H. Scholz, *Geschichte der Logik*, Berlin (1931), pág. 36.

[56] M. Wallies, *Ammonii in Aristotelis Analyticorum Priorum librum I Commentarium*, Berlin (1899), pág. ix: *Περὶ τῶν εἰδῶν πάντων τοῦ συλλογισμοῦ. τρία εἴδη ἐστὶ τοῦ [ἁπλοῦ] συλλογισμοῦ· τὸ κατηγορικόν, τὸ ὑποθετικόν, τὸ κατὰ πρόσληψιν. τοῦ δὲ κατηγορικοῦ δύο ἐστὶν εἴδη· ἁπλοῦν, σύνθετον. καὶ τοῦ μὲν ἁπλοῦ τρία ἐστὶν εἴδη· πρῶτον σχῆμα, δεύτερον σχῆμα, τρίτον σχῆμα. τοῦ δὲ συνθέτου τέσσαρά ἐστιν εἴδη· πρῶτον σχῆμα, δεύτερον σχῆμα, τρίτον,*

El desconocido escoliasta aún nos da algunas explicaciones más, de las que cabe colegir cómo pudo haber encontrado Galeno esta cuarta figura. Silogismos compuestos que constan de cuatro términos pueden ser formados por combinaciones de las tres figuras I, II, y III de los silogismos simples de nueve maneras distintas: I con I, I con II, I con III, II con II, II con I, II con III, III con III, III con I, III con II. De dos de estas combinaciones, a saber: II con II y III con III no se obtiene ningún silogismo, y de las restantes combinaciones, II con I da la misma figura que I con II, III con I, la misma que I con III, y III con II la misma que II con III. Obtenemos así sólo cuatro figuras, I con I, I con II, I con III y II con III[57]. Se citan ejemplos, de los que tres están tomados de los Diálogos de Platón, dos del *Alcibíades*, y uno de la *República*.

Este preciso y minucioso informe debe ser explicado y examinado. Componiendo silogismos de cuatro términos tenemos tres premisas y dos términos medios, por ejemplo *B* y *C*, que forman la premisa *B-C* o *C-B*. Llamemos a ésta la premisa media. *B* forma juntamente con *A*, el sujeto de la conclusión, la premisa menor, y *C* forma juntamente con *D*, el predicado de la conclusión, la premisa mayor. Obtenemos así las ocho combinaciones siguientes (en todas las premisas el primer término es el sujeto, y el segundo el predicado):

	Menor	*Medio*	*Mayor*		
Figura	*Premisa*			*Conclusión*	
F1	*A-B*	*B-C*	*C-D*	*A-D*	I con I
F2	*A-B*	*B-C*	*D-C*	*A-D*	I con II
F3	*A-B*	*C-B*	*C-D*	*A-D*	II con III
F4	*A-B*	*C-B*	*D-C*	*A-D*	II con I
F5	*B-A*	*B-C*	*C-D*	*A-D*	III con I
F6	*B-A*	*B-C*	*D-C*	*A-D*	III con II
F7	*B-A*	*C-B*	*C-D*	*A-D*	I con III
F8	*B-A*	*C-B*	*D-C*	*A-D*	I con I

Si adoptamos el principio de Teofrasto de que en la primera figura aristotélica el término medio es el sujeto de una premisa –no importa cuál, la mayor o la menor– y el predicado de la otra, y determinamos con la ayuda de este principio qué figura está formada por las premisas menor y media por una parte, y por las premisas media y mayor por otra, obtenemos las combinaciones de figuras que aparecen en la última columna. Así, por ejemplo, en la figura compuesta F2 la premisa me-

---

τέταρτον σχῆμα. Ἀριστοτέλης μὲν γὰρ τρία τὰ σχήματά φησιν πρὸς τοὺς ἁπλοῦς συλλογισμοὺς ἀποβλέπων τοὺς ἐκ τριῶν ὅρων συγκειμένους. Γαληνὸς δ' ἐν τῇ οἰκείᾳ Ἀποδεικτικῇ δ τὰ σχήματα λέγει πρὸς τοὺς συνθέτους συλλογισμοὺς ἀποβλέπων τοὺς ἐκ δ ὅρων συγκειμένους πολλοὺς τοιούτους εὑρὼν ἐν τοῖς Πλάτωνος διαλόγοις.

[57] Wallies, op. cit., pág. ix-x: ὁ κατηγορικὸς συλλογισμὸς ἁπλοῦς, ὡς Ἀριστοτέλης· σχῆμα *A B* Γ. σύνθετος, ὡς Γαληνός· *A* πρὸς *A*, *A* πρὸς *B*, *A* πρὸς Γ, *B* πρὸς *B*, *B* πρὸς *A*, *B* πρὸς Γ, Γ πρὸς Γ, Γ πρὸς *A*, Γ πρὸς *B*.

συλλογιστικόν· *A* πρὸς *A*, *A* πρὸς *B*, *A* πρὸς Γ, *B* πρὸς Γ.
A *B* Γ Δ

ἀσυλλόγιστον· *B* πρὸς *B*, Γ πρὸς Γ, (οὐ γὰρ γίνεται συλλογισμὸς οὔτε ἐκ δύο ἀποφατικῶν οὔτε ἐκ δύο μερικῶν)·

B πρὸς *A*, Γ πρὸς *A*, Γ πρὸς *B*,
B Γ Δ

οἱ αὐτοί εἰσιν τοῖς συλλογισμοῖς ὡς ὑπογέγραπται.

nor junto con la media forma la figura I, pues el término medio *B* es el predicado de la primera premisa y el sujeto de la segunda, y la media junto con la mayor forma la figura II, pues el término medio *C* es el predicado de ambas premisas. Así fue probablemente cómo obtuvo Galeno sus cuatro figuras. Observando la última columna nos percatamos al punto de que, como sostuvo Galeno, las combinaciones II con II y III con III no existen, no por la razón, como afirmó erróneamente el escoliasta, de que no resulta conclusión alguna o de dos premisas negativas o de dos particulares, sino porque ningún término puede ocurrir tres veces en las premisas. También es obvio que si extendemos el principio de Teofrasto a los silogismos compuestos e incluimos en la misma figura todos los modos que partiendo de la misma combinación de premisas den lugar o bien a la conclusión *A-D* o a la conclusión *D-A*, obtenemos como hace Galeno la misma figura tanto de la combinación I con II como de la combinación II con I. Pues intercambiando en la figura F4 las letras *B* y *C* como también las letras *A* y *D*, obtenemos el esquema:

F4 *D-C* *B-C* *A-B* *D-A*,

y como el orden de las premisas es irrelevante, vemos que la conclusión *D-A* resulta en F4 de las mismas premisas que *A-D* en F2. Por la misma razón la figura F1 no difiere de la figura F8, ni F3 de F6, ni F5 de F7. Es posible, por lo tanto, dividir los silogismos compuestos de cuatro términos en cuatro figuras.

El escolio editado por Wallies aclara todos los problemas históricos conectados con la supuesta invención de la cuarta figura por Galeno. Galeno dividió los silogismos en cuatro figuras, pero éstas eran los silogismos compuestos de cuatro términos, no los silogismos simples de Aristóteles. La cuarta figura de los silogismos aristotélicos fue inventada por algún otro, probablemente muy posterior, quizá no antes del siglo sexto d.C. Este desconocido especialista debió tener alguna noticia acerca de las cuatro figuras de Galeno, pero o bien no las entendió o no tuvo a mano el texto de Galeno. Encontrándose en oposición con Aristóteles y con toda la escuela de los peripatéticos, aprovechó ansiosamente la ocasión de apoyar su opinión en la autoridad de un nombre ilustre.

Observación. El problema de los silogismos compuestos suscitado por Galeno tiene considerable interés desde el punto de vista sistemático. Investigando el número de modos válidos de los silogismos que constan de tres premisas, he encontrado que hay cuarenta y cuatro modos válidos, teniendo las figuras F1, F2, F4, F5, F6 y F7 seis modos cada una y ocho la figura F8. La figura F3 es vacía. No tiene ningún modo válido, pues no es posible hallar premisas de la forma *A-B, C-B, C-D* tales que pueda seguirse de ellas una conclusión de la forma *A-D*. Este resultado, supuesto que alcance a ser conocido, puede ciertamente ser un estimulante comienzo para los estudiosos de la lógica tradicional. Mr. C. A. Meredith, que siguió las conferencias que pronuncié sobre esta materia en 1949 en el University College de Dublín, ha encontrado algunas fórmulas generales concernientes al número de figuras y modos válidos para silogismos de *n* términos, incluyendo expresiones de 1 y 2 términos. Con su amable permiso publico aquí estas fórmulas:

Número de términos	n
Número de figuras.	2^{n-1}
Número de figuras con modos válidos. . .	$\frac{1}{2}(n^2 - n + 2)$
Número de modos válidos	$n(3n - 1)$

Para todo *n* cada figura no-vacía tiene 6 modos válidos, excepto una que tiene $2n$ modos válidos.

Ejemplos:

Número de términos	1, 2, 3, 4, ..., 10
Número de figuras	1, 2, 4, 8, ..., 512
Número de figuras con modos válidos . . .	1, 2, 4, 7, ..., 46
Número de modos válidos	2, 10, 24, 44, ..., 290

Es obvio que cuando sea n grande, el número de figuras con modos válidos es proporcionalmente menor respecto del número de figuras. Para $n = 10$ tenemos 46 frente a 512, esto es, respectivamente son vacías 466 figuras. Para $n = 1$ sólo una figura, *A-A*, con 2 modos válidos, esto es, las leyes de identidad. Para $n = 2$ hay dos figuras:

	Premisa	*Conclusión*
F1	*A-B*	*A-B*
F2	*B-A*	*A-B*

con 10 modos válidos, 6 en F1 (a saber, cuatro sustituciones de la ley proposicional de identidad, p. ej. 'Si todo *A* es *B*, entonces todo *A* es *B*', y dos leyes de subordinación), y 4 modos en F2 (a saber, cuatro leyes de conversión).

CAPITULO III

EL SISTEMA

§15. Silogismos perfectos e imperfectos

En el capítulo introductorio de la silogística Aristóteles divide todos los silogismos en perfectos e imperfectos. 'Llamo un silogismo perfecto', dice, 'a aquél que no necesita nada más que lo ya establecido para hacer la necesidad evidente; un silogismo es imperfecto, si necesita uno o más componentes que son necesarios por los términos introducidos, pero que no han sido establecidos en las premisas'[1]. Este pasaje necesita ser traducido a terminología lógica. Todo silogismo aristotélico es una implicación verdadera, el antecedente de la cual es la unión de las premisas, y el consecuente la conclusión. Lo que Aristóteles dice, por consiguiente, es que en un silogismo perfecto la conexión entre el antecedente y el consecuente es evidente por sí sin ninguna proposición adicional. Los silogismos perfectos son enunciados autoevidentes, por lo que no poseen ni necesitan una demostración; son indemostrables, *ἀναπόδεικτοι*[2]. Los enunciados verdaderos indemostrables de un sistema deductivo son ahora denominados axiomas. Los silogismos perfectos son, por tanto, los axiomas de la silogística. Por otra parte, los silogismos imperfectos no son autoevidentes; han de ser probados por medio de una o más proposiciones que resultan de las premisas, pero son diferentes de ellas.

Aristóteles sabe que no todas las proposiciones verdaderas son demostrables[3]. Dice que una proposición de la forma '*A* pertenece a *B*' es demostrable si existe un término medio, esto es, un término que forme con *A* y *B* premisas verdaderas de un silogismo válido que tenga como conclusión la anterior proposición. Si no existe un tal medio, la proposición se denomina 'inmediata', *ἄμεσος*, esto es, sin término medio. Las proposiciones inmediatas son indemostrables; son verdades básicas, *ἀρχαί*[4]. A esta afirmación de los *Analíticos Posteriores* podemos añadir un pasaje de los *Primeros Analíticos* que establece que toda demostración y todo silogismo debe ser formado por medio de las tres figuras silogísticas[5].

---

[1] *An. pr.* i. I, 24^b22 *τέλειον μὲν οὖν καλῶ συλλογισμὸν τὸν μηδενὸς ἄλλου προσδεόμενον παρὰ τὰ εἰλημμένα πρὸς τὸ φανῆναι τὸ ἀναγκαῖον, ἀτελῆ δὲ τὸν προσδεόμενον ἢ ἑνὸς ἢ πλειόνων, ἃ ἔστι μὲν ἀναγκαῖα διὰ τῶν ὑποκειμένων ὅρων, οὐ μὴν εἴληπται διὰ πρότασεων.*

[2] Comentando el anterior pasaje Alejandro usa la expresión: *ἀναπόδεκτος*, 24. 2: *ἑνὸς μὲν οὖν προσδέονται οἱ ἀτελεῖς συλλογισμοὶ οἱ μιᾶς ἀντιστροφῆς δεόμενοι πρὸς τὸ ἀναχθῆναι εἴς τινα τῶν ἐν τῷ πρώτῳ σχήματι τῶν τελείων καὶ ἀναποδείκτων, πλειόνων δὲ ὅσοι διὰ δύο ἀντιστροφῶν εἰς ἐκείνων τινὰ ἀνάγονται.* Cfr. asimismo pág. 32, nota 12.

[3] *An. post.* i. 3, 72^b18 *ἡμεῖς δέ φαμεν οὔτε πᾶσαν ἐπιστήμην ἀποδεικτικὴν εἶναι, ἀλλὰ τὴν τῶν ἀμέσων ἀναπόδεικτον.*

[4] *An. post.* i. 23, 84^b19 *φανερὸν δὲ καὶ ὅτι, ὅταν τὸ A τῷ B ὑπάρχῃ εἰ μὲν ἔστι τι μέσον, ἔστι δεῖξαι ὅτι τὸ A τῷ B ὑπάρχει..., εἰ δὲ μή ἐστιν, οὐκετι ἔστιν ἀπόδειξις, ἀλλ' ἡ ἐπὶ τὰς ἀρχὰς ὁδὸς αὕτη ἐστίν.*

[5] *An. pr.* i. 23, 41^b1 *πᾶσαν ἀπόδειξιν καὶ πάντα συλλογισμὸν ἀνάγκη γίνεσθαι διὰ τριῶν τῶν προειρημένων σχημάτων.*

La teoría aristotélica de la prueba tiene un fallo fundamental: supone que todos los problemas pueden ser expresados mediante las cuatro clases de premisas silogísticas y que, por consiguiente, el silogismo categórico es el único procedimiento de prueba. Aristóteles no reparó en que su propia teoría del silogismo es una instancia en contra de esta concepción. Los modos silogísticos, al ser implicaciones, son proposiciones de otro tipo que las premisas silogísticas, pero no obstante, son proposiciones verdaderas, y si cualquiera de ellos no es autoevidente e indemostrable requiere una prueba para establecer su verdad. La prueba no puede hacerse, sin embargo, por medio de un silogismo categórico, porque una implicación no tiene ni sujeto ni predicado, y sería inútil buscar un término medio entre extremos inexistentes. Esta es, quizá, una causa subconsciente de la terminología especial que emplea Aristóteles en su doctrina de las figuras silogísticas. Porque no habla de 'axiomas' o 'verdades básicas', sino de 'silogismos perfectos' y no 'demuestra' o 'prueba' los silogismos imperfectos, sino que los 'reduce' (*ἀνάγει* o *ἀναλύει*) a los perfectos. Los efectos de esta inadecuada terminología persisten todavía hoy. Keynes dedica a esta materia una sección entera de su *Formal Logic,* titulada '¿Es la reducción una parte esencial de la doctrina del silogismo?', y llega a la conclusión de 'que la reducción no es una parte necesaria de la doctrina del silogismo, en lo que concierne al establecimiento de la validez de los diferentes modos'[6]. Esta conclusión no puede ser aplicada a la teoría aristotélica del silogismo, pues esta teoría es un sistema deductivo axiomatizado, y la reducción de otros modos silogísticos a los de la primera figura, es decir, la prueba de ellos como teoremas por medio de los axiomas, es una parte indispensable del sistema.

Aristóteles acepta como silogismos perfectos los modos de la primera figura, llamados Barbara, Celarent, Darii y Ferio[7]. Sin embargo en el último capítulo de su exposición sistemática reduce los modos tercero y cuarto a los dos primeros, adoptando, por consiguiente, como axiomas de su teoría los silogismos más claramente evidentes, Barbara y Celarent[8]. Este detalle es de no poco interés. La lógica formal moderna tiende a reducir al mínimo el número de axiomas en una teoría deductiva, y esta es una tendencia que tiene su primer exponente en Aristóteles.

Aristóteles está en lo cierto cuando dice que sólo dos silogismos son necesarios como axiomas para construir toda la teoría del silogismo. Sin embargo olvida que las leyes de conversión que utiliza para reducir los modos imperfectos a perfectos, pertenecen también a su teoría y no pueden ser probadas por medio de los silogismos. Hay tres leyes de conversión mencionadas en los *Primeros Analíticos:* la conversión de la premisa *E,* de la premisa *A* y de la premisa *I.* Aristóteles prueba la primera de estas leyes mediante lo que él denomina ecthesis, que requiere, como más adelante veremos, un proceso lógico que se sitúa fuera de los límites de la silogística. Como no puede ser probada de otro modo debe ser establecida como un nuevo axioma del sistema. La conversión de la 'premisa *A* es probada por una tesis que pertenece al cuadrado de oposición, del cual no hay mención en los *Primeros Analíticos.* Por consiguiente debemos aceptar como un cuarto axioma o esta ley de conversión o la tesis del cuadrado de oposición, de la que se sigue esta ley.

---

[6] Op. cit., pág. 325-7.

[7] Al final del capítulo 4, que contiene los modos de la primera figura, Aristóteles dice, *An. Pr.* i. 4, 26^{b}29 *δῆλον δὲ καὶ ὅτι πάντες οἱ ἐν αὐτῷ συλλογισμοὶ τέλειοί εἰσιν.*

[8] Ibid. 7, 29^{b}1 *ἔστι δὲ καὶ ἀναγαγεῖν πάντας τοὺς συλλογισμοὺς εἰς τοὺς ἐν τῷ πρώτῳ σχήματι καθόλου συλλογισμούς.*

Sólo la ley de conversión de la premisa *I* puede ser probada sin un nuevo axioma.

Hay aún otras dos tesis que hay que tener en cuenta, aunque ninguna de ellas es explícitamente establecida por Aristóteles, a saber: las leyes de identidad: '*A* pertenece a todo *A*' y '*A* pertenece a algún *A*'. La primera de estas leyes es independiente de todas las demás tesis de la silogística. Si deseamos introducir esta ley en el sistema debemos aceptarla como axioma. La segunda ley de identidad puede ser derivada de la primera.

La lógica formal moderna distingue en un sistema deductivo no sólo entre proposiciones primitivas y derivadas, sino también entre términos primitivos y definidos. Las constantes de la silogística aristotélica son las cuatro relaciones: 'pertenecer a todo' o *A*, 'no pertenecer a ninguno' o *E*, 'pertenecer a alguno' o *I* y 'no pertenecer a alguno' u *O*. Dos de ellas pueden ser definidas por las otras dos con ayuda de la negación proposicional del siguiente modo: '*A* no pertenece a algún *B*' significa lo mismo que 'No es verdad que *A* pertenezca a todo *B*', y '*A* no pertenece a ningún *B*' significa lo mismo que 'No es verdad que *A* pertenezca a algún *B*'. De la misma manera *A* podría ser definida por *O*, e *I* por *E*. Aristóteles no introduce estas definiciones en su sistema pero usa intuitivamente de ellas como argumentos de sus pruebas. Citemos como ejemplo tan sólo la prueba por conversión de la premisa *I*. Discurre como sigue: 'Si *A* pertenece a algún *B*, entonces *B* pertenece a algún *A*. Pues si *B* no perteneciera a ningún *A*, *A* no pertenecería a ningún *B*'[9]. Es obvio que en esta prueba indirecta Aristóteles trata la negación de '*B* pertenece a algún *A*' como equivalente a '*B* no pertenece a ningún *A*'. Respecto al otro par, *A* y *O*, Alejandro dice explícitamente que las frases 'no-pertenecer a alguno' y 'no-pertenecer a todo' son diferentes sólo en las palabras, pero tienen significados equivalentes[10].

Si aceptamos como términos primitivos del sistema las relaciones *A* e *I*, definiendo *E* y *O* por medio de ellas, podemos, como establecí hace ya muchos años[11], construir toda la teoría del silogismo aristotélico a partir de los cuatro axiomas siguientes:

1. *A* pertenece a todo *A*.
2. *A* pertenece a algún *A*.
3. Si *A* pertenece a todo *B* y *B* pertenece a todo *C*, entonces *A* pertenece a todo *C*. — Barbara
4. Si *A* pertenece a todo *B* y *C* pertenece a algún *B*, entonces *A* pertenece a algún *C*. — Datisi

Es imposible reducir el número de estos axiomas. En particular no pueden ser derivados del llamado *dictum de omni et nullo*. Este principio está diferentemente formulado en los diferentes textos de lógica, y siempre muy vagamente. La formulación clásica, 'quidquid de omnibus valet, valet etiam de quibusdam et de singulis' y 'quidquid de nullo valet, nec de quibusdam nec de singulis valet', no puede ser estricta-

---

[9] *An. pr.* i. 2, 25[a]20 εἰ γὰρ τὸ *A* τινὶ τῷ *B*, καὶ τὸ *B* τινὶ τῷ *A* ἀνάγκη ὑπάρχειν. εἰ γὰρ μηδενί, οὐδὲ τὸ *A* οὐδενὶ τῷ *B*. (Corr. por W. D. Ross.)

[10] Alejandro 84. 6 τὸ τινὶ μὴ ὑπάρχειν ἴσον δυνάμενον τῷ μὴ παντὶ κατὰ τὴν λέξιν διαφέρει.

[11] J. Łukasiewicz, *Elementy logiki matematycznej* (Elementos de lógica matemática), editado por M. Presburger (mineografiado), Varsovia (1929), pág. 172; "Znaczenie analizy logicznej dla poznania" (Importancia del análisis lógico para el conocimiento), *Przegl. Filoz.* (Revista filosófica), vol. xxxvii, Varsovia (1934), pág. 373.

mente aplicada a la lógica aristotélica, por cuanto que los términos singulares y las proposiciones no pertenecen a ella. Además, no veo cómo sería posible deducir de este principio las leyes de identidad y el modo Datisi, si es que algo, en absoluto, puede ser deducido a partir de él. Por otra parte es evidente que no es un solo principio, sino dos. Es preciso subrayar que Aristóteles no es en modo alguno responsable de este oscuro principio. No es cierto que el *dictum de omni et nullo* fuera dado por Aristóteles como el axioma sobre el que se base toda inferencia silogística, según afirma Keynes[12]. No está formulado en ningún lugar de los *Primeros Analíticos* como un principio de la silogística. Lo que en algún momento está citado como una formulación de este principio es sólo una explicación de las palabras 'ser predicado de todo' y 'de ninguno'[13].

Es vano intento preguntar por el principio de la lógica aristotélica, si 'principio' significa lo mismo que 'axioma'. Si tiene otro significado, entonces yo no comprendo en absoluto el problema. Maier, que ha dedicado a esta materia otro oscuro capítulo de su libro[14], elucubra especulaciones filosóficas que ni tienen una base en sí mismas ni están apoyadas por textos de los *Primeros Analíticos.* Desde el punto de vista de la lógica, son inútiles.

§ 16. La lógica de términos y la lógica de proposiciones

Hasta hoy no existe ningún análisis lógico exacto de las pruebas que da Aristóteles para reducir los silogismos imperfectos a perfectos. Los viejos historiadores de lógica, tales como Prantl y Maier, fueron filósofos y conocieron sólo la 'lógica filosófica' que en el siglo diecinueve, con muy pocas excepciones, estaba por debajo del nivel científico. Prantl y Maier están ahora muertos, pero quizá no fuese imposible convencer a los filósofos vivos que deberían cesar de escribir acerca de la lógica o su historia si antes no han adquirido un sólido conocimiento de lo que se denomina 'lógica matemática'. De otra manera sería una vasta pérdida de tiempo para ellos como para sus lectores. Me parece que este punto es de no poca importancia práctica.

Comprender plenamente las pruebas de Aristóteles está fuera del alcance de todo el que no sepa que existe, además del sistema aristotélico, otro sistema de lógica más fundamental que la teoría del silogismo. Es la lógica de proposiciones. Expliquemos mediante un ejemplo la diferencia entre la lógica de términos, de la que la lógica aristotélica es sólo una parte, y la lógica de proposiciones. Además de la ley aristotélica de identidad '*A* pertenece a todo *A*' o 'Todo *A* es *A*', tenemos aún otra ley de identidad de la forma 'Si *p*, entonces *p*'. Comparemos estas dos tesis, que son las fórmulas lógicas de máxima simplicidad:

Todo *A* es *A* y Si *p*, entonces *p*.

Estas fórmulas difieren en sus constantes, que denomino funtores: en la primera fórmula el funtor se lee 'todo - es', y en la segunda 'si - entonces'. Ambos son fun-

---

[12] Op. cit., página 301.

[13] *An. pr.* i. 1, 24[b]28 λέγομεν δὲ τὸ κατὰ παντὸς κατηγορεῖσθαι, ὅταν μηδὲν ᾖ λαβεῖν [τοῦ ὑποκειμένου (secl. W. D. Ross)], καθ' οὗ θάτερον οὐ λεχθήσεται· καὶ τὸ κατὰ μηδενὸς ὡσαύτως.

[14] Op. cit., vol. ii *b*, pág. 149.

tores de dos argumentos que aquí son idénticos. Pero la principal diferencia reside en los argumentos. En ambas fórmulas los argumentos son variables, pero de un tipo diferente: los valores que pueden sustituir a la variable *A* son términos, como 'hombre' o 'planta'. De la primera fórmula podemos obtener así las proposiciones 'Todos los hombres son hombres' o 'Todas las plantas son plantas'. Los valores de la variable *p* no son términos sino proposiciones, como 'Dublín se extiende sobre el Liffey' o 'Hoy es viernes'; de la segunda fórmula obtenemos, por lo tanto, las proposiciones: 'Si Dublín se extiende sobre el Liffey, entonces Dublín se extiende sobre el Liffey' o 'Si hoy es viernes, entonces hoy es viernes'. Esta diferencia entre variables-término y variables-proposición es la principal diferencia entre las dos fórmulas y consecuentemente entre los dos sistemas de lógica; y, como proposiciones y términos pertenecen a categorías semánticas diferentes, la diferencia es fundamental.

El primer sistema de lógica proposicional fue inventado cerca de medio siglo después de Aristóteles: fue la lógica de los Estoicos. Esta lógica no es un sistema de tesis sino de reglas de inferencia. El denominado *modus ponens,* hoy llamado regla de separación: 'Si α, entonces β; pero α; por consiguiente β' es una de las reglas primitivas más importantes de la lógica estoica. Las variables α y β son variables proposicionales, porque sólo pueden ser sustituidas significativamente por proposiciones[15]. El sistema moderno de la lógica de proposiciones fue creado sólo en 1879 por el gran lógico alemán Gottlob Frege. Otro destacado lógico del siglo diecinueve el americano Charles Sanders Peirce, hizo importantes contribuciones a esta lógica por su descubrimiento de las matrices lógicas (1885). Posteriormente los autores de los *Principia Mathematica,* Whitehead y Russell, pusieron este sistema de lógica a la cabeza de toda la matemática bajo el título de 'Teoría de la Deducción'. Todo esto fue completamente desconocido por los filósofos del siglo diecinueve. Hasta el día de hoy parecen no tener idea de la lógica de proposiciones. Maier dice que la lógica estoica, que de hecho es una obra maestra igual a la lógica de Aristóteles, da lugar a un pobre y estéril diseño de inestabilidad formalístico-gramatical y falta de principio, y añade en una nota a pie de página que el juicio desfavorable de Prantl y Zeller sobre esta lógica debe ser mantenido[16]. La *Enciclopedia Británica* de 1911 dice brevemente de la lógica de los estoicos que 'sus correcciones e imaginarias superaciones de la lógica de Aristóteles son en su mayor parte inútiles y pedantes'[17].

Parece que Aristóteles no sospechó la existencia de ningún otro sistema de lógica aparte de su teoría del silogismo. Sin embargo usa intuitivamente las leyes de la lógica proposicional en las pruebas de los silogismos imperfectos, e incluso establece explícitamente tres enunciados que pertenecen a dicha lógica en el Libro II de los *Primeros Analíticos.* La primera de éstas es una ley de trasposición: 'Cuando dos cosas', dice, 'están relacionadas entre sí de tal modo que, si la una es, la otra necesariamente es, entonces si la última no es, la anterior tampoco será'[18]. Esto quiere decir, en términos de lógica moderna, que siempre que una implicación de la forma

---

[15] Cfr. Łukasiewicz, 'Zur Geschichte des Aussagenkalküls', *Erkenntnis,* vol. v, Leipzig (1935), págs. 111-31. (*'Para una historia de la lógica de enunciados'*, Trad. J. Sanmartín. Cuadernos Teorema 3, Valencia, 1974.)

[16] Maier, op. cit., vol. ii *b*, pág. 384: 'In der Hauptsache jedoch bietet die Logik der Stoiker... ein dürftiges, ödes Bild formalistisch-grammatischer Prinzip- und Haltlosigkeit.' Ibid., n. 1: 'In der Hauptsache wird es bi dem ungünstigen Urteil, das Prantl und Zeller über die stoische Logik fällen, bleiben müssen.'

[17] 11ª ed., Cambridge (1911), vol. xxv, pág. 946 (s. v. 'Stoics').

[18] *An. pr.* ii. 4, 57b1 *ὅταν δύο ἔχῃ οὕτω πρὸς ἄλληλα ὥστε θατέρου ὄντος ἐξ ἀνάγκης εἶναι θάτερον, τούτου μὴ ὄντος μὲν οὐδὲ θάτερον ἔσται.*

'Si α, entonces β' es verdadera, entonces también tiene que ser verdadera otra implicación de la forma 'Si no-β, entonces no-α'. La segunda es la ley del silogismo hipotético. Aristóteles la explica por medio de un ejemplo: 'Siempre que si *A* es blanco, entonces *B* es necesariamente grande, y si *B* es grande, entonces *C* no es blanco, entonces es necesario si *A* es blanco que *C* no sea blanco'[19]. Que significa: Siempre que dos implicaciones de la forma 'Si α, entonces β' y 'Si β, entonces γ' son verdaderas, entonces tiene que ser asimismo verdadera una tercera implicación 'Si α, entonces γ'. El tercer enunciado es una aplicación de las dos leyes anteriores a un nuevo ejemplo y, muy curiosamente, es falso. Este interesantísimo pasaje dice así:

'Es imposible que la misma cosa sea necesitada por el ser y por el no-ser de la misma cosa. Quiero decir, por ejemplo, que es imposible que *B* sea necesariamente grande si *A* es blanco, y que *B* sea necesariamente grande si *A* no es blanco. Pues si *B* no es grande *A* no puede ser blanco. Pero si cuando *A* no es blanco, es necesario que *B* sea grande, resulta necesariamente que si *B* no es grande, entonces ese mismo *B* es grande. Pero esto es imposible'[20].

Aunque el ejemplo escogido por Aristóteles es desafortunado, el sentido de su argumento es claro. En términos de lógica moderna puede establecerse así: Dos implicaciones de la forma 'Si α, entonces β' y 'Si no-α, entonces β' no pueden ser simultáneamente verdaderas. Pues por la ley de trasposición obtenemos de la primera implicación la premisa 'Si no-β, entonces no-α' y esta premisa junto con la segunda implicación da lugar a la conclusión 'Si no-β, entonces β' por la ley del silogismo hipotético. De acuerdo con Aristóteles esta conclusión es imposible.

La observación final de Aristóteles es errónea. La implicación 'Si no-β, entonces β', en donde el antecedente es la negación del consecuente, no es imposible; puede ser verdadera, y da lugar como conclusión al consecuente β, de acuerdo con la ley de la lógica de proposiciones: 'Si (si no-*p*, entonces *p*), entonces *p*'[21]. Comentando este pasaje, Maier dice que podría resultar aquí una conexión contraria a la ley de contradicción y por consiguiente absurda[22]. Este comentario revela de nuevo la ignorancia de la lógica por parte de Maier. No es la implicación 'Si no-β, entonces β' lo que es contrario a la ley de contradicción, sino sólo la conjunción 'β y no-β'.

Pocos años después de Aristóteles, el matemático Euclides dio una prueba de un teorema matemático que implica la tesis 'Si (si no-*p*, entonces *p*), entonces *p*'[23]. Euclides establece primero que 'Si el producto de dos enteros, *a* y *b*, es divisible por un número primo *n*, entonces si *a* no es divisible por *n*, *b* debe ser divisible por *n*'. Supongamos ahora que $a = b$ y el producto $a \times a$ (a^2) es divisible por *n*. De

---

[19] Ibid. 6 *ὅταν γὰρ τουδὶ ὄντος λευκοῦ τοῦ A τοδὶ ἀνάγκη μέγα εἶναι τὸ B, μεγάλου δὲ τοῦ B ὄντος τὸ Γ μὴ λευκόν, ἀνάγκη, εἰ τὸ A λευκόν, τὸ Γ μὴ εἶναι λευκόν.*

[20] *An. pr.* ii. 4, 57b3 *τοῦ δ' αὐτοῦ ὄντος καὶ μὴ ὄντος, ἀδύνατον ἐξ ἀνάγκης εἶναι τὸ αὐτό. λέγω δ' οἷον τοῦ A ὄντος λευκοῦ τὸ B εἶναι μέγα ἐξ ἀνάγκης, καὶ μὴ ὄντος λευκοῦ τοῦ A τὸ B εἶναι μέγα ἐξ ἀνάγκης.* Se sigue aquí el ejemplo del silogismo hipotético, citado en la anterior nota 19, y una segunda formulación de la ley de trasposición. La conclusión reza, 11 *τον δὴ B μὴ ὄντος μεγάλου τὸ A οὐχ οἷόν τε λευκὸν εἶναι. τοῦ δὲ A μὴ ὄντος λευκοῦ, εἰ ἀνάγκη τὸ B μέγα εἶναι, συμβαίνει ἐξ ἀνάγκης τοῦ B μεγάλου μὴ ὄντος αὐτὸ τὸ B εἶναι μέγα. τοῦτο δ' ἀδύνατον.*

[21] Véase A. N. Whitehead y B. Russell, *Principia Mathematica*, vol. i, Cambridge (1910), pág. 108, tesis *2.18.

[22] Op. cit., vol. ii *a*, pág. 331: 'Es ergäbe sich also ein Zusammenhang, der dem Gesetze des Widerspruchs entgegenstünde und darum absurd wäre.'

[23] Véase *Scritti di G. Vailati*, Leipzig-Firenze, cxv. 'A proposito d'un passo del Teeteto e di una dimostrazione di Euclide', pág. 516-27; cf. Łukasiewicz, 'Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls', *Comptes Rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, xxiii (1930), Cl. III, pág. 67.

esta suposición resulta que 'Si a no es divisible por n, entonces a es divisible por n'. Aquí tenemos el ejemplo de una implicación verdadera cuyo antecedente es la negación del consecuente.

De esta implicación Euclides deriva el teorema: 'Si a^2 es divisible por un número primo n, entonces a es divisible por n'.

§17. Las pruebas por conversión

Las pruebas de silogismos imperfectos por conversión de una premisa son a la vez las más simples y las más frecuentemente empleadas por Aristóteles. Analicemos dos ejemplos. La prueba del modo Festino de la segunda figura discurre así: 'Si M no pertenece a ningún N, pero sí a algún X, entonces es necesario que N no pertenezca a algún X. Pues como la premisa negativa es convertible, N no pertenecerá a ningún M; pero se admitió que M pertenece a algún X; por lo tanto N no pertenecerá a algún X. La conclusión es obtenida por medio de la primera figura.'[24]

La prueba se basa en dos premisas: una de ellas es la ley de conversión de las proposiciones E:

(1) Si M no pertenece a ningún N, entonces N no pertenece a ningún M,

y la otra es el modo Ferio de la primera figura:

(2) Si N no pertenece a ningún M y M pertenece a algún X, entonces N no pertenece a algún X.

De estas premisas tenemos que derivar el modo Festino:

(3) Si M no pertenece a ningún N y M pertenece a algún X, entonces N no pertenece a algún X.

Aristóteles lleva a cabo la prueba intuitivamente. Analizando sus intuiciones hallamos dos tesis del cálculo proposicional: una de ellas es la ya mencionada ley del silogismo hipotético, que puede ser formulada de la siguiente forma:

(4) Si (si p, entonces q), entonces [si (si q, entonces r), entonces (si p, entonces r)][25];

La otra tesis reza:

(5) Si (si p, entonces q), entonces (si p y r, entonces q y r).

Esta tesis es denominada en los *Principia Mathematica*, siguiendo a Peano, el principio del factor. Muestra que podemos 'multiplicar' los dos miembros de una implicación por un factor común, o sea, que podemos añadir, por medio de la palabra 'y', a p y q una nueva proposición r[26].

Partimos de la tesis (5). Como p, q y r son variables proposicionales, podemos sustituirlas por premisas de la lógica aristotélica. Poniendo 'M no pertenece a ningún N' por p, 'N no pertenece a ningún M' por q, y 'M pertenece a algún X' por r, obtebemos del antecedente de (5) la ley de conversión (1), y podemos separar el consecuente de (5) como una nueva tesis. Esta nueva tesis tiene la forma:

---

[24] *An. pr.* i. 5, 27[a]32 *εἰ γὰρ τὸ Μ τῷ μὲν Ν μηδενὶ τῷ δὲ Ξ τινὶ ὑπάρχει, ἀνάγκη τὸ Ν τινὶ τῷ Ξ μὴ ὑπάρειν. ἐπεὶ γὰρ ἀντιστρέφει τὸ στερητικόν, οὐδενὶ τῷ Μ ὑπάρξει τὸ Ν. τὸ δέ γε Μ ὑπέκειτο τινὶ τῷ Ξ ὑπάρχειν. ὥστε τὸ Ν τινὶ τῷ Ξ οὐχ ὑπάρξει. γίνεται γὰρ συλλογισμὸς διὰ τοῦ πρώτου σχήματος.*

[25] Véase *Principia Mathematica*, pág. 104, tesis *2.06.

[26] Véase *Principia Mathematica*, pág. 119, tesis *3.45. La conjunción "p y r" es denominada en los *Principia* "producto lógico".

(6) Si *M* no pertenece a ningún *N* y *M* pertenece a algún *X*, entonces *N* no pertenece a ningún *M* y *M* pertenece a algún *X*.

El consecuente de esta tesis es idéntico al antecedente de la tesis (2). Por consiguiente podemos aplicar a (6) y a (2) la ley del silogismo hipotético, sustituyendo *p* por la conjunción '*M* no pertenece a ningún *N* y *M* pertenece a algún *X*', *q* por la conjunción '*N* no pertenece a ningún *M* y *M* pertenece a algún *X*' y *r* por la proposición '*N* no pertenece a algún *X*'. Aplicando dos veces la regla de separación obtenemos de esta nueva tesis el modo Festino.

El segundo ejemplo que quiero analizar es algo diferente. Es la ya mencionada prueba del modo Disamis[27]. Tenemos que probar el siguiente silogismo imperfecto:

(7) Si *R* pertenece a todo *S* y *P* pertenece a algún *S*, entonces *P* pertenece a algún *R*.

La prueba se basa en el modo Darii de la primera figura:

(8) Si *R* pertenece a todo *S* y *S* pertenece a algún *P*, entonces *R* pertenece a algún *P*,

y por la ley de conversión de proposiciones *I* aplicada dos veces, una en la forma:

(9) Si *P* pertenece a algún *S*, entonces *S* pertenece a algún *P*,

y la segunda vez en la forma:

(10) Si *R* pertenece a algún *P*, entonces *P* pertenece a algún *R*.

Como tesis auxiliares de la lógica proposicional tenemos la ley del silogismo hipotético y la siguiente tesis, que es ligeramente diferente de la tesis (5), pero que puede ser también denominada principio del factor:

(11) Si (si *p*, entonces *q*), entonces (si *r* y *p*, entonces *r* y *q*).

La diferencia entre (5) y (11) consiste en que el factor común *r* no está en el segundo lugar, como en (5), sino en el primero. Como la conjunción es conmutable y '*p* y *r*' es equivalente a '*r* y *p*', esta diferencia no afecta a la validez de la tesis.

La prueba dada por Aristóteles empieza con la conversión de la premisa '*P* pertenece a algún *S*'. Siguiendo este procedimiento, sustituyamos *p* en (11) por la premisa '*P* pertenece a algún *S*', *q* por la premisa '*S* pertenece a algún *P*', y *r* por la premisa '*R* pertenece a todo *S*'. Por esta sustitución obtenemos del antecedente de (11) la ley de conversión (9), y, por consiguiente, podemos separar el consecuente de (11) que dice:

(12) Si *R* pertenece a todo *S* y *P* pertenece a algún *S*, entonces *R* pertenece a todo *S* y *S* pertenece a algún *P*.

El consecuente de (12) es idéntico al antecedente de (8). Por la aplicación de la ley del silogismo hipotético podemos obtener de (12) y (8) el silogismo:

(13) Si *R* pertenece a todo *S* y *P* pertenece a algún *S*, entonces *R* pertenece a algún *P*.

Este silogismo no es, sin embargo, el requerido modo Disamis, sino Datisi. Sin duda, el modo Disamis podría ser derivado de Datisi por conversión de su consecuente de acuerdo con la tesis (10), o sea, por la aplicación del silogismo hipotético a (13) y (10). Parece, sin embargo, que Aristóteles tomó otro camino: en lugar de derivar Datisi y convertir su conclusión, convierte la conclusión de Darii, obteniendo el silogismo:

(14) Si *R* pertenece a todo *S* y *S* pertenece a algún *P*, entonces *P* pertenece a algún *R*,

---

[27] Véase el texto griego en la pág. 31, nota 8.

y luego aplica intuitivamente la ley del silogismo hipotético a (12) y (14). El silogismo (14) es un modo de la cuarta figura llamado Dimaris. Como ya sabemos, Aristóteles menciona este modo al comienzo del Libro II de los *Primeros Analíticos.*

De una manera similar podríamos analizar todas las demás pruebas por conversión. De este análisis se sigue que si añadimos a los silogismos perfectos de la primera figura y a las leyes de conversión tres leyes de la lógica de proposiciones, a saber, la ley del silogismo hipotético y las dos leyes del factor, obtenemos pruebas estrictamente formales de todos los silogismos imperfectos excepto Baroco y Bocardo. Estos modos requieren otras tesis de la lógica proposicional.

§18. Las pruebas por *reductio ad impossibile.*

Los modos Baroco y Bocardo no pueden ser reducidos a la primera figura por conversión. La conversión de la premisa *A* daría lugar a una proposición *I*, de la cual junto con la premisa *O* no resulta nada, y la premisa *O* no puede ser convertida. Aristóteles intentó probar estos dos modos por una *reductio ad impossibile,* ἀπαγωγὴ εἰς τὸ ἀδύνατον. La prueba de Baroco discurre así: 'Si *M* pertenece a todo *N*, pero no a algún *X*, es necesario que *N* no pertenezca a algún *X;* pues si *N* pertenece a todo *X*, y *M* es predicado también de todo *N*, *M* ha de pertenecer a todo *X;* pero se ha supuesto que *M* no pertenece a algún *X*'[28]. Esta prueba es muy concisa y necesita una explicación. Usualmente es explicada del siguiente modo[29]:

Tenemos que probar el silogismo:

(1) Si *M* pertenece a todo *N* y *M* no pertenece a algún *X*, entonces *N* no pertenece a algún *X*.

Se admite que las premisas '*M* pertenece a todo *N*' y '*M* no pertenece a algún *X*' son verdaderas; la conclusión '*N* no pertenece a algún *X*' ha de ser asimismo verdadera. Pues si fuera falsa, su contradictoria, '*N* pertenece a todo *X*', sería verdadera. Esta última proposición es el punto de partida de nuestra reducción. Como se ha admitido que la premisa '*M* pertenece a todo *N*' es verdadera, obtenemos de esta premisa y la proposición '*N* pertenece a todo *X*' la conclusión '*M* pertenece a todo *X*' por el modo Barbara. Pero esta conclusión es falsa, pues se admitió que su contradictoria '*M* no pertenece a algún *X*' es verdadera. Por consiguiente el punto de partida de nuestra reducción, '*N* pertenece a todo *X*', que lleva a una conclusión falsa, ha de ser falso, y su contradictoria, '*N* no pertenece a algún *X*', ha de ser verdadera.

Este argumento es sólo aparentemente convincente; de hecho no prueba el anterior silogismo. Puede ser aplicado solamente al modo tradicional Baroco (cito este modo en su forma usual con el verbo 'ser', y no en la forma aristotélica con 'pertenecer'):

(2) Todo *N* es *M*,
Algún *X* no es *M*,
por consiguiente
Algún *X* no es *N*.

---

[28] *An. pr.* i. 5, 27[a]37 εἰ τῷ μὲν *N* παντὶ τὸ *M*, τῷ δὲ Ξ τινὶ μὴ ὑπάρχει, ἀνάγκη τὸ *N* τινὶ τῷ Ξ μὴ ὑπάρχειν· εἰ γὰρ παντὶ ὑπάρει, κατηγορεῖται δὲ καὶ τὸ *M* παντὸς τοῦ *N*, ἀνάγκη τὸ *M* παντὶ τῷ Ξ ὑπάρχειν· ὑπέκειτο δὲ τινὶ μὴ ὑπάρχειν.

[29] Cfr., por ejemplo, Maier, op. cit., vol. ii *a*, pág. 84.

Esta es una regla de inferencia y permite afirmar la conclusión supuesto que las premisas sean verdaderas. No dice lo que sucede cuando las premisas no son verdaderas. Ello es irrelevante para una regla de inferencia, pues es evidente que una inferencia basada en premisas falsas no puede ser válida. Pero los silogismos aristotélicos no son reglas de inferencia, sino proposiciones. El silogismo (1) es una implicación que es verdadera para todos loa valores de las variables M, N, y X y no sólo para los valores que verifican las premisas. Si aplicamos este modo Baroco a los términos concretos: M = 'pájaro', N = 'animal', y X = 'lechuza', obtenemos un silogismo verdadero (uso formas con 'ser', como hace Aristóteles en los ejemplos):

(3) Si todos los animales son pájaros
y algunas lechuzas no son pájaros,
entonces algunas lechuzas no son animales.

Este es un ejemplo del modo Baroco, pues resulta de él por sustitución. El anterior argumento, sin embargo, no puede ser aplicado a este silogismo. No podemos admitir que las premisas sean verdaderas, puesto que las proposiciones 'Todos los animales son pájaros' y 'Algunas lechuzas no son pájaros' son ciertamente falsas. No necesitamos suponer que la conclusión sea falsa; es falsa tanto si suponemos su falsedad como si no. Pero el punto principal es que la contradictoria de la conclusión, esto es, la proposición 'Todas las lechuzas son animales' da lugar junto con la primera premisa 'Todos los animales son pájaros' no a una conclusión falsa, sino verdadera: 'Todas las lechuzas son pájaros'. La *reductio ad impossibile* es en este caso imposible.

La prueba dada por Aristóteles ni es suficiente ni es una prueba por *reductio ad impossibile*. Aristóteles describe la prueba indirecta o la demostración *per impossibile*, por contraste con la prueba directa u ostensiva, como una prueba que supone lo que desea refutar, esto es, refutar por reducción a un enunciado que se ha admitido que es falso, mientras que la prueba ostensiva parte de proposiciones de las que se ha admitido que son verdaderas[30]. De acuerdo con ello, si tenemos que probar una proposición por *reductio ad impossibile*, hemos de partir de su negación y derivar de ahí un enunciado obviamente falso. La prueba indirecta del modo Baroco debería partir de la negación de este modo, y no de la negación de su conclusión, y su negación debería conducir a un enunciado incondicionalmente falso, y no a una proposición de la que se ha admitido que es falsa solo bajo ciertas condiciones. Daré aquí un esbozo de una tal prueba. Denote α la proposición 'M pertenece a todo N', β 'N pertenece a todo X' y γ 'M pertenece a todo X'. Como la negación de una premisa A es una premisa O, 'no-β'[31] tendrá el significado 'N no pertenece a algún X', y 'no-γ' el de 'M no pertenece a algún X'. De acuerdo con el modo Baroco la implicación 'Si α y no-γ, entonces no-β' es verdadera, o en otras palabras, α y no-γ no son verdaderas junto con β. Por consiguiente la negación de esta proposición significaría que 'α y β y no-γ' son a la vez verdaderas. Pero de 'α y β', resulta 'γ' por el modo Barbara; obtenemos por consiguiente 'γ y no-γ', esto es, una proposición obviamente falsa, que es una contradicción *in forma*. Fácilmente puede verse que esta prueba genuina del modo Baroco por *reductio ad impossibile* es bien diferente de la dada por Aristóteles.

---

[30] *An. pr.* ii. 14, 62b29 *διαφέρει δ' ἡ εἰς τὸ ἀδύνατον ἀπόδειξις τῆς δεικτικῆς τῷ τιθέναι ὃ βούλεται ἀναιρεῖν, ἀπάγουσα εἰς ὁμολογούμενον ψεῦδος· ἡ δὲ δεικτικὴ ἄρχεται ἐξ ὁμολογουμένων θέσεων (ἀληθῶν)*.

[31] Uso 'no –' como una abreviación de la negación proposicional 'no es cierto que'.

El modo Baroco puede ser probado a partir del modo Barbara por una prueba ostensiva simple que requiere una y sólo una tesis de la lógica proposicional. Es la siguiente ley compuesta de trasposición:

(4) Si (si *p* y *q*, entonces *r*), entonces si *p* y no es cierto que *r*, entonces no es cierto que *q*[32].

Pongamos por *p* '*M* pertenece a todo *N*', por *q* '*N* pertenece a todo *X*', y por *r* '*M* pertenece a todo *X*'. Por esta sustitución obtenemos en el antecedente de (4) el modo Barbara, y por lo tanto podemos separar el consecuente, que reza:

(5) Si *M* pertenece a todo *N* y no es cierto que *M* pertenece a todo *X*, entonces no es cierto que *N* pertenezca a todo *X*.

Como la premisa *O* es la negación de la premisa *A*, podemos remplazar en (5) las formas 'no es cierto que pertenezca a todo' por 'no pertenece a alguno', obteniendo así el modo Baroco.

No puede haber duda de que Aristóteles conoció la ley de trasposición a que se hace referencia en la anterior prueba. Esta ley está en estrecha conexión con la denominada 'conversión' del silogismo que él investigó concienzudamente[33]. Convertir un silogismo significa tomar la contraria o la contradictoria (en pruebas *per impossibile* sólo la contradictoria) de la conclusión junto con una premisa, destruyendo con ello la otra premisa. 'Es necesario', dice Aristóteles 'si se ha convertido la conclusión y se mantiene una de las premisas, que la otra premisa sea destruida. Pues si se mantuviese, la conclusión tendría que ser asimismo mantenida'[34]. Esta es una descripción de la ley compuesta de trasposición. Por consiguiente Aristóteles conoce esta ley; además, la aplica para obtener del modo Barbara los modos Baroco y Bocardo. Investigando en el mismo capítulo la conversión de modos de la primera figura, dice: 'Sea el silogismo afirmativo (esto es, Barbara), y sea convertido como se estableció (o sea, por la negación contradictoria). Entonces si *A* no pertenece a todo *C*, sino a todo *B*, *B* no pertenece a todo *C*. Y si *A* no pertenece a todo *C*, pero *B* pertenece a todo *C*, *A* no pertenece a todo *B*'[35]. Las pruebas de Baroco y Bocardo son dadas aquí en su forma más simple.

En la exposición sistemática de la silogística estas pruebas válidas son remplazadas por demostraciones insuficientes *per impossibile*. La razón es, supongo, que Aristóteles no reconoce los argumentos ἐξ ὑποθέσεως como instrumentos de prueba genuina. Toda demostración es para él prueba por silogismos categóricos; intenta mostrar a toda costa que la prueba *per impossibile* es una prueba genuina en la medida que contiene al menos una parte que es un silogismo categórico. Analizando la prueba del teorema de que el lado de un cuadrado es inconmensurable con su diagonal, establece explícitamente: Sabemos por un silogismo que la contradictoria de este teorema conduciría a una absurda consecuencia, a saber: que los números nones serían igual a los pares, pero el teorema es probado por una hipótesis, al resultar

---

[32] Véase *Principia Mathematica*, pág. 118, tesis *3.37.

[33] An. pr. ii. 8-10.

[34] Ibid. 8, 59^{b}3 *ἀνάγκη γὰρ τοῦ συμπεράσματος ἀντιστραφέντος καὶ τῆς ἑτέρας μενούσης προτάσεως ἀναιρεῖσθαι τὴν λοιπήν· εἰ γὰρ ἔσται, καὶ τὸ συμπαρέσμα ἔσται.* Cfr. Top. viii, 14, 163^{a}34 *ἀνάγκη γάρ, εἰ τὸ συμπέρασμα μὴ ἔστι, μίαν τινα ἀναιρεῖσθαι τῶν προτάσεων, εἴπερ πασῶν τεθεισῶν ἀνάγκη ἦν τὸ συμπέρασμα εἶναι.*

[35] *An. pr.* ii. 8, 59^{b}28 *ἔστω γὰρ κατηγορικὸς ὁ συλλογισμός, καὶ ἀντιστρεφέσθω οὕτως* (i.e. *ἀντικειμένως*). *οὐκοῦν εἰ τὸ A οὐ παντὶ τῷ Γ, τῷ δὲ B παντί, τὸ B οὐ παντὶ τῷ Γ· καὶ εἰ τὸ μὲν A μὴ παντὶ τῷ Γ, τὸ δὲ B παντί, τὸ A οὐ παντὶ τῷ B.*

una falsedad cuando se lo niega[36]. Del mismo género, concluye Aristóteles, son todos los demás argumentos hipotéticos; pues en cada caso el silogismo conduce a una proposición que es diferente de la tesis original, y la tesis original es alcanzada por una concesión o alguna otra hipótesis[37]. Todo esto, sin duda, no es verdadero; Aristóteles no comprende la naturaleza de los argumentos hipotéticos. La prueba de Baroco y Bocardo por la ley de trasposición no es alcanzada por una concesión o alguna otra hipótesis, sino obtenida por una ley lógica evidente; además, es ciertamente una prueba de un silogismo categórico sobre la base de otro, pero no está realizada por un silogismo categórico.

Al final del Libro I de los *Primeros Analíticos* Aristóteles observa que hay muchos argumentos hipotéticos que deberían ser considerados y descritos, y promete hacerlo ulteriormente[38]. Esta promesa no la cumple en ninguna parte[39]. Fue reservado a los Estoicos el incluir la teoría de los argumentos hipotéticos en su sistema de lógica proposicional, en la cual encontró su lugar propio la ley compuesta de trasposición. Con ocasión de un argumento de Enesidemo (que es irrelevante para nuestro propósito) los Estoicos analizaron la siguiente regla de inferencia que corresponde a la ley compuesta de trasposición: 'Si lo primero y lo segundo, entonces lo tercero; pero no lo tercero, y sin embargo lo primero; por consiguiente no lo segundo'[40]. Esta regla es reducida a los silogismos indemostrables segundo y tercero de la lógica estoica. Ya conocemos el primer silogismo indemostrable, es el *modus ponens;* el segundo es el *modus tollens:* 'Si lo primero, entonces lo segundo; pero no lo segundo; por consiguiente no lo primero'. El tercer silogismo indemostrable parte de una conjunción negada y dice: 'No (lo primero y lo segundo); pero lo primero; por consiguiente no lo segundo'. De acuerdo con Sexto Empírico el análisis discurre así: por el segundo silogismo indemostrable obtenemos de la implicación 'si lo primero y lo segundo, entonces lo tercero', y la negación de su consecuente 'no lo tercero', la negación de su antecedente 'no (lo primero y lo segundo)'. De esta proposición, que está virtualmente contenida en las premisas, pero no expresada explícitamente en palabras, junto con la premisa 'lo primero', se sigue la conclusión 'no lo segundo' por el tercer silogismo indemostrable[41]. Este es uno de los argumentos más pulcros que debemos a los estoicos. Por donde se ve que los lógicos competentes razonaban hace 2.000 años del mismo modo que nosotros lo hacemos hoy.

---

[36] Ibid. i. 23, 41[a]23 *πάντες γὰρ οἱ διὰ τοῦ ἀδυνάτου περαίνοντες τὸ μὲν ψεῦδος συλλογίζονται, τὸ δ' ἐξ ἀρχῆς ἐξ ὑποθέσεως δεικνύουσιν, ὅταν ἀδύνατόν τι συμβαίνῃ τῆς ἀντιφάσεως τεθείσης, οἷον ὅτι ἀσύμμετρος ἡ διάμετρος διὰ τὸ γίνεσθαι τὰ περιττὰ ἴσα τοῖς ἀρτίοις συμμέτρου τεθείσης, τὸ μὲν οὖν ἴσα γίνεσθαι τὰ περιττὰ τοῖς ἀρτίοις συλλσγίζεται, τὸ δ' ἀσύμμετρον εἶναι τὴν διάμετρον ἐξ ὑποθέσεως δείκνυσιν, ἐπεὶ ψεῦδος συμβαίνει διὰ τὴν ἀντίφασιν.*

[37] *An. pr.* i. 23, 41[a]37 *ὡσαύτως δὲ καὶ οἱ ἄλλοι πάντες οἱ ἐξ ὑποθέσεως· ἐν ἅπασι γὰρ ὁ μὲν συλλογισμὸς γίνεται πρὸς τὸ μεταλαμβανόμενον, τὸ δ' ἐξ ἀρχῆς περαίνεται δι' ὁμολογίας ἤ τινος ἄλλης ὑποθέσεως.*

[38] Ibid. 44, 50[a]39 *πολλοὶ δὲ καὶ ἕτεροι περαίνονται ἐξ ὑποθέσεως, οὓς ἐπισκέψασθαι δεῖ καὶ διασημῆναι καθαρῶς. τίνες μὲν οὖν αἱ διαφοραὶ τούτων, καὶ ποσαχῶς γίνεται τὸ ἐξ ὑποθέσεως, ὕστερον ἐροῦμεν.*

[39] Alejandro 389.32, comentando este pasaje dice: *λέγει καὶ ἄλλους πολλοὺς ἐξ ὑποθέσεως περαίνεσθαι, περὶ ὧν ὑπερτίθεται μὲν ὡς ἐρῶν ἐπιμελέστερον, οὐ μὴν φέρεται αὐτοῦ σύγγραμμα περὶ αὐτῶν.*

[40] Los estoicos denotaron las variables proposicionales mediante números ordinales.

[41] Sexto Empírico (ed. Mutschmann), *Adv. math.* viii. 235-6 *συνέστηκε γὰρ ὁ τοιοῦτος λόγος* (scil. *ὁ παρὰ τῷ Ἀϊνησιδήμῳ ἐρωτηθείς*) *ἐκ δευτέρου ἀναποδείκτου καὶ τρίτου, καθὼς πάρεστι μαθεῖν ἐκ τῆς ἀναλύσεως, ἥτις σαφεστέρα μᾶλλον γενήσεται ἐπὶ τοῦ τρόπου*

§19. Las pruebas por ecthesis

Las pruebas por conversión y *per impossibile* son suficientes para reducir todos los silogismos imperfectos a perfectos. Pero hay aún una tercera clase de prueba dada por Aristóteles, a saber: las denominadas pruebas por exposición o ἔκθεσις. Aunque de poca importancia para el sistema, tienen un interés en sí mismas, y vale la pena estudiarlas cuidadosamente.

Hay sólo tres pasajes en lo *Primeros Analíticos* donde Aristóteles hace una breve caracterización de esta clase de prueba. La primera está conectada con la prueba de conversión de la premisa *E*, la segunda es una prueba del modo Darapti, y la tercera del modo Bocardo. La palabra *ἐκθέσθαι* aparece sólo en el segundo pasaje, pero no cabe duda de que los otros dos pasajes son asimismo aducidos como pruebas por ecthesis[42].

Empecemos con el primer pasaje, que dice así: 'Si *A* no pertenece a ningún *B*, tampoco *B* pertenecerá a ningún *A*. Pues si perteneciera a alguno, por ejemplo a *C*, no sería cierto que *A* no pertenece a ningún *B;* pues *C* es alguno de los *B*'[43]. La conversión de la premisa *E* es aquí probada *per impossibile,* pero esta prueba *per impossibile* está basada en la conversión de la premisa *I*, que es probada por exposición. La prueba por exposición requiere la introducción de un nuevo término, denominado 'término expuesto'; aquí es *C*. Debido a la oscuridad del pasaje, el significado exacto de este *C* y la estructura lógica de la prueba sólo pueden ser obtenidos por conjetura. Intentaré explicar este asunto sobre la base de la moderna lógica formal.

Tenemos que probar la ley de conversión de la premisa *I*: 'Si *B* pertenece a algún *A*, entonces *A* pertenece a algún *B*'. Aristóteles introduce para este propósito un nuevo término, *C*; se sigue de sus palabras que *C* está incluido tanto en *B* como en *A*, por lo que tenemos dos premisas: '*B* pertenece a todo *C*' y '*A* pertenece a todo *C*'. De estas premisas podemos deducir silogísticamente (por el modo Darapti) la conclusión '*A* pertenece a algún *B*'. Esta es la primera interpretación dada por Alejandro[44]. Pero puede objetarse que esta interpretación presupone el modo Da-

---

ποιησαμένων ἡμῶν τὴν διδασκαλίαν, ἔχοντος οὕτως· 'εἰ τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον, τὸ τρίτον· οὐχὶ δέ γε τὸ τρίτον, ἀλλὰ καὶ τὸ πρῶτον. οὐκ ἄρα τὸ δεύτερον.' ἐπεὶ γὰρ ἔχομεν συνημμένον ἐν ᾧ ἡγεῖται συμπεπλεγμένον <τὸ> 'τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον', λήγει δὲ <τὸ> 'τὸ τρίτον', ἔχομεν δὲ καὶ τὸ ἀντικείμενον τοῦ λήγοντος τὸ 'οὐ τὸ τρίτον', συναχθήσεται ἡμῖν καὶ τὸ ἀντικείμενον τοῦ ἡγουμένου τὸ 'οὐκ ἄρα τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον' δευτέρῳ ἀναποδείκτῳ. ἀλλὰ δὴ τοῦτο αὐτὸ κατὰ μὲν τὴν δύναμιν ἔγκειται τῷ λόγῳ, ἐπεὶ ἔχομεν τὰ συνακτικὰ αὐτοῦ λήμματα, κατὰ δὲ τὴν προφορὰν παρεῖται. ὅπερ τάξαντες μετὰ τοῦ λειπομένου λήμματος τοῦ 'τὸ πρῶτον', ἕξομεν συναγόμενον τὸ συμπέρασμα τὸ 'οὐκ ἄρα τὸ δεύτερον' τρίτῳ ἀναποδείκτῳ.* [* *τοῦ πρώτου* codd., *τοῦ τρόπου* Kochalsky, *τοῦ 'τὸ πρῶτον'* scripsi. (*τρόπος* = modo expresado en variables, *συνημμένον* = implicación, *ἡγούμενον* = antecedente, *λῆγον* = consecuente, *συμπεπλέγμενον* = conjunción.)

[42] Hay otros dos pasajes que tratan sobre ecthesis, *An. pr.* 30[a]6-14 y 30[b]31-40 (debo esta observación a Sir David Ross), pero ambos están relacionados con el esquema de los silogismos modales.

[43] *An. pr.* i. 2, 25[a]15 *εἰ οὖν μηδενὶ τῷ B τὸ A ὑπάρχει, οὐδὲ τῷ A οὐδενὶ ὑπάρξει τὸ B. εἰ γάρ τινι, οἷον τῷ Γ, οὐκ ἀληθὲς ἔσται τὸ μηδενὶ τῷ B τὸ A ὑπάρχειν· τὸ γὰρ Γ τῶν B τί ἐστιν.* [Corr. W. D. Ross.]

[44] Alejandro 32. 12 *εἰ γὰρ τὸ B τινὶ τῷ A ὑπάρχει... ὑπαρχέτω τῷ Γ· ἔστω γὰρ τοῦτο τὶ τοῦ A, ᾧ ὑπάρχει τὸ B. ἔσται δὴ τὸ Γ ἐν ὅλῳ τῷ B καὶ τὶ αὐτοῦ, καὶ τὸ B κατὰ παντὸς τοῦ Γ· ταὐτὸν γὰρ τὸ ἐν ὅλῳ καὶ κατὰ παντός. ἀλλ' ἦν τὸ Γ τὶ τοῦ A· ἐν ὅλῳ ἄρα καὶ τῷ A τὸ Γ ἐστίν· εἰ δὲ ἐν ὅλῳ, κατὰ παντὸς αὐτοῦ ῥηθήσεται τὸ A. ἦν δὲ τὸ Γ τὶ τοῦ B· καὶ τὸ A ἄρα κατά τινος τοῦ B κατηγορήθησεται.*

rapti, que no está probado aún. Alejandro prefiere, por tanto, otra interpretación que no se basa en un silogismo: mantiene que el término *C* es un término singular obtenido por percepción, y la prueba por exposición consiste en una suerte de evidencia perceptual[45]. Sin embargo, esta explicación que es aceptada por Maier[46], no tiene ningún soporte en el texto de los *Primeros Analíticos:* Aristóteles no dice que *C* sea un término individual. Además, una prueba por percepción no es una prueba lógica. Si queremos probar lógicamente que la premisa '*B* pertenece a algún *A*' puede ser convertida, y la prueba ha de ser efectuada por medio de un tercer término *C*, tenemos que encontrar una tesis que conecte la premisa anterior con una proposición que contenga a *C*.

Desde luego, no sería verdadero decir simplemente que si *B* pertenece a algún *A*, entonces *B* pertenece a todo *C* y *A* pertenece a todo *C*; pero una pequeña modificación del consecuente de esta implicación resuelve fácilmente nuestro problema. Es preciso que pongamos delante del consecuente un cuantificador existencial, las palabras 'existe un', ligando a la variable *C*. Porque si *B* pertenece a algún *A*, entonces existe siempre un término *C* tal que *B* pertenece a todo *C* y *A* pertenece a todo *C*. *C* puede ser la parte común de *A* y *B* o un término incluido en esta parte común. Si por ejemplo, algunos griegos son filósofos, existe una parte común de los términos 'griego' y 'filósofo', a saber: 'filósofo griego', y es evidente que todos los filósofos griegos son griegos, y todos los filósofos griegos son filósofos. Por consiguiente, podemos establecer la siguiente tesis:

(1) Si *B* pertenece a algún *A*, entonces existe un *C* tal que *B* pertenece a todo *C* y *A* pertenece a todo *C*.

Esta tesis es evidente. Pero la conversa de (1) es también evidente. Si existe una parte común de *A* y *B*, *B* debe pertenecer a algún *A*. Por consiguiente, obtenemos:

(2) Si existe un *C* tal que *B* pertenece a todo *C* y *A* pertenece a todo *C*, entonces *B* pertenece a algún *A*.

Es probable que Aristóteles percibiera intuitivamente la verdad de estas tesis sin ser capaz de formularlas explícitamente, y que entendiera su conexión con la conversión de la premisa *I* sin ver todos los pasos deductivos que llevan a este resultado. Daré aquí la prueba formal completa de la conversión de la premisa *I*, partiendo de las tesis (1) y (2), y aplicando a dichas premisas algunas leyes de la lógica proposicional y las reglas de los cuantificadores existenciales.

La siguiente tesis de la lógica proposicional fue ciertamente conocida por Aristóteles:

(3) Si *p* y *q*, entonces *q* y *p*.

Es la ley conmutativa de la conjunción[47]. Aplicando esta ley a las premisas '*B* pertenece a todo *C*' y '*A* pertenece a todo *C*', obtenemos:

(4) Si *B* pertenece a todo *C* y *A* pertenece a todo *C*, entonces *A* pertenece a todo *C* y *B* pertenece a todo *C*.

---

[45] Ibid. 32 ἢ ἄμεινον ἐστι καὶ οἰκειότατον τοῖς λεγομένοις τὸ δι ἐκθέσεως καὶ αἰσθητικῶς λέγειν τὴν δεῖξιν γεγονέναι, ἀλλὰ μὴ τὸν εἰρημένον τρόπον μηδὲ συλλογιστικῶς. ὁ γὰρ διὰ τῆς ἐκθέσεως τρόπος δι' αἰσθήσεως γίνεται καὶ οὐ συλλογιστικῶς· τοιοῦτον γάρ τι λαμβάνεται τὸ Γ τὸ ἐκτιθέμενον, ὃ αἰσθητὸν ὂν μορίον ἐστι τοῦ *A*· εἰ γὰρ κατὰ μορίου τοῦ *A* ὄντος τοῦ Γ αἰσθητοῦ τινος καὶ καθ' ἕκαστα λέγοιτο τὸ *B*, εἴη ἂν καὶ τοῦ *B* μόριον τὸ αὐτὸ Γ ὅν γε ἐν αὑτῷ· ὥστε τὸ Γ εἴη ἂν ἀμφοτέρων μόριον καὶ ἐν ἀμφοτέροις αὐτοῖς.

[46] Op. cit., vol. ii *a*, pág. 20: 'Die Argumentation bedient sich also nicht eines Syllogismus, sondern des Hinweises auf den Augenschein.'

[47] Véase *Principia Mathematica,* pág. 116, tesis *3.22.

Aplicaré a esta tesis las reglas de los cuantificadores existenciales. Hay dos reglas tales; ambas son establecidas con respecto a una implicación verdadera. La primera regla dice: Está permitido poner delante del consecuente de una implicación verdadera un cuantificador existencial, que ligue una variable libre que ocurra en el consecuente. De esta regla resulta que:

(5) Si *B* pertenece a todo *C* y *A* pertenece a todo *C*, entonces existe un *C* tal que *A* pertenece a todo *C* y *B* pertenece a todo *C*.

La segunda regla dice: Está permitido poner delante del antecedente de una implicación verdadera un cuantificador existencial, que ligue una variable libre que ocurra en el antecedente, supuesto que esta variable no ocurra como variable libre en el consecuente. En (5) *C* está ya ligada en el consecuente; por consiguiente de acuerdo con esta regla podemos ligar *C* en el antecedente, y así obtenemos la fórmula:

(6) Si existe un *C* tal que *B* pertenece a todo *C* y *A* pertenece a todo *C*, entonces existe un *C* tal que *A* pertenece a todo *C* y *B* pertenece a todo *C*.

El antecedente de esta fórmula es idéntico al consecuente de la tesis (1); por lo tanto, resulta por la ley del silogismo hipotético que:

(7) Si *B* pertenece a algún *A*, entonces existe un *C* tal que *A* pertenece a todo *C* y *B* pertenece a todo *C*.

De (2) por intercambio de *B* y *A* obtenemos la tesis:

(8) Si existe un *C* tal que *A* pertenece a todo *C* y *B* pertenece a todo *C*, entonces *A* pertenece a algún *B*,

y de (7) y (8) podemos deducir por el silogismo hipotético la ley de conversión de la premisa *I*:

(9) Si *B* pertenece a algún *A*, entonces *A* pertenece a algún *B*.

Vemos en lo anterior que la verdadera razón de la convertibilidad de la premisa *I* está en la conmutabilidad de la conjunción. La percepción de un término individual que pertenezca a *A* y *B* puede convencer intuitivamente de la convertibilidad de esta premisa, pero no es suficiente para una prueba lógica. No hay necesidad de suponer *C* como un término singular dado por percepción.

La prueba del modo Darapti por exposición puede ser ahora fácilmente entendida. Aristóteles reduce este modo a la primera figura por conversión, y dice entonces: 'Es posible demostrar esto también *per impossibile* y por exposición. Pues si *P* y *R* pertenecen a todo *S*, podría tomarse alguno de los *S*, p. ej. *N* al cual ambos, *P* y *R*, pertenecerán, y entonces *P* pertenecerá a algún *R*'[48]. El comentario de Alejandro sobre este pasaje merece nuestra atención. Empieza con una observación crítica. Si *N* fuera un término universal incluido en *S*, obtendríamos como premisas '*P* pertenece a todo *N*' y '*R* pertenece a todo *N*'. Pero ésta es justamente la misma combinación de premisas, *συζυγία*, que '*P* pertenece a todo *S*' y '*R* pertenece a todo *S*', y el problema sigue siendo el mismo de antes. Por consiguiente, continúa Alejandro, *N* no puede ser un término universal; es un término singular dado por percepción, un término que existe evidentemente tanto en *P* como en *R*, y la prueba total por ecthesis es una prueba por percepción[49]. Hemos encontrado ya an-

---

[48] *An. pr.* i. 5, 28[a]22 ἔστι δὲ καὶ διὰ τοῦ ἀδυνάτου καὶ τῷ ἐκθέσθαι ποιεῖν τὴν ἀπόδειξιν· εἰ γὰρ ἄμφω (a saber: Π και *P*) παντὶ τῷ Σ ὑπάρχει, ἂν ληφθῇ τι τῶν Σ, οἷον τὸ *N*, τούτῳ καὶ τὸ Π καὶ τὸ *P* ὑπάρξει, ὥστε τινὶ τῷ *P* τὸ Π ὑπάρξει.

[49] Alejandro 99. 28 τὶ γὰρ διαφέρει τῷ Σ ὑπάρχειν λαβεῖν παντὶ τό τε Π καὶ τὸ *P* καὶ μέρει τινὶ τοῦ Σ τῷ *N*; τὸ γὰρ αὐτὸ καὶ ἐπὶ τοῦ *N* ληφθέντος μένει· ἡ γὰρ αὐτὴ συζυγία ἐστίν, ἄν τε κατὰ τοῦ *N* παντὸς ἐκείνων ἑκάτερον, ἄν τε κατὰ τοῦ Σ κατηγορῆται· ἢ οὐ τοιαύτη ἡ

teriormente esta opinión. En favor de ella Alejandro aduce tres argumentos: Primero, si la explicación que él sugiere fuera rechazada, no tendríamos prueba alguna en absoluto; segundo, Aristóteles no dice que *P* y *R* pertenezcan a todo *N*, sino simplemente a *N;* tercero, no convierte las proposiciones con *N*[50]. Ninguno de estos argumentos es convincente: en nuestro ejemplo no hay ninguna necesidad de conversión; Aristóteles, a menudo, omite el signo de universalidad donde debiera ser usado[51], y en cuanto al primer argumento, sabemos ya que existe otra explicación mejor.

El modo Darapti:

(10) Si *P* pertenece a todo *S* y *R* pertenece a todo *S*, entonces *P* pertenece a algún *R*,

resulta de una sustitución de la tesis (2) –tomando *P* por *B*, y *R* por *A:*

(11) Si existe un *C* tal que *P* pertenece a todo *C* y *R* pertenece a todo *C*, entonces *P* pertenece a algún *R*,

y de la tesis:

(12) Si *P* pertenece a todo *S* y *R* pertenece a todo *S*, entonces existe un *C* tal que *P* pertenece a todo *C* y *R* pertenece a todo *C*.

La tesis (12) la podemos probar aplicando a la identidad:

(13) Si *P* pertenece a todo *C* y *R* pertenece a todo *C*, entonces *P* pertenece a todo *C* y *R* pertenece a todo *C*,

la segunda regla de cuantificación existencial, obteniendo así:

(14) Si *P* pertenece a todo *C* y *R* pertenece a todo *C*, entonces existe un *C* tal que *P* pertenece a todo *C* y *R* pertenece a todo *C*,

y sustituyendo en (14) la variable libre *C* por la letra *S*, es decir, efectuando la sustitución sólo en el antecedente, pues no está permitido sustituir por cosa alguna una variable ligada.

De (12) y (11) resulta el modo Darapti por el silogismo hipotético. Vemos de nuevo que el término expuesto *C* es un término universal como *A* o *B*. No tiene, sin duda, la menor consecuencia denotar a este término por *N* en vez de hacerlo por *C*.

De mayor importancia parece ser el tercer pasaje, que contiene la prueba por exposición del modo Bocardo. Este pasaje dice: 'Si *R* pertenece a todo *S*, pero *P* no pertenece a algún *S*, es necesario que *P* no pertenezca a algún *R*. Pues si *P* perteneciera a todo *R*, y *R* perteneciera a todo *S*, entonces *P* pertenecerá a todo *S;* pero suponíamos que no era así. La prueba es posible también sin reducción *ad impossibile*, si tomamos alguno de los *S* a los cuales no pertenece *P*'[52]. Analizaré esta prueba de la misma manera que las otras pruebas por exposición.

Denotemos por *C* la parte de *S* a la que no pertenece *P;* obtenemos dos proposiciones: '*S* pertenece a todo *C*' y '*P* no pertenece a ningún *C*'. De la primera de estas

---

ἡ δεῖξις, χρῆται· ὁ γὰρ δι' ἐκθέσεως τρόπος δι' αἰσθήσεως γίνεται. οὐ γὰρ ἴνα τοιοῦτόν τι τοῦ Σ λάβωμεν, καθ' οὗ ῥηθήσεται παντὸς καὶ τὸ Π καὶ τὸ *P*, λέγει... ἀλλ' ἵνα τι τῶν ὑπ' αἴσθησιν πιπτόντων, ὃ φανερόν ἐστιν ὂν καὶ ἐν τῷ Π καὶ ἐν τῷ *P*.

[50] Ibid. 100. 7 ὅτι γὰρ αἰσθητὴ ἡ διὰ τῆς ἐκθέσεως δεῖξις, σημεῖον πρῶτον μὲν τὸ εἰ μὴ οὕτως λαμβάνοιτο, μηδεμίαν γίνεσθαι δεῖξιν· ἕπειται δὲ καὶ τὸ αὐτὸν μηκέτι χρήσασθαι ἐπὶ τοῦ *N*, ὃ ἦν τι τοῦ Σ, τῷ παντὶ αὐτῷ ὑπάρχειν τό τε Π καὶ τὸ *P*, ἀλλ' ἁπλῶς θεῖναι τὸ ὑπάρχειν. ἀλλὰ καὶ τὸ μηδετέραν ἀντιστρέψαι.

[51] Véase por ejemplo, pág. 14, n. 4.

[52] *An. pr.* i. 6, 28[b]17 εἰ γὰρ τὸ *P* παντὶ τῷ Σ, τὸ δὲ Π τινὶ μὴ ὑπάρχει, ἀνάγκη τὸ Π τινὶ τῷ *P* μὴ ὑπάρχειν. εἰ γὰρ παντί, καὶ τὸ *P* παντὶ τῷ Σ, καὶ τὸ Π παντὶ τῷ Σ ὑπάρξει· ἀλλ' οὐχ ὑπῆρχεν. δείκνυται δὲ καὶ ἄνευ τῆς ἀπαγωγῆς, ἐὰν ληφθῇ τι τῶν Σ ᾧ τὸ Π μὴ ὑπάρχει.

proposiciones y la premisa '*R* pertenece a todo *S*' obtenemos por el modo Barbara la consecuencia '*R* pertenece a todo *C*', que da junto con la segunda proposición '*P* no pertenece a ningún *C*' la conclusión requerida '*P* no pertenece a algún *R*' por el modo Felapton. El problema está en cómo podemos obtener las proposiciones con *C* partiendo de las premisas originales '*R* pertenece a todo *S*' y '*P* no pertenece a algún *S*'. La primera de estas premisas es inútil para nuestro propósito, pues no contiene a *P*; de la segunda premisa no podemos obtener nuestras proposiciones por el camino ordinario, ya que es particular, y nuestras proposiciones son universales. Pero si introducimos el cuantificador existencial sí que podemos obtenerlas, pues la tesis siguiente es verdadera:

(15) Si *P* no pertenece a algún *S*, entonces existe un *C* tal que *S* pertenece a todo *C* y *P* no pertenece a ningún *C*.

La verdad de esta tesis será obvia si advertimos que la condición requerida por *C* es siempre cumplida por aquella parte de *S* a la que no pertenece *P*.

Partiendo de la tesis (15) podemos probar el modo Bocardo sobre la base de los modos Barbara y Felapton por medio de algunas leyes de la lógica proposicional y la segunda regla de los cuantificadores existenciales. Como la prueba es más bien larga, daré aquí sólo un esbozo.

Tomamos como premisas, además de (15), el modo Barbara con las premisas traspuestas:

(16) Si *S* pertenece a todo *C* y *R* pertenece a todo *S*, entonces *R* pertenece a todo *C*,

y el modo Felapton, con las premisas asimismo traspuestas:

(17) Si *R* pertenece a todo *C* y *P* no pertenece a ningún *C*, entonces *P* no pertenece a algún *R*.

A estas premisas podemos aplicarles una complicada tesis de la lógica proposicional que, muy curiosamente, fue conocida por los peripatéticos y atribuida por Alejandro al propio Aristóteles. Es denominada el 'teorema sintético', *συνθετικὸν θεώρημα*, y dice así: 'Si α y β implican γ, y γ junto con δ implica ϵ, entonces α y β junto con δ implican ϵ'[53]. Tomemos por α, β y γ la primera premisa, la segunda premisa y la conclusión, respectivamente de Barbara, por δ y ϵ la segunda premisa y la conclusión respectivamente de Felapton; obtenemos la fórmula:

(18) Si *S* pertenece a todo *C* y *R* pertenece a todo *S* y *P* no pertenece a ningún *C*, entonces *P* no pertenece a algún *R*.

Esta fórmula puede ser transformada por otra ley de la lógica proposicional como sigue:

(19) Si *S* pertenece a todo *C* y *P* no pertenece a ningún *C*, entonces si *R* pertenece a todo *S*, *P* no pertenece a algún *R*.

A esta fórmula puede ser aplicada la segunda regla del cuantificador existencial. Pues *C* es una variable libre que ocurre en el antecedente de (19); pero no en el consecuente. De acuerdo con esta regla obtenemos la tesis:

---

[53] Alejandro 274. 19 *δι' ὧν δὲ λέγει νῦν, ὑπογράφει ἡμῖν φανερώτερον τὸ λεγόμενον 'συνθετικὸν θεώρημα', οὗ αὐτός ἐστιν εὑρετής. ἔστι δὲ ἡ περιοχὴ αὐτοῦ τοιαύτη· 'ὅταν ἔκ τινων συνάγηταί τι, τὸ δὲ συναγόμενον μετά τινος ἢ τινῶν συνάγῃ τι, καὶ τὰ συνακτικὰ αὐτοῦ μεθ' οὗ ἢ μεθ' ὧν συνάγεται ἐκεῖνο, καὶ αὐτὰ τὸ αὐτὸ συνάξει.* El siguiente ejemplo se da ibid. 26 *ἐπεὶ γὰρ τὸ 'πᾶν δίκαιον ἀγαθὸν' συναγόμενον ὑπὸ τῶν πᾶν δίκαιον καλόν, πᾶν καλὸν, ἀγαθὸν' συνάγει μετὰ τοῦ 'πᾶν ἀγαθὸν συμφέρον' τὸ 'πᾶν δίκαιον συμφέρον', καὶ τὰ 'πᾶν δίκαιον καλόν, πᾶν καλὸν ἀγαθόν' ὄντα συνακτικὰ τοῦ 'πᾶν δίκαιον ἀγαθὸν' μετὰ τοῦ 'πᾶν ἀγαθὸν συμφέρον' συνάξει τὸ 'πᾶν δίκαιον συμφέρον'.*

(20) Si existe un *C* tal que *S* pertenece a todo *C* y *P* no pertenece a ningún *C*, entonces si *R* pertenece a todo *S*, *P* no pertenece a algún *R*.

De la premisa (15) y la tesis (20) resulta por el silogismo hipotético la consecuencia:

(21) Si *P* no pertenece a algún *S*, entonces si *R* pertenece a todo *S*, *P* no pertenece a algún *R*,

y esta es la forma implicacional del modo Bocardo.

Es, sin duda, altamente improbable que Aristóteles viera todos los pasos de esta deducción; pero es importante saber que su intuición con respecto a la prueba por ecthesis fue acertada. El comentario de Alejandro sobre esta prueba del modo Bocardo es digno de ser citado. 'Es posible', dice él, 'probar este modo sin recurrir a algún *S*, dado por percepción y singular, sino tomando un *S* tal, que excluyese a *P*. Pues *P* no pertenecería a ninguno de estos *S*, y *R* a todos, y esta combinación de premisas da como conclusión que *P* no pertenece a algún *R*'[54]. Alejandro concede aquí, al fin, que el término expuesto puede ser universal.

Las pruebas por exposición no tienen importancia para la silogística de Aristóteles como sistema. Todos los teoremas probados por ecthesis pueden ser probados por conversión o *per impossibile*. Pero son de suma importancia en sí mismas, pues contienen un nuevo elemento lógico cuyo significado no fue enteramente claro para Aristóteles. Esta fue quizá la razón de que omitiera esta clase de prueba en el capítulo final (7) del Libro I de los *Primeros Analíticos*, donde resume su investigación sistemática sobre la silogística[55]. Nadie después de él comprendió estas pruebas. Fue reservado a la moderna lógica formal el explicarlas mediante la noción de cuantificación existencial.

§20. Las formas recusadas

Aristóteles, en su investigación sistemática de las formas silogísticas, no sólo prueba las que son verdaderas, sino que también muestra que todas las demás son falsas, y deben ser recusadas. Veamos por medio de un ejemplo cómo procede Aristóteles a recusar las formas silogísticas falsas. Sean dadas las dos premisas siguientes: *A* pertenece a todo *B* y *B* no pertenece a ningún *C*. Es la primera figura: *A* es el término primero o mayor, *B* es el medio, y *C* es el último o menor. Aristóteles escribe:

'Si el término primero pertenece a todo el medio, pero el medio no pertenece a ninguno del último, no habrá ningún silogismo entre los extremos; pues nada se sigue necesariamente de los términos que están relacionados así; pues es posible que el primero pertenezca tanto a todo como a ninguno del último, así que no es necesaria ni una conclusión particular, ni una univer-

---

[54] Alejandro 104. 3 *δύναται δ' ἐπὶ τῆς συζυγίας ταύτης δεικνύναι, καὶ εἰ μὴ αἰσθητόν τι τοῦ Σ λαμβάνοιτο καὶ καθ' ἕκαστα, ἀλλὰ τοιοῦτον, οὗ κατὰ μηδενὸς κατηγορηθήσεται τὸ* Π. *ἔσται γὰρ τὸ μὲν* Π *κατ' οὐδενὸς αὐτοῦ, τὸ δὲ P κατὰ παντός· ἡ δ' οὕτως ἔχουσα συζυγία συλλογιστικῶς δέδεικται συνάγουσα τὸ τινὶ τῷ P τὸ* Π *μὴ ὑπάρχειν.*

[55] Cfr. el comentario de Alejandro, que contiene al final su idea del carácter perceptual de las pruebas por ecthesis, 112. 33: *ὅτι δὲ ἡ δι' ἐκθέσεως δεῖξις ἦν αἰσθητικὴ καὶ οὐ συλλογιστική, δῆλον καὶ ἐκ τοῦ νῦν αὐτὸν μηκέτι μνημονεύειν αὐτῆς ὡς διὰ συλλογισμοῦ τινος γινομένης.*

sal. Pero si no hay ninguna consecuencia mediante estas premisas, no puede haber un silogismo. Términos de pertenecer a todo: animal, hombre, caballo; a ninguno: animal, hombre, piedra'[56].

En contraste con la brevedad y oscuridad de las pruebas por ecthesis, el anterior pasaje es bastante completo y claro. Pero me temo que no ha sido adecuadamente comprendido por los comentaristas. De acuerdo con Alejandro, Aristóteles demuestra en este pasaje que de la misma combinación de premisas puede ser derivada (*δυνάμενον συνάγεσθαι*), para algunos términos concretos, una conclusión universal afirmativa, y para algunos otros términos concretos una conclusión universal negativa. Este es, afirma Alejandro, el signo más obvio de que una combinación de premisas tal no tiene fuerza silogística, ya que son probadas por ella (*δείκνυται*)[57] proposiciones opuestas y contradictorias que se anulan entre sí. Lo que Alejandro dice es ciertamente erróneo, pues nada puede derivarse formalmente de una combinación asilogística de premisas, y nada puede probarse por ella. Además las proposiciones con diferentes sujetos y predicados concretos no son ni opuestas entre sí ni contradictorias. Maier vuelve a poner en forma silogística los términos indicados por Aristóteles:

Todos los hombres son animales	Todos los hombres son animales
ningún caballo es un hombre	ninguna piedra es un hombre
todos los caballos son animales	ninguna piedra es un animal

(las premisas son consideradas por él como un silogismo), y dice que aquí resulta (ergibt sich) de premisas lógicamente equivalentes tanto una proposición universal afirmativa como una universal negativa[58]. Veremos a continuación que los términos dados por Aristóteles no están destinados a ser puestos en forma de silogismo, y que nada resulta formalmente de las premisas del pseudo-silogismo citado por Maier. En vista de tales faltas de comprensión, parece ser necesario un análisis lógico de este asunto.

Si deseamos probar que la forma silogística siguiente:

(1) Si *A* pertenece a todo *B* y *B* no pertenece a ningún *C*, entonces *A* no pertenece a algún *C*,

no es un silogismo, y consecuentemente no es un teorema lógicamente verdadero, hemos de probar que existen valores de las variables *A*, *B*, y *C* tales que verifican las premisas sin verificar la conclusión. Pues una implicación que contiene variables es verdadera sólo cuando todos los valores de las variables que verifican el antecedente,

---

[56] *An. pr.* i. 4, 26[a]2 *εἰ δὲ τὸ μὲν πρῶτον παντὶ τῷ μέσῳ ἀκολουθεῖ, τὸ δὲ μέσον μηδενὶ τῷ ἐσχάτῳ ὑπάρχει, οὐκ ἔσται συλλογισμὸς τῶν ἄκρων· οὐδὲν γὰρ ἀναγκαῖον συμβαίνει τῷ ταῦτα εἶναι· καὶ γὰρ παντὶ καὶ μηδενὶ ἐνδέχεται τὸ πρῶτον τῷ ἐσχάτῳ ὑπάρχειν, ὥστε οὔτε ἔσται συλλογισμός. ὅροι τοῦ παντὶ ὑπάρχειν ζῷον, ἄνθρωπος, ἵππος· τοῦ μηδενὶ ζῷον, ἄνθρωπος, λίθος.*

[57] Alejandro 55. 22 *καὶ γὰρ καθόλου καταφατικὸν ἐπί τινος ὕλης δείξει δυνάμενον συνάγεσθαι καὶ πάλιν ἐπ' ἄλλης καθόλου ἀποφατικόν, ὃ ἐναργέστατον σημεῖον τοῦ μηδεμίαν ἔχειν τὴν συζυγίαν ταύτην ἰσχὺν συλλογιστκήν, εἴ γε τὰ τε ἐναντία καὶ τὰ ἀντίκειμενα ἐν αὐτῇ δείκνυται, ὄντα ἀλλήλων ἀναιρετικά.*

[58] Op. cit., vol. ii. *a*, pág. 76: 'Es handelt sich also um folgende Kombinationen:

aller Mensch ist Lebewesen	aller Mensch its Lebewesen
kein Pferd ist Mensch	hein Stein ist Mensch
alles Pferd ist Lebewesen	kein Stein ist Lebewesen

So wird an Beispielen gezeigt, dass bei der in Frage stehenden Prämissenzusammenstellung von logisch völlig gleichen Vordersätzen aus sowohl ein allgemein bejahender, als ein allgemein verneinender Satz sich ergeben könne.'

verifican asimismo el consecuente. El camino más fácil para mostrar esto es hallar términos concretos que verifiquen las premisas '*A* pertenece a todo *B*' y '*B* no pertenece a ningún *C*', pero que no verifiquen la conclusión '*A* no pertenece a algún *C*'. Aristóteles halló términos adecuados: tomemos 'animal' por *A*, 'hombre' por *B*, 'caballo' por *C*. Las premisas 'Animal pertenece a todo hombre' o 'Todos los hombres son animales', y 'Hombre no pertenece a ningún caballo' o 'Ningún caballo es hombre' son verificadas; pero la conclusión 'Animal no pertenece a algún caballo' o 'Algunos caballos no son animales' es falsa. La fórmula (1), por lo tanto, no es un silogismo. Por la misma razón, tampoco la forma siguiente:

(2) Si *A* pertenece a todo *B* y *B* no pertenece a ningún *C*, entonces *A* no pertenece a ningún *C*,

será un silogismo, pues las premisas son verificadas por los mismos términos concretos anteriores, pero la conclusión 'Animal no pertenece a ningún caballo' o 'Ningún caballo es animal' es falsa. Se sigue de la falsedad de (1) y (2) que ninguna conclusión negativa puede ser extraída de las premisas dadas.

Tampoco puede extraerse de ellas una premisa afirmativa. Tomemos la siguiente forma silogística:

(3) Si *A* pertenece a todo *B* y *B* no pertenece a ningún *C* entonces *A* pertenece a algún *C*.

Existen valores para *A*, *B*, y *C*, o sea, términos concretos, que verifican las premisas sin verificar la conclusión. Nuevamente da Aristóteles términos concretos: tomemos 'animal' por *A*, 'hombre' por *B*, 'piedra' por *C*. Las premisas son verificadas, pues es cierto que 'Todos los hombres son animales' y 'Ninguna piedra es hombre', pero la conclusión 'Alguna piedra es un animal' es obviamente falsa. La fórmula (3), por lo tanto no es un silogismo. Ni puede la última forma:

(4) Si *A* pertenece a todo *B* y *B* no pertenece a ningún *C*, entonces *A* pertenece a todo *C*,

ser un silogismo, ya que las premisas son verificadas por los términos dados antes, pero la conclusión 'Todas las piedras son animales' no es verificada. De lo anterior resulta que ninguna conclusión puede ser derivada de la combinación de premisas '*A* pertenece a todo *B*' y '*B* no pertenece a ningún *C*', donde *A* es el predicado y *B* es el sujeto de la conclusión. Esta combinación de premisas es inútil para la silogística.

El punto principal de este proceso de recusación es hallar una proposición universal afirmativa verdadera (tal como 'Todos los caballos son animales') y una proposición universal negativa verdadera (como 'Ninguna piedra es un animal'), compatibles ambas con las premisas. No es suficiente hallar, por ejemplo, para ciertos términos un enunciado universal afirmativo verdadero, y para algunos otros un enunciado particular negativo verdadero. Esta opinión fue propugnada por el maestro de Alejandro, Herminio, y algunos peripatéticos más antiguos, pero fue acertadamente refutada por Alejandro[59]. Esta es, de nuevo, una prueba de que las ideas de Aristóteles sobre la recusación no han sido comprendidas correctamente.

Las formas silogísticas (1)–(4) son recusadas por Aristóteles sobre la base de algunos términos concretos que verifican las premisas sin verificar la conclusión.

---

[59] Cfr. Alejandro 89.34-90.27. Se citan las palabras de Herminio: 89.34: *Ἑρμῖνος δὲ λέγει 'ἐφ' ἧς γὰρ συζυγίας τὴν ἀντίφασιν ἐνεστι συναγομένην δεῖξαι, εὔλογον ταύτην μηδὲν ἔλαττον ἀσυλλόγιστον λέγειν τῆς ἐν ᾗ τὰ ἐναντία συνάγεται· ἀσυνύπαρκτα γὰρ καὶ ταῦτα ὁμοίως ἐκείνοις.'*

Aristóteles, sin embargo, conoce otra clase de prueba por recusación. Investigando las formas silogísticas de la segunda figura, Aristóteles establece de manera general que en esta figura ni dos premisas afirmativas ni dos negativas dan lugar a una conclusión necesaria, y luego continúa así:

'Sea que *M* no pertenezca a ningún *N* ni a algún *X*. Es posible entonces a *N* pertenecer o a todo *X* o a ningún *X*. Términos de no pertenecer a ninguno: negro, nieve, animal. Términos de pertenecer a todo no se pueden encontrar, si *M* pertenece a algún *X*, y no pertenece a algún *X*. Pues si *N* perteneciera a todo *X*, y *M* a ningún *N*, entonces *M* no pertenecería a ningún *X*; pero se supuso que pertenece a algún *X*. De esta manera, pues, no es posible tomar términos, y la prueba ha de partir de la naturaleza indefinida de la premisa particular. Porque dado que es cierto que *M* no pertenece a algún *X*, incluso si no pertenece a ningún *X*, y dado que si no pertenece a ningún *X* no es posible un silogismo, claramente no es posible que sea ambas cosas.'[60]

Aristóteles comienza aquí la prueba de recusación dando términos concretos, como en el ejemplo primero. Pero luego interrumpe su prueba, pues no puede encontrar términos concretos que puedan verificar las premisas '*M* no pertenece a ningún *N*' y '*M* no pertenece a algún *X*' sin verificar la proposición '*N* no pertenece a algún *X*', supuesto que *M*, que no pertenece a algún *X*, pertenezca al mismo tiempo a algún (otro) *X*. La razón es que de las premisas '*M* no pertenece a ningún *N*' y '*M* pertenece a algún *X*' se sigue la proposición '*N* no pertenece a algún *X*' por el modo Festino. Pero no es necesario que *M* pertenezca a algún *X*, aunque no pertenezca a algún (otro) *X*; *M* podía no pertenecer a ningún *X*. Términos concretos que verifiquen las premisas '*M* no pertenece a ningún *N*' y '*M* no pertenece a ningún *X*', y que no verifican la proposición '*N* no pertenece a algún *X*', pueden ser elegidos fácilmente, y de hecho Aristóteles los halló, recusando la forma silogística de la segunda figura con premisas universales negativas; los términos requeridos son: *M*–'línea', *N*–'animal', *X*–'hombre'[61]. Los mismos términos pueden ser usados para recusar la forma silogística:

(5) Si *M* no pertenece a ningún *N* y *M* no pertenece a algún *X*, entonces *N* no pertenece a algún *X*.

Pues la premisa 'Ningún animal es una línea' es verdadera, y la segunda premisa 'Algún hombre no es una línea' es también verdadera, por cuanto que es verdad que 'Ningún hombre es una línea', pero la conclusión 'Algún hombre no es un animal' es falsa. Aristóteles, sin embargo, no acaba su prueba de esta manera[62], pues ve otra posibilidad: si la forma con premisas universales negativas:

(6) Si *M* no pertenece a ningún *N* y *M* no pertenece a ningún *X*, entonces *N* no pertenece a algún *X*,

---

[60] *An. pr.* i. 5, 27[b]12-23 *ἔστωσαν γὰρ... στερητικαί, οἷον τὸ Μ τῷ μὲν Ν μηδενὶ τῷ δὲ Ξ τινὶ μὴ ὑπαρχέτω· ἐνδέχεται δὴ καὶ παντὶ καὶ μηδενὶ τῷ Ξ τὸ Ν ὑπάρχειν. ὅροι τοῦ μὲν μὴ ὑπάρχει, μέλαν, χιών, ζῷον· τοῦ δὲ παντὶ ὑπάρχειν οὐκ ἔστι λαβεῖν, εἰ τὸ Μ τῷ Ξ τινὶ μὲν ὑπάρχει μέλαν, χιών, ζῷον· τοῦ δὲ παντὶ ὑπάρχειν οὐκ ἔστι λαβεῖν, εἰ τὸ Μ τῷ Ξ τινὶ μὲν ὑπαρχει, τινί δὲ μή. εἰ γαρ παντι τῶ Ξ τὸ Ν, τὸ δὲ Μ μηδενὶ τῶ Ν, τὸ Μ οὐδενὶ τῷ Ξ ὑπάρξει· ἀλλ' ὑπέκειτο τινὶ ὑπάρχειν. οὕτω μὲν ουν οὐκ ἐγχωρεῖ λαβεῖν ὅρους, ἐκ δὲ τοῦ ἀδιορίστου δεικτέον· ἐπει γὰρ ἀληθεύεται τὸ τινὶ μὴ ὑπάρχειν τὸ Μ τῷ Ξ καὶ εἰ μηδενὶ ὑπάρχει, μηδενὶ δὲ ὑπάρχοντος οὐκ ἦν συλλογισμός, φανερὸν ὅτι οὐδὲ νῦν ἔσται.*

[61] Ibid. 27[a]20 *οὐδ'* (a saber *ἔσται συλλογισμός*) *ὅταν μήτε τοῦ Ν μήτε τοῦ Ξ μηδενὸς κατηγορῆται τὸ Μ. ὅροι τοῦ ὑπάρχειν γραμμή, ζῷον, ἄνθρωπος, τοῦ μὴ ὑπάρχειν γραμμή, ζῷον, λίθος.*

[62] Alejandro completó esta prueba, 88.12: *τοῦ παντὶ τὸ Ν τῷ Ξ ὑπάρχειν ὅροι· γραμμὴ τὸ Μ, ζῷον τὸ Ν, ἄνθρωπος τὸ Ξ· ἡ μὲν γαρ γραμμὴ οὐδενὶ ζῴῳ καὶ τινὶ οὐχ ὑπάρχει ἀνθρώπῳ ἐπεὶ καὶ μηδενί, ζῷον δὲ παντὶ ἀνθρώπῳ.*

es recusada, (5) ha de ser también recusada. Puesto que (5) se mantiene, (6), que tiene una premisa más fuerte que (5), debe ser también mantenida.

La lógica formal moderna, por lo que yo sé, no usa la 'recusación' como una operación opuesta a la 'aserción' de Frege. Las reglas de recusación no son aún conocidas. Con base en la prueba anterior de Aristóteles, podemos establecer la siguiente regla:

(*c*) Si la implicación 'Si α entonces β' es asertada, pero su consecuente β es recusado, entonces su antecedente α debe ser también recusado.

Esta regla puede ser aplicada no sólo para recusar (5) si (6) es recusada, sino también para recusar (2) si (1) es recusada. Pues de una premisa *E* se sigue una premisa *O*, y si (2) es verdadera, entonces (1) ha de ser verdadera. Pero si (1) es recusada, también (2) ha de ser recusada.

La regla (*c*) para recusación corresponde a la regla de separación para la aserción. Podemos aceptar otra regla para la recusación que corresponde a la regla de sustitución para la aserción. Puede ser formulada así:

(*d*) Si α es una sustitución de β, y α es recusada, entonces β debe ser también recusada.

Ejemplo: supóngase que '*A* no pertenece a algún *A*' es recusada; entonces '*A* no pertenece a algún *B*' ha de ser también recusada, ya que, si la segunda expresión fuera asertada, podríamos obtener de ella por sustitución la primera expresión, que es recusada.

La primera de estas reglas fue anticipada por Aristóteles, la segunda fue desconocida para él. Ambas nos capacitan para recusar algunas formas supuesto que algunas otras formas hayan sido ya recusadas. Aristóteles recusa algunas formas por medio de términos concretos, como 'hombre', 'animal', 'piedra'. Este procedimiento es correcto, pero introduce en la lógica términos y proposiciones impropios de ella. 'Hombre' y 'animal' no son términos lógicos, y la proposición 'Todos los hombres son animales' no es una tesis lógica. La lógica no puede depender de términos y enunciados concretos. Si queremos evitar esta dificultad, hemos de recusar axiomáticamente algunas formas. He hallado que si recusamos axiomáticamente las dos siguientes formas de la segunda figura:

(7) Si *A* pertenece a todo *B* y *A* pertenece a todo *C*, entonces *B* pertenece a algún *C*, y

(8) Si *A* no pertenece a ningún *B* y *A* no pertenece a ningún *C*, entonces *B* pertenece a algún *C*,

todas las demás formas pueden ser recusadas por las reglas (*c*) y (*d*).

§21. Algunos problemas no resueltos

El sistema aristotélico de silogismos no-modales es una teoría de cuatro constantes que pueden ser denotadas por 'Todo-es', 'Ningún-es', 'Algún-es' y 'Algún-no es'. Estas constantes son funtores de dos argumentos que son representados por variables que tienen como valores sólo términos universales concretos. Los términos singulares, los términos vacíos y también los negativos son excluidos como valores. Las constantes junto con sus argumentos forman cuatro clases de proposiciones llamadas premisas, a saber: 'Todo *A* es *B*', 'Ningún *A* es *B*', 'Algún *A* es *B*' y

'Algún *A* no es *B*'. El sistema puede denominarse 'lógica formal', ya que los términos concretos, tales como 'hombre' o 'animal', no pertenecen a él, sino sólo a sus aplicaciones. El sistema no es una teoría de las formas del pensamiento, ni es dependiente de la psicología; es similar a una teoría matemática de la relación 'mayor que' como ya fuera observado con acierto por los estoicos.

Las cuatro clases de premisas forman tesis del sistema por medio de dos funtores 'Si-entonces' e 'y'. Estos funtores pertenecen a la lógica proposicional, que es una teoría auxiliar del sistema. En algunas pruebas encontramos un tercer funtor proposicional, a saber: la negación proposicional 'No es cierto que', denotada brevemente por 'no'. Las cuatro constantes aristotélicas 'Todo-es', 'Ningún-es', 'Algún-es' y 'Algún-no es', junto con las tres constantes proposicionales 'si-entonces', 'y', y 'no', son los únicos elementos de la silogística.

Todas las tesis del sistema son proposiciones consideradas como verdaderas para todos los valores de las variables que ocurren en ellas. Ningún silogismo aristotélico está formulado como una regla de inferencia con la palabra 'por consiguiente', como ocurre en la lógica tradicional. La lógica tradicional es un sistema diferente de la silogística aristotélica y no debe ser confundido con la genuina lógica de Aristóteles. Aristóteles dividió los silogismos en tres figuras, pero conoció y aceptó todos los modos silogísticos de la cuarta figura. La división de silogismos en figuras carece de importancia lógica y tiene sólo un fin práctico: necesitamos estar seguros de que ningún modo silogístico válido es omitido.

El sistema está axiomatizado. Como axiomas Aristóteles toma los dos primeros modos de la primera figura, Barbara y Celarent. A estos dos axiomas tenemos que añadir dos leyes de conversión, que no pueden ser probadas silogísticamente. Si queremos tener la ley de identidad, 'Todo *A* es *A*', en el sistema hemos de asumirla axiomáticamente. La fundamentación más simple que podemos conseguir es tomar las constantes 'Todo-es' y 'Algún-es' como términos primitivos, definir las otras dos constantes por medio de estos términos con ayuda de la negación proposicional y asumir como axiomas cuatro tesis, a saber: las dos leyes de identidad y los modos Barbara y Datisi, o Barbara y Dimaris. No es posible construir el sistema sobre un solo axioma. Buscar el principio de la silogística aristotélica es un intento inútil, si 'principio' significa lo mismo que 'axioma'. El denominado *dictum de omni et nullo* no puede ser el principio de la silogística en este sentido, y jamás fue expresado como tal por el propio Aristóteles.

Aristóteles reduce los denominados silogismos imperfectos a los perfectos, es decir, a los axiomas. Reducción significa aquí prueba o deducción de un teorema desde los axiomas. Utiliza tres clases de prueba: por conversión, por *reductio ad impossibile,* y por ecthesis. El análisis lógico demuestra que en todas las pruebas de las dos primeras clases hay involucradas tesis de la parte más elemental de la lógica proposicional, la teoría de la deducción. Aristóteles las usa intuitivamente, pero poco después de él los estoicos, que inventaron el primer sistema de lógica proposicional, establecen algunas de ellas explícitamente –la ley compuesta de trasposición y el denominado 'teorema sintético', que es atribuido a Aristóteles, pero no aparece en su obra lógica existente. Un nuevo elemento lógico parece estar implicado en las pruebas por ecthesis: dichas pruebas pueden ser explicadas con la ayuda del cuantificador existencial. La introducción sistemática de cuantificadores en la silogística cambiaría completamente este sistema: el término primitivo 'Algún-es' puede ser definido por el término 'Todo-es', surgirían muchas tesis no conocidas por Aristóteles. Como el propio Aristóteles ha omitido las pruebas por ecthesis

en su resumen final de la silogística, no hay necesidad de introducirlas en su sistema.

Otro nuevo elemento está contenido en la investigación de Aristóteles sobre las formas silogísticas no conclusivas: es la recusación. Aristóteles recusa formas inválidas mediante ejemplificación con términos concretos. Este proceder es lógicamente correcto, pero introduce en el sistema términos y proposiciones que no le son adecuados. Hay, sin embargo, casos donde aplica un procedimiento más lógico, reduciendo una forma inválida a otra ya recusada. Sobre la base de esta observación podría establecerse una regla de recusación que corresponde a la regla de separación por aserción; ello puede ser considerado como el comienzo de un nuevo campo de cuestiones lógicas y de nuevos problemas que hay que resolver.

Aristóteles no investiga sistemáticamente los llamados polisilogismos, esto es, silogismos con más de tres términos y dos premisas. Como hemos visto, Galeno estudió silogismos compuestos que constaban de cuatro términos y tres premisas. Es un viejo error atribuir a Galeno la paternidad de la cuarta figura: Galeno divide los silogismos compuestos de cuatro términos en cuatro figuras, pero no los simples conocidos por nosotros por sus nombres medievales. Estas investigaciones fueron enteramente olvidadas. Pero los silogismos compuestos también pertenecen a la silogística y han de ser tenidos en cuenta, y de aquí otro problema que ha de ser estudiado sistemáticamente. Una contribución esencial a este problema es el conjunto de fórmulas dadas por C. A. Meredith, que se mencionó anteriormente al final de la sección 14.

Aún queda un problema no entrevisto por Aristóteles, pero de suma importancia para su sistema entero: es el problema de la decisión. El número de expresiones significativas de la silogística es infinito; muchas de ellas son ciertamente falsas, pero algunas de ellas pueden ser verdaderas, por ejemplo, polisilogismos válidos de n términos donde n es un número entero cualquiera. ¿Podemos estar seguros de que nuestros axiomas junto con nuestras reglas de inferencia son suficientes para probar todas las expresiones verdaderas de la silogística? Y análogamente ¿podemos estar seguros de que las reglas de recusación, formuladas al final de la sección 20, son suficientes para recusar todas las expresiones falsas, supuesto que un número finito de ellas sea recusado axiomáticamente? Yo suscité estos problemas en 1938 en mi seminario de lógica matemática en la Universidad de Varsovia. Uno de mis antiguos discípulos, hoy profesor de Lógica y Metodología en la Universidad de Wroclaw, J. Slupecki, encontró la solución de ambos problemas. Su respuesta a la primera cuestión fue positiva, y a la segunda negativa. De acuerdo con Slupecki no es posible recusar todas las expresiones falsas de la silogística mediante las reglas (*c*) y (*d*) citadas en la sección 20, supuesto que un número finito de ellas sea recusado axiomáticamente. Aun cuando podemos recusar axiomáticamente muchas expresiones falsas, existen siempre otras expresiones falsas que no pueden ser recusadas de otra manera que axiomáticamente. Pero es imposible establecer un conjunto infinito de axiomas. Hay que añadir al sistema una regla nueva de recusación para completar la insuficiente caracterización de la lógica aristotélica dada por los cuatro axiomas. Esta regla fue encontrada por Slupecki.

La regla de recusación de Slupecki peculiar para la silogística de Aristóteles puede ser formulada del siguiente modo: Denoten α y β premisas negativas de la lógica aristotélica, es decir, premisas del tipo 'Ningún A es B' o 'Algún A no es B', y denote γ o bien una premisa simple (de cualquier tipo) o una implicación cuyo consecuente sea una premisa simple y el antecedente una conjunción de tales premisas:

si las expresiones 'Si α, entonces γ' y 'Si β, entonces γ' son recusadas, entonces la expresión 'Si β y α, entonces γ' ha de ser recusada también[63]. Esta regla junto con las reglas de recusación (*c*) y (*d*) y la expresión recusada axiomáticamente 'Si todo *C* es *B* y todo *A* es *B*, entonces algún *A* es *C*', nos capacitan para recusar cualquier expresión falsa del sistema. Además, suponemos dados los cuatro axiomas asertados de la silogística, las definiciones de las premisas *E* y *O*, las reglas de inferencia para expresiones asertadas, y la teoría de la deducción como sistema auxiliar. De este modo el problema de la decisión encuentra su solución: para cualquier expresión significativa dada del sistema podemos decidir si es verdadera y puede ser asertada o si es falsa y ha de ser recusada.

Con la solución de este problema las principales investigaciones sobre la silogística de Aristóteles llega a su fin. Queda sólo un problema o más bien un punto misterioso que aguarda una explicación: para recusar todas las expresiones falsas del sistema es necesario y suficiente recusar axiomáticamente sólo una expresión falsa, a saber, la forma silogística de la segunda figura con premisas universales afirmativas y conclusión particular afirmativa. No existe ninguna otra expresión apropiada para tal fin. La explicación de este curioso hecho lógico quizá pueda conducir a nuevos descubrimientos en el campo de la lógica.

---

[63] J. Slupecki, "Z badán nad sylogistyka Arystotelesa" (Investigación sobre la silogística de Aristóteles), *Travaux de la Société des Sciences et des Lettres de Wroclaw*, Ser. B, núm. 9, Wroclaw (1948). Véase al capítulo V, dedicado al problema de decisión.

CAPITULO IV

EL SISTEMA DE ARISTOTELES EN FORMA SIMBOLICA

§22. Explicación del simbolismo

Este capítulo no pertenece a la historia de la lógica. Su propósito es adaptar el sistema de silogismos no-modales a exigencias de la lógica formal moderna, pero en íntima conexión con las ideas desarrolladas por el propio Aristóteles.

La lógica formal moderna es estrictamente formalista. Para obtener una teoría formalizada de modo exacto es más conveniente emplear un simbolismo inventado con este propósito que hacer uso del lenguaje ordinario, que tiene sus propias leyes gramaticales. Por lo tanto, he de partir de la explicación de un tal simbolismo. Como la silogística aristotélica supone la parte más elemental de la lógica proposicional, llamada teoría de la deducción, explicaré la notación simbólica de estas dos teorías.

En ambas teorías aparecen variables y constantes. Las variables son denotadas por letras minúsculas latinas, las constantes por mayúsculas latinas. Mediante las letras iniciales del alfabeto *a, b, c, d, ...*, denoto variables-término de la lógica aristotélica. Estas variables-término tienen por valores términos universales, como 'hombre' o 'animal'. Para las constantes de esta lógica empleo las letras mayúsculas *A, E, I* y *O*, usadas ya en este sentido por los lógicos medievales. Con la ayuda de estas dos clases de letras formo las cuatro funciones de la lógica aristotélica, escribiendo las constantes delante de las variables:

Aab	significa	Todo *a* es *b*	o	*b* pertenece a todo *a*,
Eab	„	Ningún *a* es *b*	„	*b* no pertenece a ningún *a*,
Iab	„	Algún *a* es *b*	„	*b* pertenece a algún *a*,
Oab	„	Algún *a* no es *b*	„	*b* no pertenece a algún *a*.

Las constantes *A, E, I* y *O* se denominan funtores, y *a* y *b* sus argumentos. Todos los silogismos aristotélicos se componen de estos cuatro tipos de función conectados entre sí por medio de las palabras 'si' e 'y'. Estas palabras también denotan funtores, pero de un género diferente de las constantes aristotélicas: Sus argumentos no son expresiones-término, es decir, términos concretos o variables-términos, sino expresiones proposicionales, esto es, proposiciones tales como 'Todos los hombres son animales', funciones proposicionales como '*Aab*', o variables proposicionales. Denoto a las variables proposicionales por *p, q, r, s, ...*, al funtor 'si' por *C*, al funtor 'y' por *K*. La expresión *Cpq* significa 'si *p*, entonces *q*' ('entonces' puede ser omitido) y se denomina 'implicación' con *p* como antecedente y *q* como consecuente. *C* no pertenece al antecedente, sólo combina al antecedente con el consecuente. La expresión *Kpq* significa '*p* y *q*' y se denomina 'conjunción'. Encontraremos en algunas pruebas un tercer funtor de la lógica proposicional, la negación proposicional. Es éste un funtor de un argumento y es denotado por *N*. Es difícil dar razón del funtor *Np* tanto en inglés como en cualquier otra lengua moderna,

porque no existe una sola palabra para la negación proposicional[1]. Tenemos que expresarla mediante una perífrasis: 'no-es-verdad-que-*p*' o 'no-es-el-caso-que-*p*'. Por motivos de brevedad usaré la expresión 'No-*p*'.

El principio de mi notación está en escribir los funtores delante de los argumentos. De este modo puedo evitar paréntesis. Este simbolismo sin paréntesis que inventé y he utilizado en mis escritos lógicos desde 1929[2], puede ser aplicado tanto a las matemáticas como también a la lógica. La ley asociativa de adición reza en la notación ordinaria así:

$$(a + b) + c = a + (b + c),$$

y no puede ser formulada sin paréntesis. Si escribimos en cambio, el funtor + delante de sus argumentos, tendremos:

$$(a + b) + c = ++abc \quad \text{y} \quad a + (b + c) = +a + bc.$$

La ley de asociación puede ser ahora escrita sin paréntesis:

$$++abc = +a + bc.$$

Ahora explicaré algunas expresiones escritas en esta notación simbólica. La expresión simbólica de un silogismo es fácil de entender. Tómese, por ejemplo, el modo Barbara:

Si todo *b* es *c* y todo *a* es *b*, entonces todo *a* es *c*.
En símbolos se escribe:

CKAbcAabAac.

La conjunción de las premisas *Abc* y *Aab*, a saber, *KAbcAab*, es el antecedente de la fórmula, la conclusión *Aac* es su consecuente.

Algunas expresiones de la teoría de la deducción son más complicadas. Tomemos la expresión simbólica del silogismo hipotético:

Si (si *p*, entonces *q*), entonces [si (si *q*, entonces *r*), entonces (si *p*, entonces *r*)]. Esto se escribe:

CCpqCCqrCpr.

Para entender la construcción de esta fórmula el lector ha de recordar que *C* es un funtor de dos argumentos proposicionales que siguen inmediatamente a *C*, formando junto con *C* una nueva expresión proposicional compuesta. De este género son las expresiones *Cpq*, *Cqr*, y *Cpr* contenidas en la fórmula. Poniendo a cada una de ellas entre paréntesis resultará la expresión:

C(*Cpq*)*C*(*Cqr*)(*Cpr*).

Ahora puede verse fácilmente que (*Cpq*) es el antecedente de la fórmula entera, y el resto, esto es *C*(*Cqr*)(*Cpr*), es el consecuente, que tiene a su vez (*Cqr*) por antecedente y (*Cpr*) por consecuente.

---

[1] Los estoicos usaron para la negación proposicional la palabra sola οὐχί.

[2] Véase, por ejemplo Łukasiewicz y Tarski, 'Untersuchungen über den Aussagenkalkül', *Comptes Rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, xxiii (1930), Cl. III, página 31-2.

Del mismo modo podemos analizar todas las demás expresiones, por ejemplo la siguiente que contiene a *N* y *K* además de *C*:

CCKpqrCKNrqNp.

Recuérdese que *K* es, como *C*, un funtor de dos argumentos y que *N* es un funtor de un sólo argumento. Usando diferentes clases de paréntesis obtendremos la expresión:

$C[C(Kpq)r]\ \{C[K(Nr)q](Np)\}$.

$[C(Kpq)r]$ es el antecedente de toda la fórmula mientras que $\{C[K(Nr)q](Np)\}$ es su consecuente, que tiene a su vez a la conjunción $[K(Nr)q]$ como antecedente y a la negación (Np) como consecuente.

§23. Teoría de la deducción

El sistema lógico más fundamental, sobre la base del cual son construidos todos los demás sistemás lógicos, es la teoría de la deducción. Como todo lógico está obligado a conocer este sistema, lo describiré aquí brevemente.

La teoría de la deducción puede ser axiomatizada de varios modos diferentes, según cuáles sean los funtores elegidos como términos primitivos. El modo más simple consiste en seguir a Frege, que toma como términos primitivos los funtores de implicación y negación, en nuestro simbolismo *C* y *N*. Existen varios conjuntos de axiomas del sistema *C-N;* el más simple de ellos, que goza de aceptación casi universal, fue descubierto por mí antes de 1929[3]. Consta de tres axiomas:

T1. *CCpqCCqrCpr*
T2. *CCNppp*
T3. *CpCNpq.*

El primer axioma es la ley del silogismo hipotético, ya explicada en la sección anterior. El segundo axioma, que reza en palabras 'Si (si no-*p*, entonces *p*), entonces *p*', fue aplicado por Euclides a la prueba de un teorema matemático[4]. Lo denomino ley de Clavius, porque Clavius (un erudito jesuita que vivió en la segunda mitad del siglo dieciséis, y participó en la confección del calendario gregoriano) fue el primero que atrajo la atención sobre esta ley en su comentario sobre Euclides. El tercer axioma, en palabras 'Si *p*, entonces si no-*p*, entonces *q*', aparece por primera vez, que yo sepa, en un comentario sobre Aristóteles atribuido a Duns Scoto; lo llamo la ley de Duns Scoto[5]. Esta ley contiene el letal veneno usualmente imputado a la contradicción: si dos sentencias contradictorias, como α y $N\alpha$, fueran ambas verdaderas, podríamos derivar de ellas por medio de esta ley la proposición arbitraria *q*, esto es, una proposición cualquiera.

Pertenecen al sistema dos reglas de inferencia: la regla de sustitución y la regla de separación.

---

[3] Publicado primero en polaco: 'O znczeniu i potrzebach logiki matematycznej' (sobre la importancia y condiciones de la lógica matemática), *Nauka Polska,* vol. x, Warsaw (1929), página 610-12. Cfr. asimismo la contribución en alemán citada en pág. 71, nota 2. Satz 6, página 35.

[4] Véase más arriba, sección 16.

[5] Cfr. mi obra citada en pág. 49, nota 15.

La regla de sustitución nos permite deducir nuevas tesis de una tesis asertada en el sistema, escribiendo en lugar de una variable una expresión significativa, siempre la misma para la misma variable. Las expresiones significativas se definen inductivamente del siguiente modo: (*a*) una variable proposicional es una expresión significativa; (*b*) $N\alpha$ es una expresión significativa supuesto que α sea una expresión significativa; (*c*) $C\alpha\beta$ es una expresión significativa supuesto que α y β sean expresiones significativas.

La regla de separación es el *modus ponens* de los estoicos aludido anteriormente: si una proposición del tipo $C\alpha\beta$ es asertada y su antecedente α es asertado también, está permitido asertar el consecuente β y separarlo de la implicación como una nueva tesis.

Por medio de estas dos reglas podemos deducir de nuestro conjunto de axiomas todas las tesis verdaderas del sistema *C-N*. Si queremos tener en el sistema otros funtores además de *C* y *N*, por ejemplo *K*, debemos introducirlos por definición. Esto se puede hacer de dos maneras diferentes como mostraré en el ejemplo de *K*. La conjunción '*p* y *q*' significa lo mismo que 'no-es-verdad-que (si *p*, entonces no-*q*)'. Esta conexión entre *Kpq* y *NCpNq* puede ser expresada por la fórmula:

$$Kpq = NCpNq,$$

donde el signo = corresponde a las palabras 'significa lo mismo que'. Esta clase de definición requiere una regla especial de inferencia que nos permite reemplazar el *definiens* por el *definiendum* y viceversa. O podemos expresar la conexión entre *Kpq* y *NCpNq* por una equivalencia, y como la equivalencia no es un término primitivo de nuestro sistema, por dos implicaciones mutuamente conversas:

$$CKpqNCpNq \quad \text{y} \quad CNCpNqKpq.$$

En este caso no se requiere una regla especial de definición. Usaré definiciones del primer tipo.

Veamos ahora por vía de ejemplo, cómo pueden ser derivadas nuevas tesis de los axiomas con la ayuda de las reglas de inferencia. Deduciré de T1-T3 la ley de identidad *Cpp*. La deducción requiere dos aplicaciones de la regla de sustitución y dos de la de separación; se efectúa como sigue:

T1. $q/CNpq \times C$T3-T4
T4. *CCCNpqrCpr*
T4. $q/p, r/p \times C$T2-T5
T5. *Cpp*.

La primera línea se denomina línea derivacional. Consta de dos partes separadas una de la otra por el signo $\times$. La primera parte, T1. $q/CNpq$ significa que en T1, q ha de ser sustituido por *CNpq*. La tesis producida por esta sustitución es omitida para ahorrar espacio. Sería de la siguiente forma:

(I) *CCpCNpqCCCNpqrCpr*.

La segunda parte, CT3-T4, muestra cómo se construye esta tesis omitida, poniendo de manifiesto que la regla de separación puede serle aplicada. La tesis (I) empieza con *C*, y luego siguen el axioma T3 como antecedente y la tesis T4 como consecuente. Podemos separar por lo tanto a T4 como una nueva tesis. La línea derivacional anterior a T5 tiene una explicación similar. El trazo (/) es el signo de sustitución y la raya corta (-) el signo de separación. Casi todas las deducciones subsiguientes están efectuadas de la misma manera.

Hace falta ser muy experto en la ejecución de tales pruebas si se quiere deducir de los axiomas T1-T3 la ley de conmutación *CCpCqrCqCpr* o incluso la ley de simplificación *CpCqp*. Explicaré, por lo tanto, un método fácil para verificar expresiones de nuestro sistema sin tener que deducirlas de los axiomas. Este método, inventado por el lógico americano Carlos S. Peirce hacia 1885, se basa en el llamado principio de bivalencia, que establece que toda proposición es o verdadera o falsa, es decir, que tiene uno y sólo uno de dos posibles valores veritativos: verdad y falsedad. Este principio no debe confundirse con la ley de tercio excluso, de acuerdo con la cual de dos proposiciones contradictorias una tiene que ser verdadera. Fue establecido como la base de la lógica por los Estoicos, en particular por Crisipo[6].

Todas las funciones de la teoría de la deducción son funciones veritativas, es decir, su verdad y falsedad dependen sólo de la verdad y falsedad de sus argumentos. Denotaremos una proposición constante falsa por 0 y una proposición constante verdadera por 1. Podemos definir la negación del siguiente modo:

$$N0 = 1 \quad \text{y} \quad N1 = 0.$$

Esto significa: la negación de una proposición falsa significa lo mismo que una proposición verdadera (o brevemente, es verdadera) y la negación de una proposición verdadera es falsa. Para la implicación tenemos las cuatro definiciones siguientes:

$$C00 = 1, \quad C01 = 1, \quad C10 = 0, \quad C11 = 1.$$

Esto significa: una implicación es falsa sólo cuando su antecedente es verdadero y su consecuente falso; en todos los demás casos es verdadera. Esta es la más antigua definición de implicación, establecida por Filón de Megara y adoptada por los estoicos[7]. Para la conjunción tenemos las cuatro igualdades evidentes:

$$K00 = 0, \quad K01 = 0, \quad K10 = 0, \quad K11 = 1.$$

Una conjunción es verdadera sólo cuando ambos argumentos son verdaderos; en todos los demás casos es falsa.

Si deseamos ahora verificar una expresión significativa de la teoría de la deducción que contenga todos o algunos de los funtores *C*, *N*, y *K* tenemos que sustituir las variables ocurrentes en la expresión por los símbolos 0 y 1 en todas las permutaciones posibles y reducir las fórmulas así obtenidas sobre la base de las igualdades dadas arriba. Si después de la reducción todas las fórmulas dan 1 como resultado final, la expresión es verdadera, o sea una tesis; si una sola de ellas da 0 como resultado, la expresión es falsa. Tomemos como ejemplo del primer tipo la ley de trasposición *CCpqCNqNp;* obtenemos:

$$\begin{aligned}
&\text{Para } p/0, q/0\text{: } CC00CN0N0 = C1C11 = C11 = 1,\\
&\text{,, } p/0, q/1\text{: } CC01CN1N0 = C1C01 = C11 = 1,\\
&\text{,, } p/1, q/0\text{: } CC10CN0N1 = C0C10 = C00 = 1,\\
&\text{,, } p/1, q/1\text{: } CC11CN1N1 = C1C00 = C11 = 1.
\end{aligned}$$

---

[6] Ciceron. *Acad. pr.* ii. 95 'Fundamentum dialecticae est, quidquid enuntietur (id autem appellant ἀξίωμα) aut verum esse aut falsum'; *De fato* 21 'Itaque contendit omnes nervos Chrysippus ut persuadeat omne ἀξίωμα aut verum esse aut falsum.' En la terminología estoica ἀξίωμα significa 'proposición', y no 'axioma'.

[7] Sexto Empírico, *Adv. math.* viii. 113 ὁ μὲν Φίλων ἔλεγεν ἀληθὲς γίνεσθαι τὸ συνημμένον, ὅταν μὴ ἄρχηται ἀπ' ἀληθοῦς καὶ λήγῃ ἐπὶ ψεῦδος, ὥστε τριχῶς μὲν γίνεσθαι κατ' αὐτὸν ἀληθὲς συνημμένον, καθ' ἕνα δὲ τρόπον ψεῦδος.

Como para todas las sustituciones el resultado final es 1, la ley de trasposición es una tesis de nuestro sistema. Tomemos ahora como ejemplo del segundo tipo la expresión *CKpNqq*. Es suficiente probar una sola sustitución:

$$p/1, q/0\text{: } CK1N00 = CK110 = C10 = 0.$$

Esta sustitución da 0 como resultado final, y por consiguiente la expresión *CKpNqq* es falsa. Por el mismo procedimiento podemos comprobar todas las tesis de la teoría de la deducción empleadas como premisas auxiliares en la silogística de Aristóteles.

§24. Cuantificadores

Aristóteles no tuvo idea clara de los cuantificadores y no los usó en sus obras; consecuentemente, no podemos introducirlos en su silogística. Pero, como ya hemos visto, hay dos puntos en su sistema que podemos entender mejor si los explicamos mediante el empleo de cuantificadores. Los cuantificadores universales están conectados con la denominada 'necesidad silogística', los cuantificadores existenciales o particulares con las pruebas por ecthesis. Ahora traduciré a símbolos las pruebas con cuantificadores existenciales establecidas en la sección 19, y luego el argumento dependiente de cuantificadores universales mencionado en la sección 5.

Denoto a los cuantificadores por mayúsculas griegas, al cuantificador universal por Π, y al cuantificador particular o existencial por Σ. Π puede leerse 'para todo' y Σ 'para algún' o 'existe'; p. ej.: *ΣcKAcbAca* significa en palabras: 'Existe un *c* tal que todo *c* es *b* y todo *c* es *a*', o más brevemente: 'Para algún *c*, todo *c* es *b* y todo *c* es *a*'. Toda expresión cuantificada, por ejemplo *ΣcKAcbAca*, consta de tres partes: la parte primera, en nuestro ejemplo Σ, es siempre un cuantificador; la parte segunda, aquí *c*, es siempre una variable ligada por el cuantificador precedente; la parte tercera, aquí *KAcbAca*, es siempre una expresión proposicional que contiene la variable ligada por el cuantificador precisamente como variable libre. Al poner *Σc* antes de *KAcbAca*, la variable libre *c* de esta última fórmula se convierte en ligada. Podemos decir brevemente: Σ (parte primera) liga a *c* (parte segunda) en *KAcbAca* (parte tercera).

Las reglas de los cuantificadores existenciales han sido establecidas en la sección 19. En las líneas derivacionales denoto por Σ1 la regla que nos permite poner Σ delante del antecedente, y por Σ2 la regla que nos permite poner ese símbolo delante del consecuente de una implicación verdadera. Las siguientes deducciones se entenderán fácilmente, porque son traducción de las deducciones dadas en palabras en la sección 19; las tesis correspondientes llevan el mismo número de orden y tienen como variables las correspondientes letras minúsculas en lugar de las mayúsculas.

Prueba de conversión de la premisa I

Tesis asumidas como verdaderas sin prueba:

(1) *CIabΣcKAcbAca*
(2) *CΣcKAcbAcaIab*

Las tesis (1) y (2) pueden ser usadas como definición de la premisa *I*.

(3) *CKpqKqp* (ley conmutativa de la conjunción)
(3) *p/Acb, q/Aca* × (4)
(4) *CKAcbAcaKAcaAcb*
(4) Σ2*c* × (5)
(5) *CKAcbAcaΣcKAcaAcb*
(5) Σ1*c* × (6)
(6) *CΣcKAcbAcaΣcKAcaAcb*
T1. *CCpqCCqrCpr* (ley del silogismo hipotético)
T1. *p/Iab, q/ΣcKAcbAca, r/ΣcKAcaAcb* × *C*(1)-*C*(6)-(7)
(7) *CIabΣcKAcaAcb*
(2) *b/a, a/b* × (8)
(8) *CΣcKAcaAcbIba*
T1. *p/Iab, q/ΣcKAcaAcb, r/Iba* × *C*(7)-*C*(8)-(9)
(9) *CIabIba*

Las líneas derivacionales muestran que (4) y (8) resultan de otras tesis sólo por sustitución, y (7) y (9) por sustitución y dos separaciones. Con base en este modelo, el lector podrá intentar construir por sí mismo la prueba del modo Darapti, que es fácil.

Prueba del modo Bocardo

(Las variables *P, R* y *S* usadas en la seccion 19 deben ser cambiadas por otras letras, dado que las correspondientes letras minúsculas *p, r* y *s* están reservadas para denotar las variables proposicionales: escribamos *d* por *P, a* por *R* y *b* por *S*.)
Tesis asumida sin prueba:

(15) *CObdΣcKAcbEcd*

Dos silogismos tomados como premisas:

(16) *CKAcbAbaAca* (Barbara)
(17) *CKAcaEcdOad* (Felapton)
T6. *CCKpqrCCKrstCKKpqst*

Este es el 'teorema sintético' atribuido a Aristóteles.

T6. *p/Acb, q/Aba, r/Aca, s/Ecd, t/Oad* × *C*(16)-*C*(17)-(18)
(18) *CKKAcbAbaEcdOad*
T7. *CCKKpqrsCKprCqs* (tesis auxiliar)
T7. *p/Acb, q/Aba, r/Ecd, s/Oad* × *C*(18)-(19)
(19) *CKAcbEcdCAbaOad*
(19) Σ1*c* × (20)
(20) *CΣcKAcbEcdCAbaOad*
T1. *CCpqCCqrCpr*
T1. *p/Obd, q/ΣcKAcbEcd, r/CAbaOad* × *C*(15)-*C*(20)-(21)
(21) *CObdCAbaOad*

Esta es la forma implicacional del modo Bocardo. Si deseamos tener la forma conjuntiva usual de este modo, hemos de aplicar a (21) la llamada ley de importación:

T8. *CCpCqrCKpqr.*

Obtenemos:

T8. *p/Obd, q/Aba, r/Oad* × *C*(21)-(22)
(22) *CKObdAbaOad* (Bocardo).

Por la llamada ley de exportación,

T9. *CCKpqrCpCqr,*

que es la conversa de la ley de importación, obtenemos la forma implicacional del modo Bocardo a partir de la forma conjuntiva.

Las reglas de los cuantificadores universales son similares a las reglas de los cuantificadores particulares establecidas en la sección 19. El cuantificador universal puede ponerse delante del antecedente de una implicación verdadera incondicionalmente, ligando una variable libre que ocurra en el antecedente, y delante del consecuente de una implicación verdadera sólo bajo la condición de que la variable a ligar en el consecuente no ocurra en el antecedente como variable libre. Denoto a la primera de estas reglas por Π1, y a la segunda por Π2.

De las anteriores reglas primitivas de los cuantificadores universales resultan dos reglas derivadas: primero, es lícito (por la regla Π2 y la ley de simplificación) poner cuantificadores universales al frente de una expresión verdadera ligando variables libres ocurrentes en ella; segundo, es lícito (por la regla Π1 y la ley proposicional de identidad) suprimir cuantificadores universales que están al frente de una expresión verdadera. Cómo pueden ser derivadas estas reglas, lo explicaré tomando por ejemplo la ley de conversión de las premisas *I.*

De la ley de conversión

(9) *CIabIba*

se sigue la expresión cuantificada

(26) Π*a*Π*bCIabIba,*

y de la expresión cuantificada (26) se sigue a su vez la ley no cuantificada de conversión (9).

Primero: de (9) se sigue (26).

T10. *CpCqp* (ley de simplificación)
T10. *p/CIabIba* × *C* (9)-(23)
(23) *CqCIabIba*

A esta tesis le aplicamos la regla Π2 ligando *b*, y luego *a*, puesto que ni *a* ni *b* ocurren en el antecedente:

(23) Π2*b* × (24)
(24) *Cq*Π*bCIabIba*
(24) Π2*a* × (25)
(25) *Cq*Π*a*Π*bCIabIba*
(25) *q/CpCqp* × *C*T10-(26)
(26) Π*a*Π*bCIabIba*

Segundo: de (26) se sigue (9).

T5. *Cpp* (ley de identidad)
T5. *p/CIabIba* × (27)
(27) *CCIabIbaCIabIba*

A esta tesis aplicaremos la regla Π1 ligando *b*, y luego *a:*

(27) Π*1b* × (28)

(28) *CΠbCIabIbaCIabIba*
(28) Π*Ia* × (29)
(29) *CΠaΠbCIabIbaCIabIba*
(29) × *C*(26)-(9)
(9) *CIabIba*

Aristóteles afirma: 'Si algún *a* es *b*, es necesario que algún *b* sea *a*'. La expresión 'es necesario que' puede tener, en mi opinión, sólo este sentido: es imposible hallar valores de las variables *a* y *b* tales que puedan verificar el antecedente sin que verifiquen el consecuente. Esto significa, en otras palabras: 'Para todo *a*, y para todo *b*, si algún *a* es *b*, entonces algún *b* es *a*'. Esta es nuestra tesis cuantificada (26). Se ha probado que esta tesis es equivalente a la ley no cuantificada de conversión 'Si algún *a* es *b*, entonces algún *b* es *a*', que no contiene el signo de necesidad. Comoquiera que la necesidad silogística es equivalente a un cuantificador universal, puede ser omitida, dado que un cuantificador universal puede ser omitido al principio de una fórmula verdadera.

§25. Fundamentos de la silogística

Todo sistema deductivo axiomatizado se basa en tres elementos fundamentales: términos primitivos, axiomas, y reglas de inferencia. Establezco los fundamentos para expresiones asertadas; los elementos fundamentales para las recusadas se darán más adelante.

Como términos primitivos tomaré las constantes *A* e *I*, definiendo mediante ellas las otras dos constantes, *E* y *O*:

Df 1. *Eab* = *NIab*
Df 2. *Oab* = *NAab*.

Con el fin de abreviar las pruebas emplearé, en lugar de las anteriores definiciones, las dos siguientes reglas de inferencia:

Regla RE: *NI* puede ser siempre remplazada por *E*, y a la inversa.
Regla RO: *NA* puede ser siempre remplazada por *O*, y a la inversa.

Las cuatro tesis del sistema axiomáticamente asertadas son las dos leyes de identidad y los modos Barbara y Datisi:

1. *Aaa*
2. *Iaa*
3. *CKAbcAabAac* (Barbara)
4. *CKAbcIbaIac* (Datisi).

Además de las reglas RE y RO acepto las dos siguientes reglas de inferencia para las expresiones asertadas:

(*a*) Regla de sustitución. Si α es una expresión asertada del sistema, entonces cualquier expresión producida a partir de α por una sustitución válida es asimismo una expresión asertada. La única sustitución válida consiste en poner en lugar de variables-término *a*, *b*, *c*, otras variables-término, p. ej., *b* por *a*.

(*b*) Regla de separación: Si $C\alpha\beta$ y α son expresiones asertadas del sistema, entonces β es una expresión asertada.

Como teoría auxiliar supongo el sistema-*C-N* de la teoría de la deducción con *K* como funtor definido. Las variables proposicionales pueden ser sustituidas por expresiones proposicionales de la silogística, tales como *Aab, Iac, KEbcAab,* etc. En todas las pruebas subsiguientes (y también para las expresiones recusadas) emplearé sólo las siguientes catorce tesis denotadas por números romanos:

I.	*CpCqp*	(ley de simplificación)
II.	*CCqrCCpqCpr*	(ley del silogismo hipotético, 2.ª forma)
III.	*CCpCqrCqCpr*	(ley de conmutación)
IV.	*CpCNpq*	(ley de Duns Escoto)
V.	*CCNppp*	(ley de Clavius)
VI.	*CCpqCNqNp*	(ley de transposición)
VII.	*CCKpqrCpCqr*	(ley de exportación)
VIII.	*CpCCKpqrCqr*	
IX.	*CCspCCKpqrCKsqr*	
X.	*CCKpqrCCsqCKpsr*	
XI.	*CCrsCCKpqrCKqps*	
XII.	*CCKpqrCKpNrNq*	
XIII.	*CCKpqrCKNrqNp*	
XIV.	*CCKpNqNrCKprq*	

La tesis VIII es una forma de la ley de exportación; las tesis IX-XI son leyes compuestas del silogismo hipotético, y XII-XIV son leyes compuestas de trasposición. Todas ellas pueden ser fácilmente verificadas por el método 0-1 explicado en la sección 23. Las tesis IV y V dan junto con II y III el sistema *N-C* completo, pero IV y V sólo serán necesitadas para pruebas de expresiones recusadas.

El sistema de los axiomas 1–4 es consistente, es decir, no contradictorio. Una prueba sencilla de no-contradicción se efectúa considerando las variables-término como variables-proposición y definiendo a las funciones *A* e *I* como siempre verdaderas, es decir, poniendo *Aab* = *Iab* = *KCaaCbb*. Los axiomas 1–4 son entonces verdaderos como tesis de la teoría de la deducción, y como es sabido que la teoría de la deducción es no-contradictoria, la silogística es también no-contradictoria.

Todos los axiomas de nuestro sistema son independientes entre sí. Las pruebas al respecto pueden ser dadas por interpretación en el campo de la teoría de la deducción. En las interpretaciones subsiguientes las variables-término serán tratadas como variables proposicionales.

Independencia del axioma 1: Tómese *K* por *A*, y *C* por *I*. El axioma 1 no es verificado porque *Aaa* = *Kaa*, y *Kaa* da 0 para *a*/0. Los otros axiomas son verificados, como puede verse por el método 0-1.

Independencia del axioma 2: Tómese *C* por *A*, y *K* por *I*. El axioma 2 no es verificado porque *Iaa* = *Kaa*. Los otros axiomas son verificados.

Independencia del axioma 4: Tómese *C* por *A* e *I*. El axioma 4 no es verificado porque *CKAbcIbaIac* = *CKCbcCbaCac* da 0 para *b*/0, *a*/1, *c*/0. El resto es verificado.

Independencia del axioma 3: Es imposible probar la independencia de este axioma en el campo de la teoría de la deducción con sólo dos valores veritativos, 0 y 1. Es preciso introducir un tercer valor veritativo, digamos 2, que puede ser considerado como otro símbolo de verdad, o sea, de 1. A las equivalencias dadas para *C, N* y *K* en la sección 23, hemos de añadir las siguientes fórmulas:

$$C02 = C12 = C21 = C22 = 1, \quad C20 = 0, \quad N2 = 0,$$
$$K02 = K20 = 0, \quad K12 = K21 = K22 = 1.$$

Puede mostrarse fácilmente que bajo estas condiciones todas las tesis del sistema *C-N* son verificadas. Definamos ahora *Iab* como un funtor siempre verdadero, es decir, $Iab = 1$ para todos los valores de *a* y *b*, y a *Aab* como una función con los valores

$$Aaa = 1, \quad A01 = A12 = 1, \quad \text{y} \quad A02 = 0 \text{ (el resto es irrelevante).}$$

Los axiomas 1, 2, y 4 son verificados, pero a partir de 3 obtenemos por las sustituciones $b/1, c/2, a/0$: $CKA12A01A02 = CK110 = C10 = 0$.

Es asimismo posible dar pruebas de independencia por interpretación en el campo de los números naturales. Si queremos probar, por ejemplo, que el axioma 3 es independiente de los restantes axiomas podemos definir a *Aab* como $a + 1 \neq b$, y a *Iab* como $a + b = b + a$. *Iab* es siempre verdadero, y por consiguiente los axiomas 2 y 4 son verificados. El axioma 1 también es verificado pues $a + 1$ es siempre diferente de *a*. Pero el axioma 3, o sea 'Si $b + 1 \neq c$ y $a + 1 \neq b$, entonces $a + 1 \neq c$', no es verificado. Tomemos 3 por *a*, 2 por *b* y 4 por *c*: las premisas serán verdaderas y la conclusión falsa.

De las anteriores pruebas de independencia resulta que no existe ningún axioma único o 'principio' de la silogística. Los cuatro axiomas 1–4 pueden ser mecánicamente conjuntados por la palabra 'y' en una proposición, pero seguirán siendo distintos en esta conjunción inorgánica sin representar una idea única.

§26. Deducción de tesis silogísticas

De los axiomas 1–4 se pueden derivar todas las tesis de la lógica aristotélica por medio de nuestras reglas de inferencia y con la ayuda de la teoría de la deducción. Espero que las siguientes pruebas serán fácilmente inteligibles después de las explicaciones dadas en las secciones que preceden. En todos los modos silogísticos el término mayor es denotado por *c*, el medio por *b*, y el menor por *a*. La premisa mayor está colocada al principio, por lo que es fácil comparar las fórmulas con los nombres tradicionales de los modos[8].

A. Las leyes de conversión

VII. $p/Abc, q/Iba, r/Iac \times C4\text{-}5$
5. $CAbcCIbaIac$
5. $b/a, c/a, a/b \times C1\text{-}6$
6. $CIabIba$ (ley de conversión de la premisa-*I*)
III. $p/Abc, q/Iba, r/Iac \times C5\text{-}7$
7. $CIbaCAbcIac$
7. $b/a, c/b \times C2\text{-}8$

---

[8] En mi manual polaco, *Elements of Mathematical Logic*, publicado en 1929 (véase página 47, nota 11) demostré por vez primera cómo las tesis conocidas de la silogística pueden ser formalmente deducidas de los axiomas 1-4 (pág. 180-90). El método expuesto en el mencionado manual es aceptado con algunas modificaciones por I. M. Bochenski, O. P., en su contribución: *On the Categorical Syllogism*, Dominican Studies, vol. i, Oxford (1948).

8. *CAabIab* (ley de subordinación de premisas afirmativas)
II. *q/Iab, r/Iba* × *C*6-9
9. *CCpIabCpIba*
9. *p/Aab* × *C*8-10
10. *CAabIba* (ley de conversión de premisas-*A*)
6. *a/b, b/a* × 11
11. *CIbaIab*
VI. *p/Iba, q/Iab* × *C*11-12
12. *CNIabNIba*
12. RE × 13
13. *CEabEba* (ley de conversión de la premisa-*E*)
VI. *p/Aab, q/Iab* × *C*8-14
14. *CNIabNAab*
14. RE, RO × 15
15. *CEabOab* (ley de subordinación de premisas negativas)

B. Los modos afirmativos

X. *p/Abc, q/Iba, r/Iac* × *C*4-16
16. *CCsIbaCKAbcsIac*
16. *s/Iab* × *C*6-17
17. *CKAbcIabIac* (Darii)
16. *s/Aab* × *C*10-18
18. *CKAbcAabIac* (Barbari)
8. *a/b, b/a* × 19
19. *CAbaIba*
16. *s/Aba* × *C*19-20
20. *CKAbcAbaIac* (Darapti)
XI. *r/Iba, s/Iab* × *C*11-21
21. *CCKpqIbaCKqpIab*
4. *c/a, a/c* × 22
22. *CKAbaIbcIca*
21. *p/Aba, q/Ibc, b/c* × *C*22-23
23. *CKIbcAbaIac* (Disamis)
17. *c/a, a/c* × 24
24. *CKAbaIcbIca*
21. *p/Aba, q/Icb, b/c* × *C*24-25
25. *CKIcbAbaIac* (Dimaris)
18. *c/a, a/c* × 26
26. *CKAbaAcbIca*
21. *p/Aba, q/Acb, b/c* × *C*26-27
27. *CKAcbAbaIac* (Bramantip)

C. Los modos negativos

XIII. *p/Ibc, q/Aba, r/Iac* × *C*23-28
28. *CKNIacAbaNIbc*
28. RE × 29

29. *CKEacAbaEbc*
    29. *a/b, b/a* × 30
30. *CKEbcAabEac* (Celarent)
    IX. *s/Eab, p/Eba* × *C*13-31
31. *CCKEbaqrCKEabqr*
    31. *a/c, q/Aab, r/Eac* × *C*30-32
32. *CKEcbAabEac* (Cesare)
    XI. *r/Eab, s/Eba* × *C*13-33
33. *CCKpqEabCKqpEba*
    32. *c/a, a/c* × 34
34. *CKEabAcbEca*
    33. *p/Eab, q/Acb, a/c, b/a* × *C*34-35
35. *CKAcbEabEac* (Camestres)
    30. *c/a, a/c* × 36
36. *CKEbaAcbEca*
    33. *p/Eba, q/Acb, a/c, b/a* × *C*36-37
37. *CKAcbEbaEac* (Camenes)
    II. *q/Eab, r/Oab* × *C*15-38
38. *CCpEabCpOab*
    38. *p/KEbcAab, b/c* × *C*30-39
39. *CKEbcAabOac* (Celaront)
    38. *p/KEcbAab, b/c* × *C*32-40
40. *CKEcbAabOac* (Cesaro)
    38. *p/KAcbEab, b/c* × *C*35-41
41. *CKAcbEabOac* (Camestrop)
    38. *p/KAcbEba, b/c* × *C*37-42
42. *CKAcbEbaOac* (Camenop)
    XIII. *p/Abc, q/Iba, r/Iac* × *C*4-43
43. *CKNIacIbaNAbc*
    43. RE, RO × 44
44. *CKEacIbaObc*
    44. *a/b, b/a* × 45
45. *CKEbcIabOac* (Ferio)
    31. *a/c, q/Iab, r/Oac* × *C*45-46
46. *CKEcbIabOac* (Festino)
    X. *p/Ebc, q/Iab, r/Oac* × *C*45-47
47. *CCsIabCKEbcsOac*
    47. *s/Iba* × *C*11-48
48. *CKEbcIbaOac* (Ferison)
    31. *a/c, q/Iba, r/Oac* × *C*48-49
49. *CKEcbIbaOac* (Fresison)
    10. *a/b, b/a* × 50
50. *CAbaIab*
    47. *s/Aba* × *C*50-51
51. *CKEbcAbaOac* (Felapton)
    31. *a/c, q/Aba, r/Oac* × *C*51-52
52. *CKEcbAbaOac* (Fesapo)

Como resultado de todas estas deducciones llama nuestra atención un hecho notable: fue posible deducir veinte modos silogísticos sin emplear el axioma 3, el

modo Barbara. Incluso Barbari podría ser probado sin Barbara. El axioma 3 es la tesis más importante de la silogística, pues es el único silogismo que da una conclusión universal afirmativa, pero en el sistema de silogismos simples tiene un rango inferior, siendo necesario para probar tan sólo dos modos silogísticos, Baroco y Bocardo.

He aquí estas dos pruebas:

XII. *p/Abc, q/Aab, r/Aac* × *C*3-53
53. *CKAbcNAacNAab*
53. RO × 54
54. *CKAbcOacOab*
54. *b/c, c/b* × 55
55. *CKAcbOabOac* (Baroco)

XIII. *p/Abc, q/Aab, r/Aac* × *C*3-56
56. *CKNAacAabNAbc*
56. RO × 57
57. *CKOacAabObc*
57. *a/b, b/a* × 58
58. *CKObcAbaOac* (Bocardo)

§27. Axiomas y reglas para expresiones recusadas.

De dos actos intelectuales, el asertar una proposición y el recusarla[9], sólo el primero ha sido tenido en cuenta por la lógica formal moderna. Gottlob Frege introdujo en lógica la idea de aserción, y el signo (⊢), aceptado luego por los autores de los *Principia Mathematica*. La idea de recusación*, sin embargo, que yo sepa, ha sido desestimada hasta el presente.

Nosotros asertamos proposiciones verdaderas y recusamos proposiciones falsas. Sólo las proposiciones verdaderas pueden ser asertadas, pues sería un error asertar una proposición que no fuera verdadera. Una propiedad análoga no puede afirmarse de la recusación: no sólo son las proposiciones falsas las que han de ser recusadas. Desde luego es cierto que toda proposición es o verdadera o falsa, pero existen expresiones proposicionales que no son ni verdaderas ni falsas. De este tipo son las denominadas funciones proposicionales, es decir, expresiones que contienen variables libres y que pueden ser verdaderas para algunos de sus valores y falsas para otros. Tomemos por ejemplo, la variable proposicional *p*: no es ni verdadera ni falsa, pues para *p*/1 resulta verdadera y para *p*/0 resulta falsa. Pero de dos proposiciones contradictorias α y $N\alpha$, una tiene que ser verdadera y la otra falsa, y por consiguiente una tiene que ser asertada y la otra recusada. Pero ninguna de las dos funciones proposicionales contradictorias, *p* y *Np*, pueden ser asertadas, puesto que ninguna de ellas es verdadera: ambas tienen que ser recusadas.

Las formas silogísticas recusadas por Aristóteles no son proposiciones sino funciones proposicionales. Tomemos un ejemplo: Aristóteles dice que no se forma ningún silogismo en la primera figura cuando el primer término pertenece a todo el

---

[9] Debo esta distinción a Franz Brentano, que describe los actos de creencia como *anerkennen* y *verwerfer*.

* El término *recusación* (en inglés, *rejection*), ha sido sugerido por Magí Cadevall, profesor de Lógica de la Universidad Autónoma de Barcelona (M. G.).

término medio, pero a ninguno del último. Por tanto la forma silogística:

(*i*) *CKAbcEabIac*

no es asertada por él como un silogismo válido, sino recusada. El propio Aristóteles da términos concretos que refutan la forma anterior: tomemos 'hombre' por *b*, 'animal' por *c* y 'piedra' por *a*. Pero hay otros valores para los que la fórmula (*i*) puede ser verificada: mediante la identificación de las variables *a* y *c* obtenemos una implicación verdadera *CKAbaEabIaa*, pues su antecedente es falso y su consecuente verdadero. La negación de la fórmula (*i*):

(*j*) *NCKAbcEabIac*

tiene que ser por lo tanto también recusada, pues para *c*/*a* es falsa.

Mediante la introducción de cuantificadores en el sistema podríamos evitar la recusación. En lugar de recusar la forma (*i*) podríamos asertar la tesis:

(*k*) $\Sigma a \Sigma b \Sigma c NCKAbcEabIac.$

Esto significa: existen términos *a*, *b* y *c* que verifican la negación de (*i*). La forma (*i*) por lo tanto, no es verdadera para todo *a*, *b* y *c*, y no puede ser un silogismo válido. Del mismo modo, en lugar de recusar la expresión (*j*) podríamos asertar la tesis:

(*l*) $\Sigma a \Sigma b \Sigma c CKAbcEabIac.$

Pero Aristóteles no sabe nada de cuantificadores. En lugar de añadir a su sistema nuevas tesis con cuantificadores, usa la recusación. Como la recusación parece ser una idea más simple que la cuantificación, sigamos los pasos de Aristóteles.

Aristóteles recusa muchas formas silogísticas inválidas por medio de ejemplos con términos concretos. Este es el único punto en donde no podemos seguirlo pues no podemos introducir en la lógica términos concretos tales como 'hombre' o 'animal'. Algunas formas deben ser recusadas axiomáticamente. He descubierto[10] que si recusamos axiomáticamente las dos formas siguientes de la segunda figura:

CKAcbAabIac
CKEcbEabIac,

todas las otras formas silogísticas inválidas pueden ser recusadas por medio de dos reglas de recusación:

(*c*) Regla de recusación por separación: si la implicación 'Si α, entonces β' es asertada, pero el consecuente β es recusado, entonces el antecedente α ha de ser recusado también.

(*d*) Regla de recusación por sustitución: si β es una sustitución de α, y β es recusado, entonces α ha de ser recusado también.

Ambas reglas son perfectamente evidentes.

El número de formas silogísticas es $4 \times 4^3 = 256$; 24 formas son silogismos válidos, 2 formas son recusadas axiomáticamente. Sería tedioso probar que las restantes 230 formas inválidas pueden ser recusadas por medio de nuestros axiomas y reglas. Me limitaré a mostrar con el ejemplo de las formas de la primera figura con premisas *Abc* y *Eab*, cómo funcionan nuestras reglas de recusación sobre la base del axioma primero de recusación.

---

[10] Véase la sección 20.

A las expresiones recusadas las denoto por un asterisco colocado antes de su número de serie. Así tenemos:

*59. *CKAcbAabIac* (Axioma)
*59[a]. *CKEcbEabIac*
I. *p/Iac, q/KAcbAab* X 60
60. *CIacCKAcbAabIac*
60 X *C**61-*59
*61. *Iac.*

Aquí es aplicada por vez primera la regla de recusación por separación. La implicación asertada 60 tiene un consecuente recusado, *59; por consiguiente su antecedente, *61, debe ser recusado también. Por este mismo procedimiento obtengo las expresiones recusadas *64, *67, *71, *74, y *77.

V. *p/Iac* X 62
62. *CCNIacIacIac*
62. RE X 63
63. *CCEacIacIac*
63 X *C**64-*61
*64. *CEacIac*
I. *a/c* X 65
65. *Acc*
VIII. *p/Acc, q/Eac, r/Iac* X *C*65-66
66. *CCKAccEacIacCEacIac*
66 X *C**67-*64
*67. *CKAccEacIac*
*67 X *68. *b/c*
*68. *CKAbcEabIac*

Aquí se aplica la regla de recusación por sustitución. La expresión *68 ha de ser recusada, porque por la sustitución de *c* por *b* en *68 obtenemos la expresión recusada *67. La misma regla se usa para obtener *75.

II. *q/Aab, r/Iab* X *C*8-69
69. *CCpAabCpIab*
69. *p/KAbcEab, b/c* X 70
70. *CCKAbcEabAacCKAbcEabIac*
70 X *C**71-*68
*71. *CKAbcEabAac*
XIV. *p/Acb, q/Iac, r/Aab* X 72
72. *CCKAcbNIacNAabCKAcbAabIac*
72. RE, RO X 73
73. *CCKAcbEacOabCKAcbAabIac*
73 X *C**74-*59
*74. *CKAcbEacOab*
*74 X *75. *b/c, c/b*
*75. *CKAbcEabOac*
38. *p/KAbcEab, b/c* X 76
76. *CCKAbcEabEacCKAbcEabOac*
76 X *C**77-*75
*77. *CKAbcEabEac*

Las expresiones recusadas *68, *71, *75, y *77 son las cuatro formas posibles de la primera figura que tienen como premisas *Abc* y *Eab*. De estas premisas no puede extraerse ninguna conclusión válida en la primera figura. Podemos probar del mismo modo, tomando por base las dos formas recusadas axiomáticamente, que todas las demás formas silogísticas inválidas de las cuatro figuras han de ser también recusadas.

§28. Insuficiencia de nuestros axiomas y reglas

Aunque es posible probar todas las tesis conocidas de la lógica aristotélica por medio de nuestros axiomas y reglas de aserción, y refutar todas las formas silogísticas por medio de nuestros axiomas y reglas de recusación, el resultado dista mucho de ser satisfactorio. La razón es que además de las formas silogísticas existen otras muchas expresiones significativas en la lógica aristotélica, y ciertamente una infinidad de ellas, de modo que no podemos estar seguros de si partiendo de nuestro sistema de axiomas y reglas todas las expresiones verdaderas de la silogística pueden ser deducidas o no, ni si todas las expresiones falsas pueden ser recusadas o no. De hecho es fácil encontrar expresiones falsas que no pueden ser recusadas por medio de nuestros axiomas y reglas de recusación. Tal es, por ejemplo, la expresión:

(F1) *CIabCNAabAba.*

Esto significa: 'Si algún *a* es *b*, entonces si no es cierto que todo *a* es *b*, todo *b* es *a*'. Esta expresión no es verdadera en la lógica de Aristóteles y no puede ser probada por los axiomas de aserción, pero es consistente con ellos y añadida a los axiomas no entraña ninguna forma silogística inválida. Merece la pena considerar el sistema de la silogística así ampliado.

De las leyes de la lógica aristotélica:

8. *CAabIab* y
50. *CAbaIab*

y las leyes de la teoría de la deducción:

(*m*) *CCprCCqrCCNpqr*

podemos derivar la siguiente nueva tesis 78:

(*m*) *p*/*Aab*, *q*/*Aba*, *r*/*Iab* × *C*8-*C*50-78
78. *CCNAabAbaIab.*

Esta tesis es una implicación conversa respecto de (F1), y junto con (F1) da una equivalencia. Basándonos en esta equivalencia podemos definir el funtor *I* por el funtor *A:*

(F2) *Iab* = *CNAabAba.*

Esta definición dice: ' "Algún *a* es *b*" significa lo mismo que "Si no es cierto que todo *a* es *b*, entonces todo *b* es *a*" '. Como la expresión 'Si no-*p*, entonces *q*' es equivalente a la disyunción 'O *p* o *q*', podemos también decir: ' "Algún *a* es *b*" significa lo mismo que "O todo *a* es *b* o todo *b* es *a*" '. Ahora es fácil hallar una interpretación de este sistema ampliado mediante los denominados círculos de Euler. Los términos *a*, *b*, *c* son representados por círculos, como en la interpretación usual, pero a condición de que no haya dos círculos que se intersecten mutuamente. Los axiomas 1–4 son verificados, y las formas *59 *CKAcbAabIac* y *59^a *CKEcbEabIac*

son recusadas, porque es posible dibujar dos círculos separados entre sí e incluidos ambos en un tercer círculo, lo cual refuta la forma *CKAcbAablac*, y dibujar círculos tales que cada uno excluya a los otros dos, lo cual refuta la forma *CKEcbEablac*. Consecuentemente, todas las leyes de la lógica aristotélica son verificadas y todas las formas silogísticas inválidas son recusadas. El sistema, sin embargo, es diferente de la silogística aristotélica, pues la fórmula (F1) es falsa, como podemos ver por el siguiente ejemplo: es cierto que 'Algunos números pares son divisibles por 3', pero no es cierto que 'Todos los números pares sean divisibles por 3' ni que 'Todos los números divisibles por 3 sean pares'.

De esta consideración resulta que nuestro sistema de axiomas y reglas no es categórico, o sea, que no todas las interpretaciones de nuestro sistema verifican y falsifican las mismas fórmulas, o son isomórficas. La interpretación que se acaba de exponer verifica la fórmula (F1), que no es verificada por la lógica aristotélica. El sistema de nuestros axiomas y reglas, por tanto, no es suficiente para dar una completa y exacta descripción de la silogística aristotélica.

Con el fin de eliminar esta dificultad podríamos recusar axiomáticamente la expresión (F1). Pero es dudoso que este remedio pudiera ser efectivo; puede haber otras fórmulas de la misma clase que (F1), quizá, incluso, un número infinito de tales fórmulas. El problema está en hallar un sistema de axiomas y reglas para la silogística aristotélica en el que pudiéramos decidir si una expresión significativa dada de este sistema ha de ser asertada o recusada. A este problema de la decisión, que tiene la mayor importancia, se consagra el siguiente capítulo.

CAPITULO V

EL PROBLEMA DE DECISION

§29. El número de expresiones indecidibles

Tomo como base de mi presente investigación los siguientes elementos fundamentales de la silogística:

(1) Los cuatro axiomas asertados 1–4.
(2) La regla (*a*) de sustitución y la regla (*b*) de separación para expresiones asertadas.
(3) Los dos axiomas recusados *59 y $*59^a$.
(4) La regla (*c*) de separación y la regla (*d*) de sustitución para las expresiones recusadas.

A este sistema de axiomas y reglas ha de añadirse como teoría auxiliar la teoría de la deducción. De los axiomas y reglas de aserción pueden ser derivadas todas las tesis conocidas de la lógica aristotélica, esto es, las leyes del cuadrado de oposición, las leyes de conversión, y todos los modos silogísticos válidos; sobre la base de los axiomas y reglas de recusación pueden ser recusadas todas las formas silogísticas inválidas. Pero, como ya hemos visto, este sistema de axiomas y reglas no es suficiente para describir adecuadamente la silogística aristotélica, pues existen expresiones significativas, por ejemplo *CIabCNAabAba,* que no pueden ser ni probadas por nuestros axiomas y reglas de aserción ni recusadas por nuestros axiomas y reglas de recusación. Denomino a tales expresiones indecidibles con respecto a nuestra base. Las expresiones indecidibles pueden ser o verdaderas en la lógica aristotélica o falsas. La expresión *CIabCNAabAba* es, desde luego, falsa.

Hay dos cuestiones que tenemos que asentar sobre esta base, a fin de resolver el problema de decisión. La primera cuestión es ¿es finito o no el número de expresiones indecidibles? Si es finito, el problema de decisión es fácilmente resuelto: podemos aceptar expresiones verdaderas como nuevos axiomas asertados, y recusar axiomáticamente expresiones falsas. Este método, sin embargo, no es viable si el número de expresiones indecidibles no es finito. No podemos asertar o recusar una infinitud de axiomas. En este caso surge una segunda cuestión: ¿Es posible completar nuestro sistema de axiomas y reglas para que podamos decidir si una expresión dada tiene que ser asertada o recusada? Estas dos cuestiones fueron resueltas por Slupecki: la primera negativamente, mostrando que el número de expresiones indecidibles sobre nuestra base no es finito, y la segunda afirmativamente por la adición de una nueva regla de recusación[1].

[1] Véase el trabajo de Slupecki citado en la pág. 69, nota 63. He intentado simplificar los argumentos de este autor con el fin de hacerlos comprensibles a los lectores no iniciados en el pensamiento matemático. Por supuesto, soy el único responsable de la siguiente exposición de las ideas de Slupecki.

Empiezo con la primera cuestión. Todo estudioso de la lógica tradicional está familiarizado con la interpretación de los silogismos mediante círculos eulerianos: de acuerdo con esta interpretación las variables-término *a*, *b*, *c* son representadas por círculos, siendo la premisa *Aab* verdadera cuando, y sólo cuando, el círculo *a* es o idéntico con el círculo *b* o está incluido en *b*, y siendo la premisa *Iab* verdadera cuando, y sólo cuando, los círculos *a* y *b* tienen un área común. Consecuentemente la premisa *Eab*, en tanto que es la negación de *Iab*, es verdadera cuando, y sólo cuando, los círculos *a* y *b* no tienen ningún área común, esto es, cuando cada uno excluye al otro. Si, por consiguiente, *a* y *b* son idénticas, *Iab* es verdadera y *Eab* es falsa.

Me detendré a investigar ahora varias suposiciones que conciernen al número de círculos asumidos como nuestro 'universo de discurso', esto es, como el campo de nuestra interpretación. Es obvio que las reglas de nuestra base continúan siendo válidas para todas las interpretaciones. Si nuestro universo de discurso consta de tres círculos o más, los cuatro axiomas de aserción son, sin duda, verificados, y la expresión axiomáticamente recusada.

*59. *CKAcbAabIac*

es recusada, pues es posible dibujar dos círculos *c* y *a* que se excluyan entre sí y ambos estén incluidos en un tercer círculo *b*. Las premisas *Acb* y *Aab* son entonces verdaderas, y la conclusión *Iac* es falsa. La expresión

*59^a. *CKEcbEabIac*

es asimismo recusada, pues podemos dibujar tres círculos cada uno de los cuales excluya los otros dos, de forma que las premisas *Ecb* y *Eab* son verdaderas y la conclusión *Iac* es falsa. Por lo tanto esta interpretación satisface las condiciones de nuestra base, y lo mismo ocurre para todas nuestras restantes interpretaciones.

Supongamos ahora que nuestro universo de discurso consta de sólo tres círculos, y de ninguno más, y consideremos la siguiente expresión:

(F3) *CEabCEacCEadCEbcCEbdIcd.*

Esta expresión contiene cuatro variables diferentes, pero cada una de ellas sólo puede adoptar tres valores diferentes, puesto que sólo podemos trazar tres círculos diferentes. Cualquiera que sea el modo de sustituir las variables por estos tres valores, dos variables han de recibir siempre el mismo valor, esto es, tienen que ser identificadas. Pero si alguno de los pares de variables *a* y *b*, o *a* y *c*, o *a* y *d*, o *b* y *c*, o *b* y *d*, consta de elementos idénticos, la correspondiente premisa *E* se torna falsa, y la implicación entera, esto es, la expresión (F3), es verificada; y si el último par de variables, *c* y *d*, tiene elementos idénticos, la conclusión *Icd* se torna verdadera, y la implicación entera es de nuevo verificada. Bajo la condición de que sólo se puedan trazar tres círculos, la expresión (F3) es verdadera y no puede ser recusada por nuestros axiomas y reglas de recusación. Si suponemos, sin embargo, que nuestro universo de discurso consta de más de tres círculos, podemos trazar cuatro círculos, cada uno de los cuales excluye a los otros tres, y (F3) se torna falsa. (F3), por consiguiente, no puede ser probada por nuestros axiomas y reglas de aserción. Como (F3) no puede ser ni probada ni recusada por el sistema de nuestros axiomas y reglas, es una expresión indecidible.

Consideremos ahora una expresión de la forma

(F4) $C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_n \beta$,

que contiene n variables diferentes:

$$a_1, a_2, a_3, ..., a_n,$$

y supongamos que: (1) todo antecedente de (F4) es del tipo Ea_ia_j, siendo a_i diferente de a_j; (2) el consecuente β es del tipo Ia_ka_l, siendo a_k diferente de a_l; (3) todos los pares posibles de variables diferentes ocurren en (F4). Si nuestro universo de discurso consta de sólo $(n-1)$ círculos, (F4) es verificada, pues dos variables han de ser identificadas, y o bien uno de los antecedentes se torna falso, o el consecuente es verdadero. Pero si nuestro universo de discurso consta de más de $(n-1)$ círculos, (F4) no es verificada, pues pueden ser trazados n círculos cada uno de los cuales excluya a los demás, de forma que todos los antecedentes se tornan verdaderos y el consecuente es falso. (F4) es, por lo tanto, una expresión indecidible.

Tales expresiones indecidibles son infinitas en número, pues n puede ser cualquier número entero. Es obvio que todas ellas son falsas en la lógica aristotélica, y han de ser recusadas, pues no podemos restringir la lógica aristotélica a un número finito de términos, y expresiones de la forma (F4) son refutadas cuando el número de términos es infinito. Ese número infinito de expresiones indecidibles no puede ser recusado de otra manera que axiomáticamente, como resulta de la siguiente consideración: (F3) no puede ser refutada por el sistema de nuestros axiomas y reglas, y por consiguiente ha de ser recusada axiomáticamente. La siguiente expresión indecidible de la forma (F4) que contiene cinco términos diferentes no puede ser refutada por nuestro sistema de axiomas y reglas junto con la expresión ya recusada (F3), y de nuevo ha de ser recusada axiomáticamente. La misma argumentación puede ser repetida con respecto a cualquier otra expresión indecidible de la forma (F4). Como es imposible recusar axiomáticamente un número infinito de expresiones, hemos de buscar otro expediente si queremos resolver afirmativamente el problema de decisión.

§30. Regla de recusación de Słupecki

Parto de dos observaciones terminológicas: A expresiones del tipo *Aab, Iab, Eab,* y *Oab* las denomino expresiones simples; las dos primeras son expresiones afirmativas simples, y la tercera y cuarta expresiones negativas simples. Tanto a las expresiones simples como a las expresiones del tipo:

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 ... C\alpha_{n-1}\alpha_n,$$

donde todas las α son expresiones simples, las denomino expresiones elementales. Con ayuda de esta terminología la regla de recusación de Słupecki puede ser formulada como sigue:

Si α y β son expresiones negativas y simples y γ es una expresión elemental, entonces si $C\alpha\gamma$ y $C\beta\gamma$ son recusadas, $C\alpha C\beta\gamma$ ha de ser también recusada.

La regla de recusación de Słupecki tiene una estrecha conexión con el siguiente principio metalógico de la lógica tradicional: 'utraque si praemissa neget, nil inde sequetur'. Sin embargo este principio no es lo bastante general, pues se refiere sólo a silogismos simples de tres términos. Otra formulación del mismo principio, 'ex mere negativis nihil sequitur', es aparentemente más general, pero es falsa cuando se aplica no sólo a silogismos sino también a otras expresiones de la silogística. Tesis tales como *CEabEba* o *CEabOab* muestran claramente que algo se sigue de

premisas meramente negativas. La regla de Słupecki es una regla general y evita las dificultades de las formulaciones tradicionales.

Expliquemos este punto más detenidamente, con el fin de hacer más clara la regla de Słupecki. La proposición *Aac* no se sigue ni de la premisa *Aab* ni de la premisa *Abc;* pero cuando unimos estas premisas, diciendo '*Aab* y *Abc*', obtenemos la conclusión *Aac* por el modo Barbara. *Eac* no se sigue de *Ebc,* ni de *Aab:* pero de la conjunción de estas premisas '*Ebc* y *Aab*' obtenemos la conclusión *Eac* por el modo Celarent. En ambos casos obtenemos de la conjunción de premisas una nueva proposición que no resulta de la una o de la otra separadamente. Si tenemos, sin embargo, dos premisas negativas, como *Ecb* y *Eab,* podemos obtener, desde luego, de la primera la conclusión *Ocb* y de la segunda *Oab,* pero de la conjunción de estas dos premisas no puede obtenerse ninguna proposición nueva excepto aquellas que se siguen de cada una de ellas separadamente. Este es el significado de la regla de recusación de Slupecki: Si γ no se sigue o de α o de β, no puede seguirse de su conjunción, pues nada puede obtenerse de dos premisas negativas que no se siga de ellas separadamente. La regla de Słupecki es tan clara como el principio correspondiente de la lógica tradicional.

Mostraré ahora cómo puede aplicarse esta regla en la recusación de expresiones indecidibles. Para este propósito la usaré en una forma simbólica, denotada por RS (Regla de Słupecki):

RS. $*C\alpha\gamma, *C\beta\gamma \rightarrow *C\alpha C\beta\gamma$.

Aquí, como en todas partes, empleo letras griegas para denotar expresiones variables que satisfacen ciertas condiciones: así, α y β han de ser expresiones negativas simples de la silogística, γ ha de ser una expresión elemental como se explicó anteriormente, y las tres expresiones han de ser tales que $C\alpha\gamma$ y $C\beta\gamma$ puedan ser recusadas. La flecha ($\rightarrow$) significa 'por consiguiente'. Deseo subrayar el hecho de que RS es una regla peculiar, válida sólo para expresiones negativas α y β de la lógica aristotélica, y, como ya hemos visto, no puede ser aplicada a expresiones afirmativas de la silogística. Tampoco puede ser aplicada a la teoría de la deducción. Esto resulta del siguiente ejemplo: las expresiones *CNCpqr* y *CNCqpr* no son verdaderas y habría que recusarlas si la recusación fuera introducida en esta teoría, pero *CNCpqCNCqpr* es una tesis. En álgebra sucede asimismo que la proposición '*a* es igual a *b*' no se sigue de la premisa '*a* no es menor que *b*' ni de la premisa '*b* no es menor que *a*', pero se sigue de la conjunción de estas premisas.

Como primera aplicación de la nueva regla, mostraré que la expresión

$*59^{a}$. *CKEcbEabIac,*

que fue axiomáticamente recusada, puede ser ahora refutada. Esto resulta de la siguiente deducción:

9. $p/Eac, a/c, b/a \times 79$
79. *CCEacIcaCEacIac*
$79 \times C*80\text{-}*64$
*80. *CEacIca*
$*80 \times *81.\ c/a, b/c, a/c$
*81. *CEcbIac*
$*64 \times *82.\ b/c$
*82. *CEabIac*
RS. $\alpha/Ecb, \beta/Eab, \gamma/Iac \times *81, *82 \rightarrow *83$
*83. *CEcbCEabIac.*

La regla RS es aquí aplicada por primera vez; α y β son expresiones negativas simples, y γ es también una expresión simple. De *83 obtenemos, por la ley de exportación VII, la fórmula $*59^a$:

VII. *p/Ecb, q/Eab, r/Iac* X 84
84. *CCKEcbEabIacCEcbCEabIac*
84 X $C*59^a$-*83
$*59^a$. *CKEcbEabIac.*

Se sigue de lo anterior que la regla de Slupecki es más fuerte que nuestra expresión axiomáticamente recusada $*59^a$. Ya que $*59^a$ ha de ser cancelada, la fórmula *59, esto es, *CKAcbAabIac*, queda como la única expresión axiomáticamente recusada.

En segundo lugar aplicaré la regla RS repetidamente para refutar la fórmula (F3):

*64 X *85. *d/c, c/a*
*85. *CEadIcd*
*85 X *86. *b/a*
*86. *CEbdIcd*
RS. α/*Ead*, β/*Ebd*, γ/*Icd* X *85, *86 → *87
*87. *CEadCEbdIcd*
*80 X *88. *b/a, d/a*
*88. *CEbcIcd*
RS. α/*Ebc*, β/*Ebd*, γ/*Icd* X *88, *86 → *89
*89. *CEbcCEbdIcd*
RS. α/*Ead*, β/*Ebc*, γ/*CEbdIcd* X *87, *89 → *90
*90. *CEadCEbcCEbdIcd*
*88 X *91. *a/b*
*91. *CEacIcd*
RS. α/*Eac*, β/*Ebd*, γ/*Icd* X *91, *86 → *92
*92. *CEacCEbdIcd*
RS. α/*Eac*, β/*Ebc*, γ/*CEbdIcd* X *92, *89 → *93
*93. *CEacCEbcCEbdIcd*
RS. α/*Eac*, β/*Ead*, γ/*CEbcCEbdIcd* X *93, *90 → *94
*94. *CEacCEadCEbcCEbdIcd*
*85 X *95. *b/d*
*95. *CEabIcd*
RS. α/*Eab*, β/*Ebd*, γ/*Icd* X *95, *86 → *96
*96. *CEabCEbdIcd*
RS. α/*Eab*, β/*Ebc*, γ/*CEbdIcd* X *96, *89 → *97
*97. *CEabCEbcCEbdIcd*
RS. α/*Eab*, β/*Ead*, γ/*CEbcCEbdIcd* X *97, *90 → *98
*98. *CEabCEadCEbcCEbdIcd*
RS. α/*Eab*, β/*Eac*, γ/*CEadCEbcCEbdIcd* X *98, *94 → *99
*99. *CEabCEacCEadCEbcCEbdIcd*

La regla RS es usada en esta deducción diez veces; α y β son siempre expresiones negativas simples, y γ es en toda ocasión una expresión elemental. De la misma manera podríamos refutar otras fórmulas de la forma (F4), y también la fórmula (F1) de la sección 28. Es, sin embargo, innecesario hacer estas deducciones, puesto que ahora podemos exponer el problema general de decisión.

§31. Equivalencia deductiva

Para nuestra prueba de decisión necesitamos el concepto de equivalencia deductiva o inferencial. Ya que hay, en mi opinión, algunos malentendidos en el tratamiento de este concepto, su significado debe ser cuidadosamente definido. Lo haré sobre la base de la teoría de la deducción.

Se dice usualmente que dos expresiones, α y β, son deductivamente equivalentes entre sí cuando es posible deducir β y α si α es asertada, y conversamente α de β si β es asertada. Las reglas de inferencia se suponen siempre dadas. Pero rara vez son suficientes. Bastan, por ejemplo, en la siguiente instancia. De la ley asertada de conmutación *CCpCqrCqCpr* podemos deducir la tesis *CqCCpCqrCpr:*

(1) *CCpCqrCqCpr*
  (1) *p/CpCqr, r/Cpr* × *C*(1)-(2)
(2) *CqCCpCqrCpr,*

y, de nuevo, de esta tesis podemos deducir la ley de conmutación:

  (2) *q/CqCCpCqrCpr, p/s, r/t* × *C*(2)-(3)
(3) *CCsCCqCCpCqrCprtCst*
  (2) *q/CpCqr, p/q, r/Cpr* × (4)
(4) *CCpCqrCCqCCpCqrCprCqCpr*
  (3) *s/CpCqr, t/CqCpr* × *C*(4)-(1)
(1) *CCpCqrCqCpr.*[2]

Pero no podemos por este simple procedimiento deducir de la expresión asertada *CNpCpq* la ley de Duns Escoto *CpCNpq,* porque de la primera expresión podemos derivar solamente nuevas proposiciones por sustitución, y toda sustitución de *CNpCpq* empieza con *CN,* ninguna con *Cp.* Para deducir una de estas expresiones de otra debemos contar con más ayuda. Hablando en términos generales, la relación de equivalencia deductiva es rara vez absoluta, siendo por el contrario en muchos casos relativa a una cierta base de tesis. En nuestro caso esta base es la ley de conmutación. Partiendo de

(5) *CNpCpq*

obtenemos por conmutación la ley de Duns Escoto:

  (1) *p/Np, q/p, r/q* × *C*(5)-(6)
(6) *CpCNpq,*

y partiendo de (6) obtenemos de nuevo por conmutación (5):

  (1) *q/Np, r/q* × *C*(6)-(5)
(5) *CNpCpq.*

Afirmo, por consiguiente, que *CNpCpq* y *CpCNpq* son deductivamente equivalentes con respecto a la ley de conmutación, y escribo:

CNpCpq ~ *CpCNpq* con respecto a (1)

El signo ~ denota la relación de equivalencia deductiva. Esta relación es diferente de la relación ordinaria de equivalencia, denotada aquí por *Q,* que es definida

[2] Esta elegante deducción fue elaborada por Tarski en Varsovia.

por la conjunción de dos implicaciones, siendo cada una de ellas conversa con respecto a la otra,

$Qpq = KCpqCqp,$

y no requiere ninguna base. Si una equivalencia ordinaria $Q\alpha\beta$ es asertada, y α, o una sustitución de α, es asertada también, entonces podemos asertar β, o la correspondiente sustitución de β, y a la inversa. Una equivalencia ordinaria asertada $Q\alpha\beta$ es por consiguiente una base suficiente para la equivalencia deductiva $\alpha \sim \beta$; pero no es necesaria. Este es justamente el punto donde se necesita una explicación.

No sólo pueden ser deductivamente equivalentes expresiones asertadas o verdaderas, sino también falsas. Con el fin de resolver el problema de decisión para el sistema-*C-N*, tenemos que transformar una expresión significativa arbitraria α en la expresión $CN\alpha\pi$, donde π es una variable proposicional que no ocurre en α. Esto puede hacerse por medio de dos tesis:

S1. *CpCNpq*
S2. *CCNppp.*

Digo que α es equivalente deductivamente a $CN\alpha\pi$ con respecto a S1 y S2, y escribo:

I. $\alpha \sim CN\alpha\pi$ con respecto a S1 y S2.

Todo esto resulta fácil cuando α es asertado. Tomemos como ejemplo *NNCpp.* Esta es una tesis fácilmente verificable por el método 0-1. De acuerdo con la fórmula I, establezco que

NNCpp ~ *CNNNCppq* con respecto a S1 y S2.

Partiendo de

(7) *NNCpp*

obtenemos por S1:

S1. *p/NNCpp* × *C*(7)-(8)
(8) *CNNNCppq,*

y partiendo de nuevo de (8) obtenemos por sustitución y S2:

(8) *q/NNCpp* × (9)
(9) *CNNNCppNNCpp*
S2. *p/NNCpp* × *C*(9)-(7)
(7) *NNCpp.*

Pero α es una expresión arbitraria; puede ser falsa p. ej. *Cpq.* En este caso la fórmula I dice:

Cpq ~ *CNCpqr* con respecto a S1 y S2.

Aquí empieza la dificultad: podemos obtener la tesis *CCpqCNCpqr* de S1 por la sustitución *p/Cpq, q/r,* pero no podemos derivar de esta tesis el consecuente *CNCpqr,* pues *Cpq* no es una tesis y no puede ser asertada. Por consiguiente *CNCpqr* no puede ser separada. Una dificultad aún mayor surge en otro sentido: podemos obtener de S2 mediante la sustitución *p/Cpq* la tesis *CCNCpqCpqCpq,* pero *CNCpqCpq* no es asertada ni podemos obtener *CNCpqCpq* de *CNCpqr* por sustitución, pues *CNCpqr* no es una tesis. No podemos decir: Supongamos que *Cpq* es asertada; entonces se seguiría *CNCpqr.* La aserción de una expresión falsa es un error, y no

podemos esperar probar nada a partir de un error. Parece, por consiguiente, que la fórmula I no es válida para todas las expresiones, sino sólo para aquellas que son asertadas.

Existe, en mi opinión, sólo un camino para evitar estas dificultades: es la introducción de la recusación en la teoría de la deducción. Recusamos axiomáticamente la variable *p*, y aceptamos las reglas evidentes de recusación, (*c*) y (*d*). Puede fácilmente demostrarse sobre esta base que *Cpq* ha de ser recusada. Pues obtenemos del axioma

(*10) *p*

y la tesis

(II) *CCCpppp*

por la regla de recusación:

(II) × *C*(*12)-(*10)
(*12) *CCppp*
(*12) × (*13) *p*/*Cpp*, *q*/*p*
(*13) *Cpq*.

Ahora podemos probar que si *Cpq* es recusada, *CNCpqr* ha de ser recusada también; y conversamente, si *CNCpqr* es recusada, *Cpq* ha de ser recusada también. Partiendo de:

(*13) *Cpq*

obtenemos por S2 y las reglas de recusación:

S2. *p*/*Cpq* × (14)
(14) *CCNCpqCpqCpq*
(14) × *C*(*15)-(*13)
(*15) *CNCpqCpq*
(*15) × (*16) *r*/*Cpq*
(*16) *CNCpqr*.

En la otra dirección obtenemos fácilmente *Cpq* de (*16) por S1:

S1. *p*/*Cpq*, *q*/*r* × (17)
(17) *CCpqCNCpqr*
(17) × *C*(*13)-(*16)
(*13) *Cpq*.

La fórmula I queda ahora completamente justificada. Sin embargo, tenemos que corregir nuestra anterior definicion de equivalencia deductiva, diciendo:

> Dos expresiones son deductivamente equivalentes entre sí con respecto a ciertas tesis cuando, y sólo cuando, podemos probar por medio de estas tesis y de las reglas de inferencia que si una de esas expresiones es asertada, la otra ha de ser también asertada, o si una de ellas es recusada, la otra ha de ser también recusada.

Se sigue de esta definición que la equivalencia ordinaria no es una base necesaria para la equivalencia deductiva. Si $Q\alpha\beta$ es una tesis, es cierto que α es deductivamente equivalente a β con respecto a $Q\alpha\beta$; pero si α es deductivamente equivalente a β con respecto a ciertas tesis, no es siempre cierto que $Q\alpha\beta$ sea una tesis. Tomemos como ejemplo la equivalencia deductiva que se acaba de considerar:

Cpq ~ *CNCpqr* con respecto a S1 y S2.

La equivalencia ordinaria que le corresponde *QCpqCNCpqr* no es una tesis, pues es falsa para $p/1, q/0, r/1$.

Es obvio que la relación de equivalencia deductiva es reflexiva, simétrica y transitiva. Hay casos donde α es deductivamente equivalente a dos expresiones β y γ con respecto a ciertas tesis. Esto significa: Si α es asertada, entonces β es asertada y γ es asertada, y consecuentemente su conjunción 'β y γ' es asertada; y conversamente si β y γ, o su conjunción 'β y γ', son asertadas, entonces α es asertada también. De nuevo si α es recusada, entonces la conjunción 'β y γ' debe ser recusada, y en este caso es suficiente que sólo una de ellas, β o γ, sean recusadas; y conversamente, si una sola de ellas es recusada, α debe ser también recusada.

§32. Reducción a expresiones elementales

Nuestra prueba de decisión se basa en el siguiente teorema:

(TA) Toda expresión significativa de la silogística aristotélica puede ser reducida de modo deductivamente equivalente, y con respecto a tesis de la teoría de la deducción, a un conjunto de expresiones elementales, esto es, a expresiones de la forma

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_{n-1}\alpha_n,$$

donde todas las α son expresiones simples de la silogística, es decir, expresiones del tipo *Aab, Iab, Eab,* o *Oab.*

Todas las tesis conocidas de la silogística o son expresiones elementales o pueden ser transformadas fácilmente en expresiones elementales. Las leyes de conversión, por ejemplo *CIabIba* o *CAabIba,* son expresiones elementales. Todos los silogismos son de la forma $CK\alpha\beta\gamma$, y expresiones de este tipo son deductivamente equivalentes a expresiones elementales de la forma $C\alpha C\beta\gamma$ con respecto a las leyes de importación y exportación. Pero hay otras expresiones significativas de la silogística, algunas de ellas verdaderas, y otras falsas, que no son elementales. Hemos encontrado ya una expresión semejante: fue la tesis 78, *CCNAabAbaIab,* cuyo antecedente no es una expresión simple sino una implicación. Existe, desde luego, una infinidad de tales expresiones, y todas ellas han de ser tenidas en cuenta en la prueba de decisión.

El teorema (TA) puede fácilmente probarse sobre la base de un teorema análogo para la teoría de la deducción:

(TB) Toda expresión significativa de la teoría de la deducción con *C* y *N* como términos primitivos puede ser reducida, de un modo deductivamente equivalente respecto de un número finito de tesis, a un conjunto de expresiones elementales de la forma

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_{n-1}\alpha_n,$$

donde todas las α son expresiones simples, es decir, o variables o sus negaciones.

La prueba de este teorema no es fácil, pero ya que es esencial para el problema de decisión no puede ser omitida. La prueba de (TB) dada a continuación, está propuesta para lectores interesados en la lógica formal; aquellos que no estén introducidos en lógica matemática, pueden aceptar ambos teoremas (TA) y (TB), como supuestos.

Sea α una expresión significativa arbitraria de la teoría de la deducción, distinta de una variable (que puede, pero no es necesario, ser transformada): toda expresión tal puede ser transformada, como ya sabemos, deductivamente por medio de una equivalencia con respecto a las tesis S1 y S2:

S1. *CpCNpq*
S2. *CCNppp*

en la expresión $CN\alpha\pi$, donde π es una variable que no ocurre en α. Tenemos, por lo tanto, como transformación I:

I. $\alpha \sim CN\alpha\pi$ con respecto a S1 y S2.

La transformación I nos permite reducir toda expresión significativa a implicaciones que tienen una variable como último término. Ahora debemos intentar transformar $N\alpha$, el antecedente de $CN\alpha\pi$, en una variable o su negación. Para este propósito emplearemos las tres transformaciones siguientes:

II. $CNN\alpha\beta \sim C\alpha\beta$ con respecto a S3 y S4,
III. $CNC\alpha\beta\gamma \sim C\alpha CN\beta\gamma$ „ „ S5 y S6,
IV. $CC\alpha\beta\gamma \sim CN\alpha\gamma, C\beta\gamma$ „ „ S7, S8 y S9.

Las tesis respectivas son: para la transformación II:

S3. *CCNNpqCpq*
S4. *CCpqCNNpq;*

para la transformación III:

S5. *CCNCpqrCpCNqr*
S6. *CCpCNqrCNCpqr;*

para la transformación IV:

S7. *CCCpqrCNpr*
S8. *CCCpqrCqr*
S9. *CCNprCCqrCCpqr.*

Expliquemos ahora cómo podemos obtener por estas transformaciones una variable o su negación en el antecedente de $CN\alpha\pi$. La expresión α que ocurre en $CN\alpha\pi$ puede, como toda expresión significativa del sistema-*C-N*, ser o una variable, o una negación, o una implicación. Si α es una variable, no es necesaria ninguna transformación; si es una negación, obtenemos $CNN\alpha\beta$, y dos negaciones se anulan entre sí de acuerdo con la transformación II. Si es una implicación, obtenemos de $CNC\alpha\beta\gamma$ la expresión equivalente $C\alpha CN\beta\gamma$, cuyo antecedente, α, es más simple que el antecedente inicial $NC\alpha\beta$. Esta nueva α puede ser de nuevo una variable –ninguna transformación es necesaria entonces– o una negación –este caso ha sido ya establecido– o una implicación. En este último caso obtenemos de $CC\alpha\beta\gamma$ dos expresiones, $CN\alpha\gamma$ y $C\beta\gamma$, con antecedentes más simples que el inicial $C\alpha\beta$. Por repetidas aplicaciones de II, III y IV hemos de obtener finalmente en el antecedente una variable o su negación.

Veamos ahora mediante ejemplos cómo operan estas transformaciones.
Primer ejemplo: *NNCpp.*

NNCpp $\sim$ *CNNNCppq* por I;
CNNNCppq $\sim$ *CNCppq* „ II;
CNCppq $\sim$ *CpCNpq* „ III.

NNCpp es así reducida a la expresión *CpCNpq* con la variable *p* en el antecedente. *CpCNpq* es una expresión elemental.

Segundo ejemplo: *CCCpqpp*

CCCpqpp ~ *CNCCCpqppr* por I;
CNCCCpqppr ~ *CCCpqpCNpr* por III;
CCCpqpCNpr ~ *CNCpqCNpr, CpCNpr* por IV;
CNCpqCNpr ~ *CpCNqCNpr* por III.

CCCpqpp es así reducida a dos expresiones: *CpCNqCNpr* y *CpCNpr,* ambas con la variable *p* en el antecedente; las dos son expresiones elementales.

Tercer ejemplo: *CCCpqqCCqpp.*

CCCpqqCCqpp ~ *CNCCCpqqCCqppr* por I;
CNCCCpqqCCqppr ~ *CCCpqqCNCCqppr* por III;
CCCpqqCNCCqppr ~ *CNCpqCNCCqppr, CqCNCCqppr* por IV;
CNCpqCNCCqppr ~ *CpCNqCNCCqppr* por III.

CCCpqqCCqpp es reducida a dos expresiones *CpCNqCNCCqppr* y *CqCNCCqppr,* ambas con una variable en el antecedente. Ninguna de ellas, sin embargo, es elemental, ya que la primera tiene la expresión compuesta *NCCqpp* como tercer antecedente y la segunda tiene la misma expresión compuesta como su segundo antecedente.

Como podemos ver por este último ejemplo, nuestra tarea aún no ha terminado. Por las transformaciones I-IV obtenemos implicaciones con una variable en el primer antecedente, y también expresiones de la forma:

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_{n-1}\alpha_n,$$

pero no todos los antecedentes de esta forma, aparte de α_1, necesitan ser expresiones simples. A fin de liberarnos de tales antecedentes compuestos, necesitamos tres nuevas transformaciones:

V. $C\alpha C\beta\gamma$ ~ $C\beta C\alpha\gamma$ con respecto a S10,
VI. $C\alpha C\beta C\gamma\delta$ ~ $C\alpha C\gamma C\beta\delta$ „ „ S11,
VII. $C\alpha C\beta\gamma$ ~ $CNC\alpha N\beta\gamma$ „ „ S12 y S13.

Las tesis respectivas son: para la transformación de V:

S10. *CCpCqrCqCpr;*

para la transformación VI:

S11. *CCpCqCrsCpCrCqs;*

para la transformación VII:

S12. *CCpCqrCNCpNqr*
S13. *CCNCpNqrCpCqr.*

Por S10 podemos mover un antecedente compuesto del segundo lugar al primero, y por S11 del tercer lugar al segundo. Aplicando estas transformaciones a las expresiones *CpCNqCNCCqppr* y *CqCNCCqppr* de nuestro tercer ejemplo obtenemos:

(α) *CpCNqCNCCqppr* ~ *CpCNCCqppCNqr* por VI;
CpCNCCqppCNqr ~ *CNCCqppCpCNqr* por V;
CNCCqppCpCNqr ~ *CCqpCNpCpCNqr* por III;
CCqpCNpCpCNqr ~ *CNqCNpCpCNqr, CpCNpCpCNqr* por IV.

(β) $CqCNCCqppr \sim CNCCqppCqr$ por V;
$CNCCqppCqr \sim CCqpCNpCqr$ por III;
$CCqpCNpCqr \sim CNqCNpCqr, CpCNpCqr$ por IV.

$CCCpqqCCqpp$ es así reducida a cuatro expresiones elementales: $CNqCNpCpCNqr$, $CpCNpCpCNqr$, $CNqCNpCqr$, y $CpCNpCqr$.

La transformación VII es usada en todos aquellos casos donde ocurre un antecedente compuesto en el cuarto lugar o en otro posterior. Esta transformación nos permite reducir el número de antecedentes; de hecho $NCpNq$ significa lo mismo que Kpq, y S12 y S13 son otras formas de las leyes de importación y exportación respectivamente. Ahora $CNC\alpha N\beta\gamma$, así como $CK\alpha\beta\gamma$, tiene sólo un antecedente, mientras que la expresión equivalente $C\alpha C\beta\gamma$ tiene dos antecedentes. Por lo tanto si una expresión compuesta ocurre en el cuarto lugar, como δ en $C\alpha C\beta C\gamma C\delta\epsilon$, podemos pasarla al tercer lugar, aplicando VII y después VI:

$C\alpha C\beta C\gamma C\delta\epsilon \sim CNC\alpha N\beta C\gamma C\delta\epsilon$ por VII;
$CNC\alpha N\beta C\gamma C\delta\epsilon \sim CNC\alpha N\beta C\delta C\gamma\epsilon$ „ VI.

De la última expresión obtenemos por la aplicación inversa de VII la fórmula:

$CNC\alpha N\beta C\delta C\gamma\epsilon \sim C\alpha C\beta C\delta C\gamma\epsilon$ por VII.

Ahora es fácil traer a δ al primer lugar por VI y V:

$C\alpha C\beta C\delta C\gamma\epsilon \sim C\alpha C\delta C\beta C\gamma\epsilon$ por VI;
$C\alpha C\delta C\beta C\gamma\epsilon \sim C\delta C\alpha C\beta C\gamma\epsilon$ por V.

Aplicando la transformación VII repetidamente en ambas direcciones podemos mover cualquier antecedente del lugar n-ésimo hasta el primero, y transformarlo, si es compuesto, por II, III y IV en una expresión simple.

La prueba del teorema (TB) queda así completada. Ahora es fácil mostrar que este teorema entraña la prueba de decisión para el sistema *-C-N* de la teoría de deducción. Si todas las expresiones elementales a que ha sido reducida una expresión dada α son verdaderas, esto es, si tienen entre sus antecedentes dos expresiones del tipo p y Np, entonces α es una tesis y ha de ser asertada. Por otra parte, si entre las expresiones elementales a que α ha sido reducida existe una última expresión tal que ninguno de los antecedentes del tipo p y Np se dan en ella, entonces α ha de ser recusada. En el primer caso podemos probar α por medio de las tesis S1-S13, en el segundo debemos recusarlas, añadiendo a las tesis anteriores dos nuevas:

S14. $CpCCpqq$
S15. $NNCpp$,

y el axioma de recusación:

*S16. p.

Dos ejemplos aclararán esto.
Primer ejemplo: Prueba de la tesis $CpCCpqq$.

Esta tesis debe ser primeramente reducida a expresiones elementales. Esto se hace mediante el siguiente análisis (L);

$CpCCpqq \sim CNCpCCpqqr$ por I;
$CNCpCCpqqr \sim CpCNCCpqqr$ por III;
$CpCNCCpqqr \sim CNCCpqqCpr$ por V;
$CNCCpqqCpr \sim CCpqCNqCpr$ por III;
$CCpqCNqCpr \sim CNpCNqCpr, CqCNqCpr$ por IV.

Las expresiones elementales a que *CpCCpqq* es reducida son *CNpCNqCpr* y *CpCNqCpr*. Ambas, como toda expresión a la que ha sido aplicada la transformación I tienen como último término una variable que no ocurre en los antecedentes. Tales expresiones pueden ser verdaderas sólo bajo la condición de que tengan dos antecedentes del tipo *p* y *Np*, y cualquier expresión de esta clase puede ser reducida por las transformaciones V, VI o VII a una sustitución de S1, a partir de la cual debe empezar siempre la prueba de una tesis. He aquí la deducción requerida:

S1. $q/CNqr \times (1)$
(1) *CpCNpCNqr*
S10. $q/Np,\ r/CNqr \times C(1)\text{-}(2)$
(2) *CNpCpCNqr*
S11. $p/Np,\ q/p,\ r/Nq,\ s/r \times C(2)\text{-}(3)$
(3) *CNpCNqCpr*
S1. $p/q,\ q/Cpr \times (4)$
(4) *CqCNqCpr*.

Habiendo obtenido en (3) y (4) las mismas expresiones elementales que obtuvimos al final de nuestro análisis (L), procederemos ahora desde ellas hasta sus equivalentes de la parte izquierda, por aplicación de las tesis en que se basaron las sucesivas transformaciones. Así paso por paso, obtenemos nuestra tesis original por medio de S9, S6, S10 y S2:

S9. $r/CNqCpr \times C(3)\text{-}C(4)\text{-}(5)$
(5) *CCpqCNqCpr*
S6. $p/Cpq,\ r/Cpr \times C(5)\text{-}(6)$
(6) *CNCCpqqCpr*
S10. $p/NCCpqq,\ q/p \times C(6)\text{-}(7)$
(7) *CpCNCCpqqr*
S6. $q/CCpqq \times C(7)\text{-}(8)$
(8) *CNCpCCpqqr*
(8) $r/CpCCpqq \times (9)$
(9) *CNCpCCpqqCpCCpqq*
S2. $p/CpCCpqq \times C(9)\text{-}(10)$
(10) *CpCCpqq*.

De acuerdo con este modelo podemos probar cualquier tesis que necesitemos. Segundo ejemplo: Refutación de la expresión *CCNpqq*.

Primero reduciremos esta expresión a expresiones elementales sobre la base del siguiente análisis:

CCNpqq ~ *CNCCNpqqr* por I;
CNCCNpqqr ~ *CCNpqCNqr* por III;
CCNpqCNqr ~ *CNNpCNqr, CqCNqr* por IV;
CNNpCNqr ~ *CpCNqr* por II.

La expresión *CCNpqq* es así reducida a dos expresiones elementales, *CqCNqr* y *CpCNqr*. La primera de éstas es una tesis, pero la segunda no es verdadera pues no tiene dos antecedentes del tipo *p* y *Np*. Por consiguiente, la expresión *CCNpqq* que conduce a esta consecuencia no-verdadera, debe ser recusada. Empezaremos la refutación por arriba, aplicando sucesivamente, de acuerdo con las transformaciones dadas, las tesis S1, S5, S7 y S3:

S1. *p/CCNpqq, q/r* × (11)
(11) *CCCNpqqCNCCNpqqr*
S5. *p/CNpq* × (12)
(12) *CCNCCNpqqrCCNpqCNqr*
S7. *p/Np, r/CNqr* × (13)
(13) *CCCNpqCNqrCNNpCNqr*
S3. *q/CNqr* × (14)
(14) *CCNNpCNqrCpCNqr.*

Ahora debemos refutar la expresión *CpCNqr;* necesitamos para este propósito las nuevas tesis S14 y S15 y el axioma de recusación.

S14. *p/NNCpp, q/p* × *C*S15-(15)
(15) *CCNNCpppp*
(15) × *C*(*16)-*S16
(*16) *CNNCppp*
S14. *p/CpCNpq, q/CNNCppp* × *C*S1-(17)
(17) *CCCpCNpqCNNCpppCNNCppp*
(17) × *C*(*18)-(*16)
(*18) *CCpCNpqCNNCppp*
(*18) × (*19) *p/CpCNpq, q/NCpp, r/p*
(*19) *CpCNqr*

Habiendo recusado *CpCNqr,* podemos ahora recusar sucesivamente sus antecedentes hasta obtener la expresión original *CCNpqq.*

(14) × *C*(*20)-(*19)
(*20) *CNNpCNqr*
(13) × *C*(*21)-(*20)
(*21) *CCNpqCNqr*
(12) × *C*(*22)-(*21)
(*22) *CNCCNpqqr*
(11) × *C*(*23)-(*22)
(*23) *CCNpqq*

Por este método podemos refutar cualquier expresión no-verdadera del sistema *C-N.* Todas estas deducciones podían haber sido realizadas más brevemente, pero tuve interés en demostrar el método implicado en la prueba de decisión. Este método nos permite decidir efectivamente, sobre la base de sólo quince tesis fundamentales S1-S15, y el axioma de recusación, si una expresión significativa dada del sistema *C-N,* debiera ser asertada o recusada. Como todos los demás funtores de la teoría de la deducción pueden ser definidos por *C* y *N,* todas las expresiones significativas de la teoría de la deducción son decidibles sobre una base axiomática. Un sistema de axiomas del cual pueden ser obtenidas las quince tesis fundamentales es completo en el sentido de que toda expresión verdadera del sistema puede ser deducida en él. De esta clase es el sistema de tres axiomas aducido en la sección 23, y también el sistema de tres axiomas en que se basa la transformación IV, a saber: *CCCpqrCNpr, CCCpqrCqr,* y *CCNprCCqrCCpqr.*

La prueba del teorema (TA), de acuerdo con la cual cada expresión significativa de la lógica aristotélica puede ser reducida a expresiones elementales, está contenida implícitamente en la prueba del teorema análogo de la teoría de la deducción. Si tomamos en vez de las letras griegas usadas en nuestras transformaciones I-VII

(excepto la variable final en la transformación I) expresiones proposicionales de la lógica aristotélica, podemos aplicar estas transformaciones a dichas expresiones del mismo modo que a las expresiones de la teoría de la deducción. Esto se verá fácilmente en el ejemplo de *CCNAabAbaIab*. Obtenemos:

CCNAabAbaIab ~ *CNCCNAabAbaIabp* por I;
CNCCNAabAbaIabp ~ *CCNAabAbaCNIabp* por III;
CCNAabAbaCNIabp ~ *CNNAabCNIabp, CAbaCNIabp* por IV;
CNNAabCNIabp ~ *CAabCNIabp* por II.

En lugar de *NAab* podemos escribir siempre *Oab*, y *Eab* en lugar de *NIab*. De lo cual se sigue, sin embargo, que será más conveniente emplear formas con *N*.

Ambas expresiones elementales *CAabCNIabp* y *CAbaCNIabp*, a que *CCNAabAbaIab* ha sido reducida, tienen una variable proposicional como último término. Esta variable es intoducida por la transformación I. Podemos eliminarla de ellas por las siguientes transformaciones deductivamente equivalentes donde π es una variable proposicional que no ocurre en α ni en β:

VIII. $C\alpha C\beta\pi \sim C\alpha N\beta$ con respecto a S17 y S18,
IX. $C\alpha CN\beta\pi \sim C\alpha\beta$,, ,, S19 y S20.

Tesis para la transformación VIII:

S17. *CCpCqNqCpNq*
S18. *CCpNqCpCqr.*

Tesis para la transformación IX:

S19. *CCpCNqqCpq*
S20. *CCpqCpCNqr.*

Cuando $C\alpha C\beta\pi$ es asertada, obtenemos de ella, sustituyendo π por $N\beta$ la expresión $C\alpha C\beta N\beta$, y entonces $C\alpha N\beta$ son S17; y conversamente, de $C\alpha N\beta$ la expresión $C\alpha C\beta\pi$ por S18. Cuando $C\alpha C\beta\pi$ es recusada, obtenemos por S18 $CC\alpha N\beta C\alpha C\beta\pi$, por lo tanto $C\alpha N\beta$ debe ser recusada; y conversamente, cuando $C\alpha N\beta$ es recusada, obtenemos por S17 $CC\alpha C\beta N\beta C\alpha N\beta$, por lo tanto $C\alpha C\beta N\beta$ ha de ser recusada y consecuentemente $C\alpha C\beta\pi$. La transformación IX puede explicarse por el mismo procedimiento. Aplicaremos esto directamente a nuestro ejemplo. Tomemos *Aab* por α, *Iab* por β y *p* por π; obtendremos *CAabIab.* Por idéntico modo, de *CAbaCNIabp* resulta *CAbaIab*. Si tenemos una expresión con más de dos antecedentes p. ej. con *n* antecedentes, hemos de reducir primero, por la aplicación repetida de la transformación VII, los $n-1$ antecedentes a uno, y luego aplicar la transformación VIII o IX. Tomemos, por ejemplo, el siguiente caso:

CNIabCAcbCAdcCIadp ~ *CNCNIabNAcbCAdcCIadp* por VII;
CNCNIabNAcbCAdcCIadp ~ *CNCNCNIabNAcbNAdcCIadp* por VII;
CNCNCNIabNAcbNAdcCIadp ~ *CNCNCNIabNAcbNAdcNIad* por VIII;
CNCNCNIabNAcbNAdcNIad ~ *CNCNIabNAcbCAdcNIad* por VII;
CNCNIabNAcbCAdcNIad ~ *CNIabCAcbCAdcNIad* por VII.

El teorema (TA) está ahora completamente probado; por lo tanto podemos proceder a nuestro principal objetivo, la prueba de decisión de la silogística aristotélica.

§33. Expresiones elementales de la silogística

De acuerdo con el teorema (TA), toda expresión significativa de la silogística aristotélica puede ser reducida de un modo deductivamente equivalente a un conjunto de expresiones elementales, esto es, a expresiones de la forma

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_{n-1}\alpha_n,$$

donde todas las α son expresiones simples de la silogística, es decir, expresiones del tipo *Aab, Iab, Eab* o *NIab,* y *Oab* o *NAab.* Ahora demostraré que toda expresión elemental de la silogística es decidible, esto es, o asertada o recusada. Primero probare que todas las expresiones simples, excepto las expresiones del tipo *Aaa* y *Iaa* son recusadas. Ya hemos visto (sección 27, fórmula *61), que *Iac* es recusada. Existen pruebas de recusación para las otras expresiones:

*61. *100. *b/c*
*100. *Iab*
8 × *C**101-*100 (8. *CAabIab*)
*101. *Aab*
IV. *p/Aaa, q/Iab* × *C*1-102 (IV. *CpCNpq*)
102. *CNAaaIab*
102 × *C**103-*100
*103. *NAaa* (= *Oaa*)
*103 × *104. *b/a*
*104. *NAab* (= *Oab*)
IV. *p/Iaa, q/Iab* × *C*2-105
105. *CNIaaIab*
105 × *C**106-*100
*106. *NIaa* (= *Eaa*)
*106 × *107. *b/a*
*107. *NIab* (= *Eab*).

Volviendo ahora a expresiones elementales compuestas, investigaré sucesivamente todos los casos posibles, omitiendo las pruebas formales cuando sea posible y haciendo sólo alusiones a cómo podrían hacerse. Seis casos hemos de investigar.

Caso primero: El consecuente α_n es negativo, y todos los antecedentes son afirmativos. Tales expresiones son recusadas.

Prueba: Identificando todas las variables que ocurren en la expresión con *a*, todos los antecedentes se tornan verdaderos por ser leyes de identidad *Aaa* o *Iaa,* y el consecuente se torna falso. Vemos que las leyes de identidad son esenciales para la solución de este caso.

Caso segundo: El consecuente es negativo y sólo uno de los antecedentes es negativo. Este caso puede ser reducido a aquel en que se dan sólo elementos afirmativos, y tales casos, como veremos después, son siempre decidibles.

Prueba: Expresiones de la forma $C\alpha CN\beta N\gamma$ son deductivamente equivalentes a expresiones de la forma $C\alpha C\gamma\beta$ con respecto a las tesis *CCpCNrNqCpCqr* y *CCpCqrCpCNrNq.* Esto es verdadero no sólo para un antecedente afirmativo α, sino para cualquier número de ellos.

Caso tercero: El consecuente es negativo, y más de un antecedente es negativo. Expresiones de este tipo pueden reducirse a expresiones simples, y eventualmente al segundo caso. La solución de este caso requiere la regla de recusación de Słupecki.

Prueba: Supongamos que la expresión original es de la forma $CN\alpha CN\beta C\gamma...N\rho$. Siempre puede hacerse esta suposición, pues cualquier antecedente puede ser cambiado a otro lugar cualquiera. Reducimos esta expresión a dos expresiones simples $CN\alpha C\gamma...N\rho$ y $CN\beta C\gamma...N\rho$, omitiendo el segundo o el primer antecedente respectivamente. Si estas expresiones tienen más de un antecedente negativo repetimos el mismo procedimiento hasta que obtengamos fórmulas con sólo un antecedente negativo. Como tales fórmulas, de acuerdo con el segundo caso, son deductivamente equivalentes a expresiones afirmativas decidibles, serán siempre o asertadas o recusadas. Si sólo una de ellas es asertada, la expresión original ha de ser asertada también, pues por la ley de simplificación podemos añadir a esta fórmula asertada todos los otros antecedentes negativos que fueron previamente omitidos. Sin embargo, si todas las fórmulas con un antecedente negativo son recusadas, deducimos de ellas por aplicación repetida de la regla de recusación de Słupecki que la expresión original debe ser recusada. Dos ejemplos explicarán el hecho con mayor detalle.

Primer ejemplo: una tesis, *CNAabCNAbcCNIbdCIbcNAcd.*
Reducimos esta expresión a (1) y (2):

(1) *CNAabCNIbdCIbcNAcd,* (2) *CNAbcCNIbdCIbcNAcd.*

De la misma manera reducimos (1) a (3) y (4):

(3) *CNAabCIbcNAcd,* (4) *CNIbdCIbcNAcd,*

y (2) a (5) y (6):

(5) *CNAbcCIbcNAcd,* (6) *CNIbdCIbcNAcd.*

La última expresión es ya una tesis; es el modo Ferison de la tercera figura. Poniendo en *CpCqp* (6) por *p*, y *NAbc* por *q*, obtenemos (2), y aplicando *CpCqp* una vez más poniendo (2) por *p*, y *NAab* por *q*, obtenemos la tesis original.

Segundo ejemplo: una expresión que no es tesis, *CNAabCNAbcCNIcdCIbdNAad.*
Reducimos esta expresión como en el ejemplo anterior:

(1) *CNAabCNIcdCIbdNAad,* (2) *CNAbcCNIcdCIbdNAad;*

luego reducimos (1) a (3) y (4), y (2) a (5) y (6):

(3) *CNAabCIbdNAad,* (4) *CNIcdCIbdNAad,*
(5) *CNAbcCIbdNAad,* (6) *CNIcdCIbdNAad.*

Ninguna de las fórmulas anteriores con un antecedente negativo es una tesis, como puede probarse reduciéndolas al caso con sólo elementos afirmativos. Las expresiones (3), (4), (5) y (6) son recusadas. Aplicando la regla de Słupecki, deducimos de las expresiones recusadas (5) y (6) que (2) ha de ser recusada, y de las expresiones recusadas (3) y (4) que (1) ha de recusarse. Pero si (1) y (2) son recusadas, entonces la expresión original ha de ser recusada también.

Caso cuarto: El consecuente es afirmativo, y alguno (o todos) los antecedentes son negativos. Este caso puede reducirse al tercero.

Prueba: Expresiones de la forma $C\alpha CN\beta\gamma$ son equivalentes deductivamente a expresiones de la forma $C\alpha CN\beta CN\gamma NAaa$ sobre la base de las tesis

CCpCNqrCpCNqCNrNAaa y *CCpCNqCNrNAaaCpCNqr*, pues *NAaa* es siempre falsa.

Todos los demás casos con elementos negativos quedan así agotados.

Caso quinto: Todos los antecedentes son afirmativos y el consecuente es una proposición afirmativa universal. Hay que distinguir varios subcasos.

(*a*) El consecuente es *Aaa;* esta expresión es asertada, porque su consecuente es verdadero.

(*b*) El consecuente es *Aab*, y *Aab* es también uno de los antecedentes. La expresión es desde luego asertada.

En lo que sigue se supone que *Aab* no ocurre como antecedente.

(*c*) El consecuente es *Aab*, pero ningún antecedente es del tipo *Aaf*, siendo *f* diferente de *a* (y desde luego de *b*). Tales expresiones son recusadas.

Prueba: Identificando todas las variables diferentes de *a* y *b* con *b*, podemos obtener solamente los siguientes antecedentes:

Aaa, Aba, Abb, Iaa, Iab, Iba, Ibb.

(No podemos obtener *Aab*, pues no hay ningún antecedente del tipo *Aaf* siendo *f* diferente de *a*.) Las premisas *Aaa, Abb, Iaa, Ibb* pueden omitirse pues son verdaderas. (Si no hay ninguna otra premisa, la expresión es recusada, como en el primer caso.) Si aparece *Iba* además de *Iab*, una de ellas puede ser omitida, pues son equivalentes entre sí. Si aparecen *Aba*, pueden omitirse *Iab* y *Iba*, pues *Aba* las implica a ambas. Después de estas reducciones sólo pueden quedar *Aba* o *Iab* como antecedentes. Ahora puede mostrarse que ambas implicaciones,

CAbaAab y *CIabAab*,

son recusadas sobre la base de nuestro axioma de recusación:

X. *p/Acb, q/Aba, r/Iac, s/Aab* × *C*27-108 (X. *CCKpqrCCsqCKpsr;*
108. *CCAabAbaCKAcbAabIac* 27. *CKAcbAbaIac*)
108 × *C**109-*59
*109. *CAabAba*
*109 × *110. *b/a, a/b*
*110. *CAbaAab.*

Si *CAbaAab* es recusada, entonces *CIabAab* ha de ser recusada también pues *Iab* es una premisa más débil que *Aba.*

(*d*) El consecuente es *Aab*, y hay antecedentes del tipo *Aaf* siendo *f* diferente de *a.* Si hay una cadena que conduce de *a* a *b*, la expresión es asertada sobre la base del axioma 3, el modo Barbara; si no existe tal cadena, la expresión es recusada.

Prueba: Por una cadena que conduce de *a* a *b* entiendo una serie ordenada de premisas universales afirmativas:

$$Aac_1, Ac_1c_2, \ldots, Ac_{n-1}c_n, Ac_nb,$$

donde el primer término de la serie tiene *a* como su primer argumento, el último término *b* como su segundo argumento, y el segundo argumento de todos los otros términos es idéntico al primer argumento de su sucesor. Es evidente que de una serie de tales expresiones resulta *Aab* por la aplicación repetida del modo Barbara. Por lo tanto, si existe una cadena que conduzca de *a* a *b*, la expresión es asertada; si no existe tal cadena, podemos librarnos de antecedentes del tipo *Aaf*, identificando su segundo argumento con *a.* La expresión se reduce por este procedimiento a la subclase (*c*), que fue recusada.

Caso sexto: Todos los antecedentes son afirmativos, y el consecuente es una proposición particular afirmativa. Aquí también hemos de distinguir varios subcasos.

(*a*)El consecuente es *Iaa;* la expresión es asertada, pues su consecuente es verdadero.

(*b*) El consecuente es *Iab,* y como antecedente aparece o *Aab,* o *Aba,* o *Iab,* o *Iba;* es obvio que en todos estos casos la expresión ha de ser asertada.

En lo que sigue se supone que ninguna de las cuatro premisas anteriores ocurre como antecedente.

(*c*) El consecuente es *Iab,* y ningún antecedente es del tipo *Afa,* donde *f* es diferente de *a,* o del tipo *Agb,* donde *g* es diferente de *b.* La expresión es recusada.

Prueba: Identificamos todas las variables diferentes de *a* y *b* con *c;* entonces obtenemos, además de premisas verdaderas del tipo *Acc* o *Icc,* sólo los antecedentes que siguen:

$$Aac,\ Abc,\ Iac,\ Ibc.$$

Aac implica *Iac,* y *Abc* implica *Ibc.* La combinación más fuerte de premisas es por lo tanto *Aac* y *Abc.* De esta combinación, sin embargo no resulta *Iab,* pues la fórmula

$$CAacCAbcIab$$

es equivalente a nuestro axioma de recusación.

(*d*) El consecuente es *Iab,* y entre los antecedentes hay expresiones del tipo *Afa* (siendo *f* diferente de *a*), pero no del tipo *Agb* (siendo *g* diferente de *b*). Si aparece *Abe* o *Ibe* (*Ieb*), y una cadena que conduzca de *e* a *a:*

(α) $Abe; Aee_1, Ae_1e_2, \ldots, Ae_na,$

(β) $Ibe; Aee_1, Ae_1e_2, \ldots, Ae_na,$

obtenemos de (α) *Abe* y *Aea,* y por lo tanto *Iab* por el modo Bramantip, y de (β) *Ibe* y *Aea,* y por lo tanto *Iab* por el modo Dimaris. En ambos casos la expresión es asertada. Sin embargo, si las condiciones (α) y (β) no se cumplen, podemos conseguir librarnos de antecedentes del tipo *Afa* identificando sus primeros argumentos con *a,* y la expresión ha de ser recusada de acuerdo con el subcaso (*c*).

(*e*) El consecuente es *Iab,* y entre los antecedentes hay expresiones del tipo *Agb* (siendo *g* diferente de *b*), pero no del tipo *Afa* (siendo *f* diferente de *a*). Este caso puede reducirse al subcaso (*d*) pues *a* y *b* son simétricos con respecto del consecuente *Iab.*

(*f*) El consecuente es *Iab,* y entre los antecedentes hay expresiones del tipo *Afa* (siendo *f* diferente de *a*), y expresiones del tipo *Agb* (siendo *g* diferente de *b*). Podemos suponer que las condiciones (α) y (β) no se cumplen para *Afa,* ni condiciones análogas para *Agb;* en otro caso, como ya sabemos, la expresión original sería asertada. Pero, si aparece *Aca* y una cadena que nos lleve de *c* a *b:*

(γ) $Aca; Acc_1, Ac_1c_2, \ldots, Ac_nb,$

o *Adb* y una cadena que nos lleve de *d* a *a:*

(δ) $Adb; Add_1, Ad_1d_2, \ldots, Ad_na,$

obtenemos de (γ) *Aca* y *Acb,* de (δ) *Adb* y *Ada,* y por lo tanto en ambos casos *Iab* por el modo Darapti. Además, si hay un antecedente *Icd* (o *Idc*) y dos cadenas, una que conduzca de *c* a *a,* y otra de *d* a *b:*

$$(\epsilon)\quad \begin{cases} Icd; Acc_1, Ac_1c_2, ..., Ac_na, \\ Icd; Add_1, Ad_1d_2, ..., Ad_nb, \end{cases}$$

obtenemos por la primera cadena la premisa *Aca*, por la segunda cadena la premisa *Adb*, y ambas premisas originan junto con *Icd* la conclusión *Iab* sobre la base del polisilogismo:

$$CIcdCAcaCAdbIab.$$

Probamos el polisilogismo deduciendo *Iad* de *Icd* y *Aca* por el modo Disamis, y después *Iab* de *Iad* y *Adb* por el modo Darii. En todos los demás casos la expresión original debe ser asertada. Sin embargo, si ninguna de las condiciones (γ), (δ) o (ϵ) es satisfecha, podemos desembarazarnos de expresiones del tipo *Afa* y *Agb* identificando sus primeros argumentos con *a* o con *b* respectivamente, y la expresión original ha de ser recusada de acuerdo con el subcaso (*c*). Todos los casos posibles están ahora agotados, queda probado que toda expresión significativa de la silogística aristotélica es o asertada o recusada, sobre la base de nuestros axiomas y reglas de inferencia.

§34. Una interpretación aritmética de la silogística

En 1679 Leibniz descubrió una interpretación aritmética de la silogística que merece nuestra atención tanto desde el punto de vista histórico como desde el sistemático[3]. Es una interpretación isomórfica. Leibniz no sabía que la silogística aristotélica podía ser axiomatizada, e ignoraba todo lo concerniente a la recusación y sus reglas. Sólo contrastó algunas leyes de conversión y algunos modos silogísticos a fin de estar seguro de que su interpretación no era errónea. Parece, por lo tanto, ser mera coincidencia el que su interpretación satisfaga nuestros axiomas asertados 1-4, el axioma de recusación *59, y la regla de Slupecki. En cualquier caso es extraño que sus intuiciones filosóficas, que lo guiaron en su búsqueda, lo condujeran a un resultado tan correcto.

La interpretación aritmética de Leibniz se basa en una correlación de variables de la silogística con pares ordenados de números naturales primos entre sí. A la variable *a*, por ejemplo, corresponden dos números, digamos a_1 y a_2, primos entre sí; a la variable *b* corresponden otros dos números, digamos b_1 y b_2, asimismo primos entre sí. La premisa *Aab* es verdadera cuando y sólo cuando a_1 es divisible por b_1, y a_2 es divisible por b_2. Si una de estas condiciones no es satisfecha, *Aab* es falsa, y por lo tanto *NAab* es verdadera. La premisa *Iab* es verdadera cuando y sólo cuando a_1 es primo respecto de b_2, y a_2 es primo respecto de b_1. Si una de estas condiciones no es satisfecha, *Iab* es falsa, y por lo tanto *NIab* es verdadera.

Fácilmente puede comprobarse que nuestros axiomas asertados 1-4 son verificados. El axioma 1, *Aaa*, es verificado, pues todo número es divisible por sí mismo. El axioma 2 *Iaa*, es verificado, pues se supone que los dos números correspondientes a *a*, a_1 y a_2, son primos entre sí. El axioma 3, el modo Barbara *CKAbcAabAac*, es también verificado, ya que la relación de divisibilidad es transitiva. El axioma 4,

---

[3] Véase L. Couturat, *Opuscules et fragments inédits*, de Leibniz, París (1903), pág. 77 y siguientes. Compruébese asimismo J. Łukasiewicz, 'O sylogistyce Arystotelesa' (Sobre la Silogística de Aristóteles), *Comptes Rendus de l'Acad. des Sciencies de Cracovie*, xliv, No. 6 (1939), página 220.

el modo Datisi, *CKAbcIbaIac,* también es verificado, pues si b_1 es divisible por c_1, b_2 es divisible por c_2, b_1 es primo respecto de a_2, y b_2 es primo respecto de a_1, entonces a_1 ha de ser primo con respecto de c_2 y a_2 ha de ser primo con respecto de c_1. Pues si a_1 y c_2 tuvieran un factor común mayor que 1, a_1 y b_2 también tendrían el mismo factor común, ya que b_2 contiene a c_2. Pero esto va contra la suposición de que a_1 es primo respecto de b_2. Por el mismo procedimiento podemos probar que a_2 ha de ser primo respecto de c_1.

También es fácil de mostrar que el axioma *59 *CKAcbAabIac* ha de ser recusado. Tomemos como ejemplos los números siguientes:

$$a_1 = 15, b_1 = 3, c_1 = 12,$$
$$a_2 = 14, b_2 = 7, c_2 = 35.$$

Acb es verdadera, pues c_1 es divisible por b_1 y c_2 es divisible por b_2; *Aab* es también verdadera, pues a_1 es divisible por b_1 y a_2 es divisible por b_2; pero la conclusión *Iac* no es verdadera, pues a_1 y c_2 no son primos entre sí.

La verificación de la regla de recusación de Słupecki es más complicada. Explicaremos esta materia con la ayuda de un ejemplo. Tomemos como expresiones recusadas,

(*1) *CNAabCNIcdCIbdNAad* y (*2) *CNIbcCNIcdCIbdNAad.*

De ellas obtenemos, por la regla de Słupecki,

$$*C N\alpha\gamma, *C N\beta\gamma \rightarrow *C N\alpha C N\beta\gamma,$$

una tercera expresión recusada,

(*3) *CNAabCNIbcCNIcdCIbdNAad.*

La expresión (1) es refutada, por ejemplo, por el siguiente conjunto de números

$$(4) \quad \begin{cases} a_1 = 4, b_1 = 7, c_1 = 3, d_1 = 4, \\ a_2 = 9, b_2 = 5, c_2 = 8, d_2 = 3. \end{cases}$$

Puede probarse fácilmente que de acuerdo con esta interpretación *Aab* es falsa (ya que 4 no es divisible por 7) y por lo tanto *NAab* es verdadera; *Icd* es falsa (ya que c_2 no es primo respecto de d_1) y por tanto *NIcd* es verdadera; *Ibd* es verdadera (pues ambos pares de números, b_1 y d_2, b_2 y d_1, son primos entre sí); pero *NAad* es falsa, pues *Aad* es verdadera (a_1 es divisible por d_1, y a_2 por d_2). Todos los antecedentes son verdaderos, el consecuente es falso; por consiguiente la expresión (1) queda refutada.

El mismo conjunto de números no refuta la expresión (2), pues *Ibc* es verdadera (ya que ambos pares de números, b_1 y c_2, y b_2 y c_1, son primos entre sí), por lo tanto *NIbc* es falsa. Pero si el antecedente de una implicación es falso, la implicación es verdadera. Con el fin de refutar la expresión (2) debemos tomar otro conjunto de números, por ejemplo el siguiente:

$$(5) \quad \begin{cases} a_1 = 9, b_1 = 3, c_1 = 8, d_1 = 3, \\ a_2 = 2, b_2 = 2, c_2 = 5, d_2 = 2. \end{cases}$$

De acuerdo con esta interpretación todos los antecedentes de la expresión (2) son verdaderos, y el consecuente es falso; por lo tanto la expresión queda refutada. Pero este segundo conjunto de números no refuta la expresión (1), porque *Aab* es verdadera, y por lo tanto *NAab* es falsa, y un antecedente falso da lugar a una implicación verdadera. Por consiguiente ninguno de los dos conjuntos (4) y (5) refutan la expresión (3), que contiene tanto a *NAab* como a *NIbc.*

Existe un método general que permite refutar la expresión (3) cuando las expresiones (1) y (2) son refutadas[4]. Primero, escribimos en orden descendente todos los números primos que componen los conjuntos de números que refutan (1) y (2). Obtenemos para (1) la serie 2, 3, 5 y 7, y para (2) la serie 2, 3 y 5. En segundo lugar, reemplazamos los números de la segunda serie por nuevos primos, todos diferentes de los primos de la serie primera. Por ejemplo: 2 por 11, 3 por 13, y 5 por 17. Obtenemos así un nuevo conjunto de números:

$$(6)\quad \begin{cases} a_1 = 13.13, b_1 = 13, c_1 = 11.11.11, d_1 = 13, \\ a_2 = 11, \quad b_2 = 11, c_2 = 17, \quad d_2 = 11. \end{cases}$$

Este conjunto también refuta (2), ya que la relación de divisibilidad y de ser primo sigue siendo lo mismo que eran antes del reemplazo. En tercer lugar, multiplicamos el número de las variables correspondientes que ocurren en los conjuntos (4) y (6). Obtenemos así un nuevo conjunto:

$$(7)\quad \begin{cases} a_1 = 4.13.13, b_1 = 7.13, c_1 = 3.11.11.11, d_1 = 4.13, \\ a_2 = 9.11, \quad b_2 = 5.11, c_2 = 8.17, \quad d_2 = 3.11.[5] \end{cases}$$

Este conjunto refuta a (3). Pues es evidente, primero, que si a las premisas *Aef* o *Ief* corresponde el conjunto de números

e_1, e_2, f_1, f_2, e_1 primo respecto de e_2, f_1 primo respecto de f_2,

y hay otro conjunto de números

e'_1, e'_2, f'_1, f'_2, e'_1 primo respecto de e'_2, f'_1 primo respecto de f'_2,

todos ellos compuestos de primos diferentes de los números del primer conjunto, entonces el producto de e_1 y e'_1, esto es, $e_1.e'_1$, debe ser primo respecto del producto de e_2 y e'_2, esto es, $e_2.e'_2$, y $f_1.f'_1$ primo respecto de $f_2.f'_2$. En segundo lugar, si *Aef* es verificado por el primer conjunto, esto es, si e_1 es divisible por f_1, y e_2 por f_2, y de igual modo es cierto del segundo conjunto, así que e'_1 es divisible por f'_1, y e'_2 por f'_2, y de igual modo es cierto del segundo conjunto, así que e'_1 es divisible por f'_1, y e'_2 por f'_2, entonces $e_1.e'_1$ debe ser divisible por $f_1.f'_1$ y $e_2.e'_2$ por $f_2.f'_2$. De nuevo, si *Ief* es verificado por el primer conjunto esto es, e_1 es primo respecto de f_2, y e_2 es primo respecto de f_1, y del mismo modo es cierto del segundo conjunto, de modo que e'_1 es primo respecto de f'_2, y e'_2 es primo respecto de f'_1, entonces $e_1.e'_1$ debe ser primo respecto $f_2.f'_2$ y $e_2.e'_2$ primo respecto de $f_1.f'_1$, ya que todos los números del segundo conjunto son primos respecto de los números del primer conjunto. Por el contrario, si sólo una de las condiciones de divisibilidad o de la de ser primos entre sí no es satisfecha, las premisas respectivas deben ser falsas. Puede verse en nuestro ejemplo que *Aad* y *NIcd* son verificadas por (7), pues ellas son verificadas por (4) y (6) e *Ibc* es refutada por ambas (4) y (6), y por lo tanto también por (7). *Aab* es sólo refutada por (4) (pero esto es suficiente para refutarla por (7)), e *Ibc* es sólo refutada por (6) (pero esto es también suficiente para refutarla por (7)). Este procedimiento puede ser aplicado a cualquier caso de esta clase, y por lo tanto la regla de Słupecki es verificada por la interpretación leibniziana.

---

[4] Este método fue descubierto por Słupecki, op. cit., página 28-30.

[5] Si hay una variable que ocurre en una de las expresiones refutadas pero no en la otra, podemos tomar simplemente sus números correspondientes tras eventual reemplazo.

Leibniz dijo una vez que las controversias científicas y filosóficas siempre podrían ser zanjadas mediante un cálculo. Me parece que su famoso 'calculemos' está conectado con la anterior interpretación aritmética de la silogística más bien que con sus ideas sobre lógica matemática.

§35. Conclusión

Los resultados que hemos alcanzado sobre la base de una investigación histórica y sistemática de la silogística aristotélica difieren en más de un punto de la presentación usual. La lógica de Aristóteles fue no sólo tergiversada por lógicos procedentes de la filosofía, que equivocadamente la identificaron con la silogística tradicional, sino también por lógicos procedentes del campo de las matemáticas. En los manuales de lógica matemática puede leerse una y otra vez que la ley de conversión de premisas *A* y algunos modos silogísticos derivados mediante esta ley, tal como Darapti o Felapton, son inválidos. Esta crítica está basada en la errónea noción de que la premisa universal afirmativa aristotélica 'Todo *a* es *b*' significa lo mismo que la implicación cuantificada 'Para todo *c*, si *c* es *a*, entonces *c* es *b*', donde *c* es un término singular, y que la premisa particular afirmativa 'Algún *a* es *b*' significa lo mismo que la conjunción cuantificada 'Para algún *c*, *c* es *a* y *c* es *b*', donde *c* es de nuevo un término singular. Si se acepta una interpretación tal, puede decirse desde luego que la ley *CAabIba* es errónea, pues *a* puede ser un término vacío, de modo que ningún *c* sea un *a*, y la anterior implicación cuantificada se convierte en verdadera (pues su antecedente es falso), y la anterior conjunción cuantificada se convierte en falsa (pues uno de sus factores es falso). Pero todo esto es una interpretación descabalada e imprecisa de la lógica aristotélica. No hay ningún pasaje de los *Analíticos* que justifique tal interpretación. Aristóteles no introduce en su lógica términos singulares o vacíos ni cuantificadores. Aplica su lógica sólo a términos universales, tales como 'hombre' o 'animal'. E incluso estos términos pertenecen sólo a la aplicación del sistema, no al sistema mismo. En el sistema tenemos sólo expresiones con argumentos variables, tales como *Aab* o *Iab*, y sus negaciones, y dos de estas expresiones son términos primitivos y no pueden ser definidos; tienen sólo aquellas propiedades que son formuladas por los axiomas. Por la misma razón una controversia tal como la de si la silogística aristotélica es o no una teoría de clases es en mi opinión inútil. La silogística de Aristóteles no es una teoría ni de clases ni de predicados; existe al margen de otros sistemas deductivos, teniendo su propia axiomática y sus propios problemas.

He intentado exponer este sistema libre de elementos extraños. No he introducido en él términos singulares, vacíos, o negativos, porque Aristóteles no los introdujo. No he introducido tampoco cuantificadores; sólo he intentado explicar algunas ideas de Aristóteles con la ayuda de cuantificadores. En pruebas formales, empleo tesis de la teoría de la deducción, ya que Aristóteles las usa intuitivamente en estas pruebas, y empleo la recusación, porque el propio Aristóteles recusa algunas fórmulas e incluso establece una regla de recusación. Dondequiera que en la exposición de Aristóteles hubiese algo no enteramente correcto, me he esforzado en corregir los fallos de su exposición, p. ej. algunas pruebas insatisfactorias por *reductio per impossibile*, o la recusación mediante términos concretos. Mi intención ha sido construir el sistema original de la silogística aristotélica basándome en las líneas trazadas por el propio autor, y en consonancia con las necesidades de

la lógica formal moderna. La corona del sistema es la solución al problema de decisión, y ello ha sido posible merced a la regla de recusación de Słupecki, no conocida por Aristóteles, ni por ningún otro lógico.

La silogística de Aristóteles es un sistema cuya exactitud supera, incluso, la exactitud de una teoría matemática, y éste es su inmortal mérito. Pero es un sistema reducido y no puede aplicarse a toda clase de razonamientos, por ejemplo a los argumentos matemáticos. Quizá el propio Aristóteles intuyó que su sistema no era apto para todo propósito, puesto que añadió más adelante a la teoría del silogismo asertórico una teoría de los silogismos modales[6]. Esta fue, sin duda, una extensión de la lógica, pero probablemente no en la dirección correcta. La lógica de los estoicos, los inventores de la antigua forma del cálculo proposicional, fue mucho más importante que todos los silogismos de Aristóteles. Hoy tenemos plena conciencia de que la teoría de la deducción y la teoría de la cuantificación son las ramas más fundamentales de la lógica.

Aristóteles no es responsable del hecho de que por muchos siglos, su silogística, o mejor una forma corrompida de su silogística, fuera la única lógica conocida por los filósofos. Tampoco es responsable del hecho de que la influencia de la lógica en la filosofía fuera, según estimo, desastrosa. A la base de esta desastrosa influencia yace, en mi opinión, el prejuicio de que toda proposición tiene un sujeto y un predicado, como en las premisas de la lógica aristotélica. Este prejuicio, junto con el criterio de verdad conocido como *adequatio rei et intellectus,* es la base de algunas famosas pero fantásticas especulaciones filosóficas. Kant divide todas las proposiciones (él las llama 'juicios') en analíticas y sintéticas, de acuerdo con la relación del predicado de la proposición con su sujeto. Su *Crítica de la Razón Pura* es sobre todo un intento de explicar el problema de cómo son posibles proposiciones sintéticas *a priori* verdaderas. Pero algunos peripatéticos, por ejemplo Alejandro, fueron ya aparentemente conscientes de que existe una amplia clase de proposiciones que no tienen ni sujeto ni predicado, tales como las implicaciones, disyunciones, conjunciones, y así sucesivamente[7]. Todas estas proposiciones pueden ser denominadas funtoriales, ya que en todas ellas ocurre un funtor proposicional, tal como 'si-entonces', 'o', 'y'. Estas proposiciones funtoriales son el principal acervo de toda teoría científica, y no les son aplicables ni la distinción de Kant de juicios analíticos y sintéticos ni el criterio usual de verdad, pues las proposiciones sin un sujeto o predicado no pueden ser comparadas de modo inmediato con los hechos. El problema de Kant pierde su importancia y ha de ser reemplazado por otro mucho más importante: ¿Cómo son posibles proposiciones funtoriales verdaderas? Parece que aquí estriba el punto de partida tanto de una nueva filosofía como de una nueva lógica.

---

[6] Supongo que la teoría de los silogismos modales expuesta por Aristóteles en los capítulos 8-22 del libro I de los *Primeros Analíticos* fue insertada más tarde, ya que el capítulo 23 es obviamente una continuación inmediata del capítulo 7.

[7] En conexión con la definición aristotélica de la *πρότασις* Alejandro escribe, 11.17: *εἰσὶ δὲ οὗτοι οἱ ὅροι προτάσεως οὐ πάσης ἀλλὰ τῆς ἁπλῆς τε καὶ καλουμένης κατηγορικῆς· τὸ γάρ τι κατά τινος ἔχειν καὶ τὸ καθόλου ἢ ἐν μέρει ἢ ἀδιόριστον ἴδια ταύτης· ἡ γὰρ ὑποθετικὴ οὐκ ἐν τῷ τι κατά τινος λέγεσθαι ἀλλ' ἐν ἀκολουθίᾳ ἢ μάχῃ τὸ ἀληθὲς ἢ τὸ ψεῦδος ἔχει.*

CAPITULO VI

LOGICA MODAL ARISTOTELICA DE PROPOSICIONES

§36. Introducción

Hay dos razones por las que la lógica modal de Aristóteles es tan poco conocida. La primera se debe al autor mismo: en contraste con la silogística asertórica que es perfectamente clara y casi libre de errores, la silogística modal de Aristóteles es casi incomprensible a causa de sus muchas faltas e inconsistencias. Aristóteles dedicó a este tema algunos interesantes capítulos de *De Interpretatione*, pero el sistema de su silogística modal está expuesto en el Libro I, capítulos 3 y 8-22 de los *Primeros Analíticos*. Gohlke[1] sugirió que estos capítulos fueron probablemente inserciones posteriores, porque el capítulo 23 era obviamente una continuación inmediata del capítulo 7. Si está en lo cierto, la silogística modal fue la última obra lógica de Aristóteles y se la podría considerar como una primera versión no elaborada definitivamente por el autor. Esto explicaría las faltas del sistema así como también las correcciones de Teofrasto y Eudemo, hechas acaso bajo la luz de las sugerencias del propio maestro.

La segunda razón es que los lógicos modernos todavía no han sabido construir un sistema universalmente aceptable de lógica modal que constituya una base sólida para la interpretación y apreciación de la obra de Aristóteles. Yo he tratado de construir un sistema tal, diferente de lo hasta aquí conocido, y fundado en las ideas de Aristóteles[2]. La presente monografía sobre la lógica modal de Aristóteles está escrita desde el punto de vista de este sistema.

Una lógica modal de términos presupone una lógica modal de proposiciones. Esto no fue observado claramente por Aristóteles cuya silogística modal es una lógica de términos; no obstante es posible hablar de una lógica modal aristotélica de proposiciones ya que algunos de sus teoremas son suficientes para abarcar todas las clases de proposiciones y algunos otros son expresamente formulados por él con variables proposicionales. Empezaré con la lógica modal de proposiciones de Aristóteles, que es lógica y filosóficamente mucho más importante que su silogística modal de términos.

§37. Funciones modales y sus interrelaciones

Hay cuatro términos modales usados por Aristóteles: *ἀναγκαῖον*–'necesario', *ἀδύνατον*–'imposible', *δυνατόν*–'posible' y *ἐνδεχόμενον*–'contingente'. Este últi-

---

[1] Paul Gohlke, *Die Entstehung der Aristotelischen Logik*, Berlin (1936), págs. 88-94.

[2] Jan Łukasiewicz, 'A System of Modal Logic', *The Journal of Computing Systems* vol. i, St. Paul (1953), págs. 111-49. Un resumen de este trabajo apareció con el mismo título en los *Proceedings of the XI International Congress of Philosophy*, vol. xiv, Bruselas (1953), págs. 82-87. Una breve descripción del sistema se da más abajo en §49.

mo término es ambiguo: en el *De Interpretatione,* significa lo mismo que δυνατόν, en los *Primeros Analíticos* tiene, por añadidura, un significado más complicado que discutiré más adelante.

De acuerdo con Aristóteles sólo las proposiciones son necesarias, imposibles, posibles o contingentes. En lugar de decir: 'la proposición "*p*" es necesaria', donde "*p*" es el nombre de la proposición *p,* usaré la expresión: 'Es necesario que *p*', donde *p* es una proposición. Así, por ejemplo, en lugar de decir: 'La proposición "el hombre es un animal" es necesaria', diré: 'Es necesario que el hombre sea un animal'. Expresaré las otras modalidades mediante procedimientos análogos. A las expresiones como: 'Es necesario que *p*', denotada aquí por *Lp,* o 'Es posible que *p*' denotadas por *Mp,* las denomino 'funciones modales'; *L* y *M,* que corresponden respectivamente a las palabras 'es necesario que' y 'es posible que', son 'funtores modales' y *p* es su 'argumento'. Como las funciones modales son proposiciones, diré que *L* y *M* son funtores constitutivos-de-proposiciones que requieren un argumento proposicional. Las proposiciones obtenidas con *L* o sus equivalentes se denominarán 'apodícticas', las obtenidas con *M* o sus equivalentes, 'problemáticas'. Las proposiciones no modales se denominan 'asertóricas'. Esta terminología y este simbolismo modernos nos ayudarán a ofrecer una clara exposición de la lógica modal proposicional de Aristóteles.

Dos de los términos modales, 'necesario' y 'posible', y sus interrelaciones son de fundamental importancia. En el *De Interpretatione* Aristóteles afirma erróneamente que la posibilidad implica la no-necesidad; esto es, en nuestra terminología:

(*a*) *Si es posible que p, no es necesario que p*[3]. Más adelante advierte que esto no puede ser cierto, porque acepta que la necesidad implica posibilidad, esto es:

(*b*) *Si es necesario que p, entonces es posible que p,* y de (*b*) y (*a*) se seguiría por el silogismo hipotético que

(*c*) *Si es necesario que p, no es necesario que p,* lo cual es un absurdo[4]. Después de un ulterior examen del problema Aristóteles establece rectamente que:

(*d*) *Si es posible que p, no es necesario que no p*[5], pero no corrige el error anterior en el texto de *De Interpretatione.* Esta corrección se hace en los *Primeros Analíticos* donde la relación de posibilidad con necesidad tiene la forma de una equivalencia:

(*e*) *Es posible que p –si y sólo si– no es necesario que no p*[6].

Deduzco de esto que la otra relación, la de necesidad con posibilidad, que es establecida en el *De Interpretatione* como una implicación[7], es asimismo entendida como una equivalencia y se le debería dar la forma:

(*f*) *Es necesario que p –si y sólo si– no es posible que no p.*

---

[3] *De int.* 13, 22[a]15 τῷ μὲν γὰρ δυνατῷ εἶναι τὸ ἐνδέχεσθαι εἶναι (ἀκολουθεῖ), καὶ τοῦτο ἐκείνῳ ἀντιστρέφει, καὶ τὸ μὴ ἀδύνατον εἶναι καὶ τὸ μὴ ἀναγκαῖον εἶναι.

[4] Ibid. 22[b]11 τὸ μὲν γὰρ ἀναγκαῖον εἶναι δυνατὸν εἶναι... 14 ἀλλὰ νὴν τῷ γε δυνατὸν εἶναι τὸ οὐκ ἀδύνατον εἶναι ἀκολουθεῖ, τούτῳ δὲ τὸ μὴ ἀναγκαῖον εἶναι· ὥστε συμβαίνει τὸ ἀναγκαῖον εἶναι μὴ ἀναγκαῖον εἶναι, ὅπερ ἄτοπον.

[5] Ibid. 22[b]22 λείπεται τοίνυν τὸ οὐκ ἀναγκαῖον μὴ εἶναι ἀκολουθεῖν τῷ δυνατὸν εἶναι.

[6] *An. pr.* i. 13, 32[a]25 τὸ 'ἐνδέχεται ὑπάρχειν' καὶ 'οὐκ ἀδύνατον ὑπάρχειν' καὶ 'οὐκ ἀνάγκη μὴ ὑπάρχειν', ἤτοι ταὐτὰ ἔσται ἢ ἀκολουθοῦντα ἀλλήλοις.

[7] *De int.* 13, 22[a]20 τῷ δὲ μὴ δυνατῷ μὴ εἶναι καὶ μὴ ἐνδεχομένῳ μὴ εἶναι τὸ ἀναγκαῖον εἶναι καὶ τὸ ἀδύνατον μὴ εἶναι (ἀκολουθεῖ).

Si denotamos el funtor 'si y sólo si' por Q[8], poniéndolo delante de sus argumentos, y 'no' por N, podremos expresar simbólicamente las relaciones (*e*) y (*f*) así:

1. *QMpNLNp*, esto es, *Mp* –si y sólo si– *NLNp*,
2. *QLpNMNp*, esto es, *Lp* –si y sólo si– *NMNp*.

Las anteriores fórmulas son fundamentales en cualquier sistema de lógica modal.

§38. Lógica modal básica

Dos famosos principios escolásticos de lógica modal: *Ab oportere ad esse valet consequentia*, y *Ab esse ad posse valet consequentia*, fueron conocidos por Aristóteles sin ser formulados por él explícitamente. El primer principio reza así en nuestra notación simbólica (*C* es el signo del funtor 'si-entonces'):

3. *CLpp*, esto es, *Si es necesario que p, entonces p.*

El segundo dice:

4. *CpMp*, esto es, *Si p, es posible que p.*

De acuerdo con un pasaje de los *Primeros Analíticos*[9] Aristóteles sabe que de la conclusión asertórica negativa 'No *p*', esto es, *Np*, resulta una consecuencia problemática 'Es posible que no *p*', esto es, *MNp*. Tenemos, por tanto, *CNpMNp*. Alejandro, comentando este pasaje, establece como regla general que la existencia implica posibilidad, esto es, *CpMp*, pero no a la inversa, esto es, *CMpp* sería recusable[10]. Si denotamos las expresiones recusables por un asterisco, obtenemos la fórmula[11]:

*5. *CMpp*, esto es, *Si es posible que p, entonces p*–recusada.

Las fórmulas que corresponden a la necesidad son asimismo establecidas por Alejandro cuando dice que la necesidad implica existencia, esto es, *CLpp* pero no a la inversa, esto es, *CpLp* sería recusada[12]. Obtenemos así otra expresión recusada:

*6. *CpLp*, esto es, *Si p, es necesario que p*–recusada.

Las fórmulas 1-6 son aceptadas por la lógica tradicional, y por lo que yo sé, por todos los lógicos modernos. Pero son, sin embargo, insuficientes para caracterizar *Mp* y *Lp* como funciones modales, porque todas las fórmulas anteriores son satisfechas si interpretamos *Mp* como siendo siempre verdadera, esto es, como '*verum* de *p*' y *Lp* como siempre falsa, esto es, como '*falsum* de *p*'. Con esta interpretación un sistema construido a partir de las fórmulas 1-6 dejaría de ser una lógica modal. No podemos, por lo tanto, asertar *Mp*, esto es, aceptar que toda proposición problemática es verdadera, o asertar *NLp*, esto es, aceptar que toda proposición apodícti-

---

[8] Usualmente denoto la equivalencia por *E*, pero como esta letra ya tiene otro sentido en la silogística, he introducido (págs. 93-94) para la equivalencia la letra *Q*.

[9] *An. pr.* i. 16, 36^{a}15 *φανερὸν δ', ὅτι καὶ τοῦ ἐνδέχεσθαι μὴ ὑπάρχειν γίγνεται συλλογισμός, εἴπερ καὶ τοῦ μὴ ὑπάρχειν. –ἐνδέχεσθαι* significa aquí lo 'posible', no lo 'contingente'.

[10] Alejandro 209.2 *τὸ μὲν γὰρ ὑπάρχον καὶ ἐνδεχόμενον ἀληθὲς εἰπεῖν, τὸ δ' ἐνδεχόμενον οὐ πάντως καὶ ὑπάρχον.*

[11] Las expresiones asertadas son señaladas a lo largo de los capítulos VI-VIII con cifras arábigas sin asteriscos.

[12] Alejandro 152.32 *τὸ γὰρ ἀναγκαῖον καὶ ὑπάρχον, οὐκέτι δὲ τὸ ὑπάρχον ἀναγκαῖον.*

ca es falsa; ambas expresiones serían recusadas, pues una expresión que no puede ser asertada debería ser recusada. Obtenemos así dos fórmulas recusadas adicionales:

*7. *Mp*, esto es, *Es posible que p*–recusada, y
*8. *NLp*, esto es, *No es necesario que p*–recusada.

Ambas fórmulas pueden ser denominadas aristotélicas, porque son consecuencia de la presunción admitida por Aristóteles de que existen proposiciones apodícticas asertadas. Pues si $L\alpha$ es asertada, entonces $LNN\alpha$ ha de ser también asertada, y apoyándonos en el principio de Duns Scoto *CpCNpq* obtenemos mediante sustitución y separación las fórmulas asertadas $CNL\alpha p$ y $CNLNN\alpha p$. Como *p* es recusada, $NL\alpha$ y $NLNN\alpha$ son recusadas también, y consecuentemente *NLp* y *NLNp*, esto es, *Mp*, ha de ser recusada.

Llamaré a un sistema 'lógico modal básico' si y sólo si satisface las fórmulas 1-8. He demostrado que la lógica modal básica puede ser axiomatizada sobre la base del cálculo clásico de proposiciones[13]. De los dos funtores modales, *M* y *L*, uno puede ser tomado como el término primitivo y el otro puede ser definido. Tomando *M* como el término primitivo y la fórmula 2 como la definición de *L*, obtenemos el conjunto independiente de axiomas de la lógica modal básica:

4. *CpMp* *5. *CMpp* *7. *Mp* 9. *QMpMNNp*,

donde 9 es deductivamente equivalente a la fórmula 1 sobre la base de la definición 2 y el cálculo de proposiciones. Tomando *L* como el término primitivo y la fórmula 1 como definición de *M*, obtenemos un conjunto correspondiente de axiomas:

3. *CLpp* *6. *CpLp* *8. *NLp* 10. *QLpLNNp*,

donde 10 es deductivamente equivalente a la fórmula 2 sobre la base de la definición 1 y el cálculo de proposiciones. Las fórmulas derivadas 9 y 10 son indispensables como axiomas.

La lógica modal básica es el fundamento de todo sistema de lógica modal y tiene que estar siempre incluida en cualquier sistema de esa índole. Las fórmulas 1-8 concuerdan con las intuiciones de Aristóteles y se encuentran en la raíz de nuestros conceptos de necesidad y posibilidad; pero no agotan todo el repertorio de leyes modales aceptadas. Por ejemplo, creemos que si una conjunción es posible, cada uno de sus factores debería ser posible, esto es, en símbolos:

11. *CMKpqMp* y 12. *CMKpqMq*,

y si una conjunción es necesaria, cada uno de sus factores debería ser necesario, esto es, en símbolos:

13. *CLKpqLp* y 14. *CLKpqLq*.

Ninguna de estas fórmulas puede deducirse de las leyes 1-8. La lógica modal básica es un sistema modal incompleto y requiere la adición de algunos axiomas nuevos. Veamos cómo fue complementada por el propio Aristóteles.

---

[13] Véase págs. 114-17 de mi artículo sobre lógica modal.

§39. Leyes de extensionalidad

El más importante y –tal como yo lo veo– el más logrado intento que hizo Aristóteles de ir más allá de la lógica modal básica consiste en su aceptación de ciertos principios que pueden denominarse 'leyes de extensionalidad para funtores modales'. Estos principios se encuentran en el Libro I, capítulo 15 de los *Primeros Analíticos,* y son formulados en tres pasajes. Leemos al comienzo del capítulo: 'Primero ha de decirse que si (si α es, β tiene que ser), entonces (si α es posible, β tiene que ser posible también)[14].

Algunas líneas más abajo Aristóteles dice refiriéndose a sus silogismos:

'Si uno denotase las premisas por α, y la conclusión por β, no sólo resultaría que si α es necesaria, entonces β es necesaria, sino también que si α es posible, entonces β es posible'[15].

Y al final de la sección repite:

'Ha sido probado que si (si α es, β es), entonces (si α es posible, entonces β es posible)'[16].

Analicemos primero estas leyes modales comenzando con el segundo pasaje, que se refiere a los silogismos.

Todos los silogismos aristotélicos son implicaciones de la forma $C\alpha\beta$ donde α es la conjunción de dos premisas y β la conclusión. Tomemos como ejemplo el modo Barbara:

15. $\underbrace{CKAbaAcb}_{\alpha}\underbrace{Aca}_{\beta}$.

De acuerdo con el segundo pasaje obtenemos dos teoremas modales, en la forma de implicación que toman $C\alpha\beta$ como el antecedente y $CL\alpha L\beta$ o $CM\alpha M\beta$ como el consecuente, en símbolos:

16. $CC\alpha\beta CL\alpha L\beta$ y 17. $CC\alpha\beta CM\alpha M\beta$.

Las letras α y β representan aquí las premisas y la conclusión de un silogismo aristotélico. Como en el pasaje final no se hace referencia alguna a silogismos, podemos tratar estos teoremas como casos especiales de principios generales que obtenemos remplazando las letras griegas por variables proposicionales:

18. $CCpqCLpLq$ y 19. $CCpqCMpMq$.

Ambas fórmulas pueden denominarse en un sentido más lato 'leyes de extensionalidad', la primera para *L*, la segunda para *M*. Las palabras 'en un sentido más lato' requieren una explicación.

La ley general de extensionalidad tomada *sensu stricto,* es una fórmula del cálculo clásico de proposiciones ampliado por la introducción de funtores variables, y tiene la forma:

20. $CQpqC\delta p\delta q$.

---

[14] *An. pr.* i. 15, 34[a]5 πρῶτον δὲ λεκτέον ὅτι εἰ τοῦ *A* ὄντος ἀνάγκη τὸ *B* εἶναι, καὶ δυνατοῦ ὄντος τοῦ *A* δυνατὸν ἔσται καὶ τὸ *B* ἐξ ἀνάγκης.

[15] Ibid. 34[a]22 εἴ τις θείη τὸ μὲν *A* τὰς προτάσεις, τὸ δὲ *B* τὸ συμπέρασμα, συμβαίνοι ἂν οὐ μόνον ἀναγκαίου τοῦ *A* ὄντος ἅμα καὶ τὸ *B* εἶναι ἀναγκαῖον, ἀλλὰ καὶ δυνατοῦ δυνατόν.

[16] Ibid. 34[a]29 δέδεικται ὅτι εἰ τοῦ *A* ὄντος τὸ *B* ἔστι, καὶ δυνατοῦ ὄντος τοῦ *A* ἔσται τὸ *B* δυνατόν.

Esto, en términos un tanto vagos, significa: Si p es equivalente a q, entonces si δ de p, δ de q, donde δ es un funtor constitutivo-de-proposición, de un argumento proposicional, p. ej. *N*. De acuerdo con ello, las leyes estrictas de extensionalidad para L y M tendrán la forma:

21. *CQpqCLpLq* y 22. *CQpqCMpMq*.

Estas dos fórmulas tienen antecedentes más fuertes que las fórmulas 18 y 19 y son fácilmente deducibles de ellas, 21 de 18 y 22 de 19, por medio de la tesis *CQpqCpq* y el principio del silogismo hipotético. Puede probarse, sin embargo, fundándonos en el cálculo de proposiciones y la lógica modal básica, que, conversamente, 18 es deducible de 21 y 19 de 22. Doy aquí la deducción completa de la L-fórmula:

Las premisas

23. *CCQpqrCpCCpqr*
24. *CCpqCCqrCpr*
25. *CCpCqCprCqCpr*
3. *CLpp*.

La deducción

23. *r/CLpLq* × *C*21-26
26. *CpCCpqCLpLq*
24. *p/Lp, q/p, r/CCpqCLpLq* × *C*3-*C*26-27
27. *CLpCCpqCLpLq*
25. *p/Lp, q/Cpq, r/Lq* × *C*27-18
18. *CCpqCLpLq*.

Por un procedimiento similar 19 es deducible de 22 por medio de las premisas *CCQpqrCNqCCpqr, CCpqCCqrCpr, CCNpCqCrpCqCrp*, y la trasposición *CNMpNp* de la tesis modal *CpMp*.

Vemos de lo anterior que, dado el cálculo de proposiciones y la lógica modal básica, la fórmula 18 es deductivamente equivalente a la ley estricta de extensionalidad 21, y la fórmula 19 a la ley estricta de extensionalidad 22. Estamos en lo cierto, por consiguiente, al llamar a estas fórmulas 'leyes de extensionalidad en un sentido más lato'. Lógicamente, por supuesto, no hay diferencia en que completemos el sistema L de lógica modal básica con la adición de *CCpqCLpLq* o con la adición de *CQpqCLpLq;* lo mismo vale decir con respecto a las adiciones alternativas al M-sistema de *CCpqCMpMq* o *CQpqCMpMq*. Intuitivamente, sin embargo, la diferencia es grande. Las fórmulas 18 y 19 no son tan evidentes como las fórmulas 21 y 22. Si p implica q pero no es equivalente a ella, no es siempre cierto que si δ de p, δ de q; p. ej. *CNpNq* no se sigue de *Cpq*. Pero si p es equivalente a q entonces, siempre, si δ de p, δ de q, esto es, si p es verdadera, q es verdadera, y si p es falsa, q es falsa; similarmente si p es necesaria, q es necesaria, y si p es posible, q es posible. Esto parece ser absolutamente evidente, a menos que las funciones modales sean consideradas como funciones intensionales, esto es, como funciones cuyos valores de verdad *no* dependen solamente de los valores de verdad de sus argumentos. Pero lo que en este caso pudieran significar la necesidad o la posibilidad, es para mí, hasta ahora, un misterio.

§40. Prueba de Aristóteles de la M-ley de extensionalidad

En el último pasaje arriba citado Aristóteles dice que ha probado la ley de extensionalidad para la posibilidad. Sustancialmente arguye así: Si α es posible y β es imposible, entonces cuando α llegase a ser, β no podría llegar a ser, y por lo tanto α sería sin β, lo cual va en contra de la premisa que dice que si α es, β es[17]. Es difícil reconstruir el argumento en una fórmula lógica, puesto que el término 'llegar a ser' tiene un sentido más ontológico que lógico. Sin embargo, el comentario dado por Alejandro sobre este argumento merece un cuidadoso examen.

Aristóteles define lo contingente como aquello que no es necesario y cuya supuesta existencia no implica nada imposible[18]. Alejandro asimila esta definición aristotélica de contingencia a la de posibilidad pero omitiendo las palabras 'lo que no es necesario'. Dice 'que un β que es imposible no puede seguirse de un α que es posible, puede ser probado también a partir de la definición de posibilidad: es posible aquello cuya supuesta existencia no implica nada imposible'[19]. Las palabras 'imposible' y 'nada' requieren aquí una cauta interpretación. No podemos interpretar 'imposible' como 'no posible' porque la definición sería circular; o bien hemos de tomar 'imposible' como término primitivo, o bien tomando 'necesario', como primitivo, definir la expresión 'imposible que *p*' mediante 'necesario que no *p*'. Prefiero el segundo camino y discutiré la nueva definición apoyándome en la lógica *L*-modal básica. La palabra 'nada' sería representada por un cuantificador universal, porque de otra manera la definición no sería correcta. Obtenemos así la equivalencia:

28. *QMp*Π*qCCpqNLNq.*

Lo que significa en palabras: 'Es posible que *p* –si y sólo si– para todo *q*, si (si *p*, entonces *q*), no es necesario que no *q*'. Esta equivalencia ha sido agregada a la lógica *L*-modal básica como la definición de *Mp* en lugar de la equivalencia 1 que ha de ser probada ahora como un teorema.

La equivalencia 28 consta de dos implicaciones:

29. *CMp*Π*qCCpqNLNq* y 30. *C*Π*qCCpqNLNqMp.*

De 29 obtenemos por el teorema *C*Π*pCCpqNLNqCCpqNLNq* y el silogismo hipotético la consecuencia:

31. *CMpCCpqNLNq,*

y de 31 resulta fácilmente por la sustitución *q/p, Cpp,* conmutación y separación la implicación *CMpNLNp.* La implicación conversa *CNLNpMp,* que al ser combinada con la implicación original, daría la equivalencia 1, no puede probarse de otra manera que por medio de la ley de extensionalidad para *L*: *CCpqCLpLq.* Como esta prueba es bastante complicada, la daré completa.

---

[17] *An. pr.* i. 15, 34[a]8 εἰ οὖν τὸ μὲν δυνατόν, ὅτε δυνατὸν εἶναι, γένοιτ' ἄν, τὸ δ' ἀδύνατον, ὅτ' ἀδύνατον, οὐκ ἂν γένοιτο, ἅμα δ' εἰ τὸ *A* δυνατὸν καὶ τὸ *B* ἀδύνατον, ἐνδέχοιτ' ἂν τὸ *A* γενέσθαι ἄνευ τοῦ *B*, εἰ δὲ γενέσθαι, καὶ εἶναι.

[18] Véase más abajo, pág. 128, nota 45.

[19] Alejandro 117. 11 δεικνύοιτο δ' ἄν, ὅτι μὴ οἷόν τε δυνατῷ ὄντι τῷ *A* ἀδύνατον ἕπεσθαι τὸ *B*, καὶ ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ δυνατοῦ... δυνατόν ἐστιν, οὗ ὑποτεθέντος εἶναι οὐδὲν ἀδύνατον συμβαίνει διὰ τοῦτο.

Las premisas:

18. *CCpqCLpLq*
24. *CCpqCCqrCpr*
30. *CΠqCCpqNLNqMp*
32. *CCpqCNqNp*
33. *CCpCqrCqCpr.*

La deducción:

18. *p/Nq, q/Np* × 34
34. *CCNqNpCLNqLNp*
24. *p/Cpq, q/CNqNp, r/CLNqLNp* × *C*32-*C*34-35
35. *CCpqCLNqLNp*
32. *p/LNq, q/LNp* × 36
36. *CCLNqLNpCNLNpNLNq*
24. *p/Cpq, q/CLNqLNp, r/CNLNpNLNq* × *C*35-*C*36-37
37. *CCpqCNLNpNLNq*
33. *p/Cpq, q/NLNp, r/NLNq* × *C*37-38
38. *CNLNpCCpqNLNq*
38. Π2*q* × 39
39. *CNLNpΠqCCpqNLNq*
24. *p/NLNp, q/ΠqCCpqNLNq, r/Mp* × *C*39-*C*30-40
40. *CNLNpMp.*

Podemos ahora probar la ley de extensionalidad para *M* que fue el propósito del argumento de Alejandro. Esta ley resulta fácilmente de la equivalencia 1 y la tesis 37. Vemos además que la prueba por medio de la definición con cuantificador es innecesariamente complicada. Basta retener la definición 1 y añadir al sistema *L* la *L*-ley de extensionalidad con el fin de obtener la *M*-ley de extensionalidad. De la misma manera puede obtenerse la *L*-ley de extensionalidad, si unimos la *M*-ley de extensionalidad al sistema *M* y la definición 2. El sistema *L* es deductivamente equivalente al sistema *M* con las leyes de extensionalidad así como sin ellas.

Es sin duda, altamente improbable que un lógico antiguo hubiera podido inventar una prueba tan exacta como la dada arriba. Pero el hecho de que la prueba sea correcta arroja una interesante luz sobre las ideas de Aristóteles acerca de la posibilidad. Supongo que vislumbró intuitivamente lo que puede expresarse brevemente así: lo que es posible hoy, por ejemplo una batalla marítima, puede llegar a existir o ser actual mañana; pero lo que es imposible, nunca llega a ser actual. Esta idea parece yacer a la base de la prueba de Aristóteles y de Alejandro.

§41. Conexiones necesarias de proposiciones

La *L*-ley de extensionalidad fue formulada por Aristóteles una sola vez junto con la *M*-ley correspondiente, en el pasaje donde hace referencia a los silogismos[20].

De acuerdo con Aristóteles existe una conexión necesaria ente las premisas α de un silogismo válido y su conclusión β. Parecería, por lo tanto, que las leyes de extensionalidad formuladas antes en la forma:

[20] Véase pág. 116, nota 15.

16. $CC\alpha\beta CL\alpha L\beta$ y 17. $CC\alpha\beta CM\alpha M\beta$,

deberían ser expresadas con antecedentes necesarios:

41. $CLC\alpha\beta CL\alpha L\beta$ y 42. $CLC\alpha\beta CM\alpha M\beta$,

y las correspondientes leyes generales de extensionalidad serían:

43. $CLCpqCLpLq$ y 44. $CLCpqCMpMq$.

Esto es corroborado para la *M*-ley por el primer pasaje antes citado donde leemos: 'Si (si α es, β ha de ser), entonces (si α es posible, β es posible)'.

Las fórmulas 43 y 44 son más débiles que las fórmulas correspondientes con antecedentes asertóricos, 18 y 19, y pueden obtenerse de ellas por el axioma *CLpp* y el silogismo hipotético 24. No es, sin embargo, posible derivar, conversamente, las fórmulas más fuertes de las más débiles. El problema estriba en si debiéramos recusar las fórmulas más fuertes 18 y 19, y remplazarlas por las más débiles 43 y 44. Para resolver este problema hemos de investigar el concepto aristotélico de necesidad.

Aristóteles acepta que algunas proposiciones necesarias, esto es, apodícticas, son verdaderas y deberían ser asertadas. Dos géneros de proposiciones apodícticas asertadas pueden encontrarse en los *Analíticos:* a uno de ellos pertenecen las conexiones necesarias de proposiciones, a otro las conexiones necesarias de términos. Como ejemplo del primer grupo puede tomarse un silogismo válido, por ejemplo, el modo Barbara:

(*g*) *Si todo b es un a, y todo c es un b, entonces es necesario que todo c sea un a.*

Aquí el 'necesario' no significa que la conclusión es una proposición apodíctica, sino que denota una conexión necesaria entre las premisas del silogismo y su conclusión asertórica. Tal es la llamada 'necesidad silogística'. Aristóteles vio muy bien que hay una diferencia entre la necesidad silogística y una conclusión apodíctica: cuando dice, discutiendo un silogismo con una conclusión asertórica, que esta conclusión no es 'simplemente' (ἁπλῶς) necesaria, esto es, necesaria en sí misma, sino que es necesaria 'bajo condición', esto es, con respecto a sus premisas (*τούτων ὄντων*)[21]. Hay pasajes donde imprime dos marcas de necesidad en la conclusión diciendo, por ejemplo, que de las premisas: 'Es necesario que todo *b* sea un *a*, y algún *c* es *b*', se sigue la conclusión: 'Es necesario que algún *c* sea necesariamente un *a*'[22]. El primer 'necesario' se refiere a la conexión silogística; el segundo denota que la conclusión es una proposición apodíctica.

Incidentalmente, vale la pena constatar un curioso error de Aristóteles: dice que nada se sigue necesariamente de una sola premisa sino cuando menos de dos, como en el silogismo[23]. En los *Analíticos Posteriores* afirma que esto ha sido probado[24], pero en ningún lugar se da ni siquiera un intento de prueba. Por el contra-

---

[21] *An. pr.* i. 10, 30^b32 *τὸ συμπέρασμα οὐκ ἔστιν ἀναγκαῖον ἁπλῶς, ἀλλὰ τούτων ὄντων ἀναγκαῖον.*

[22] Ibid. 9, 30^a37 *τὸ μὲν A παντὶ τῷ B ὑπαρχέτω ἐξ ἀνάγκης, τὸ δὲ B τινὶ τῷ Γ ὑπαρχέτω μόνον· ἀνάγκη δὴ τὸ A τινὶ τῷ Γ ὑπάρχειν ἐξ ἀνάγκης.*

[23] Ibid. 15, 34^a17 *οὐ γὰρ ἔστιν οὐδὲν ἐξ ἀνάγκης ἑνός τινος ὄντος, ἀλλὰ δυοῖν ἐλαχίστοιν, οἷον ὅταν αἱ προτάσεις οὕτως ἔχωσιν ὡς ἐλέχθη κατὰ τὸν συλλογισμόν.*

[24] *An. post.* i. 3, 73^a7 *ἑνὸς μὲν οὖν κειμένου δέδεικται ὅτι οὐδέποτ ἀνάγκη τι εἶναι ἕτερον (λέγω δ' ἑνός, ὅτι οὔτε ὅρου ἑνὸς οὔτε θέσεως μιᾶς τεθείσης), ἐκ δύο δὲ θέσεων πρώτων καὶ ἐλαχίστων ἐνδέχεται.*

rio, el propio Aristóteles establece que 'Si algún *b* es un *a*, es necesario que algún *a* sea un *b*', extrayendo así una conclusión necesaria de una sola premisa[25].

He mostrado que la necesidad silogística puede ser reducida a cuantificadores universales[26]. Cuando decimos que en un silogismo válido la conclusión se sigue necesariamente de las premisas, queremos establecer que el silogismo es válido para alguna materia, esto es, para todos los valores de las variables que en él ocurren. Esta explicación, según he descubierto posteriormente, es corroborada por Alejandro, quien afirma que: 'combinaciones silogísticas son aquellas de las que se sigue necesariamente algo, y tales son aquellas en que, cualquiera que sea la materia, llega a ser lo mismo'[27]. La necesidad silogística reducida a cuantificadores universales puede ser eliminada de las leyes silogísticas, como se verá por la siguiente consideración.

El silogismo (*g*) traducido correctamente a símbolos tendría la forma:

(*h*) *LCKAbaAcbAca,*

lo que significa en palabras:

(*i*) *Es necesario que (si todo b es un a, y todo c es un b, entonces todo c debería ser un a).*

El signo de necesidad delante del silogismo muestra que no es la conclusión, sino la conexión entre las premisas y la conclusión lo que es necesario. Aristóteles habría asertado (*h*). La fórmula

(*j*) *CKAbaAcbLAca,*

que corresponde literalmente a la expresión verbal (*g*), es errónea. Aristóteles la habría recusado, puesto que recusó una fórmula con premisas más fuertes, a saber:

(*k*) *CKAbaLAcbLAca,*

esto es, *'Si todo b es un a y es necesario que todo c sea un b, es necesario que todo c sea un a'*[28].

Por la reducción de la necesidad a cuantificadores universales, la fórmula (*h*) puede ser transformada en la expresión:

(*l*) *ΠaΠbΠcCKAbaAcbAca,*

esto es, 'Para todo *a*, para todo *b*, para todo *c* (si todo *b* es un *a* y todo *c* es un *b*, entonces todo *c* es un *a*)'. Esta última expresión es equivalente al modo Barbara sin cuantificadores:

(*m*) *CKAbaAcbAca,*

ya que un cuantificador universal puede ser omitido cuando aparece a la cabeza de una fórmula asertada.

Las fórmulas (*h*) y (*m*) no son equivalentes. Es obvio que (*m*) puede deducirse de (*h*) y por el principio *CLpp*, pero la deducción inversa no es posible sin la reducción de la necesidad a cuantificadores universales. Ello, sin embargo, no puede ser

---

[25] *An. pr.* i. 2, 25[a]20 *εἰ γὰρ τὸ A τινὶ τῷ B, καὶ τὸ B τινὶ τῷ A ἀνάγκη ὑπάρχειν.*

[26] Véase §5.

[27] Alejandro 208.16 *ὐλλογιστικαὶ δὲ αἱ συζυγίαι αὗται αἱ ἐξ ἀνάγκης τι συνάγουσαι· τοιαῦται δέ, ἐν αἷς ἐπὶ πάσης ὕλης γίνεται τὸ αὐτό.*

[28] *An. pr.* i. 9, 30[a]23 *εἰ δὲ τὸ μὲν AB μὴ ἔστιν ἀναγκαῖον, τὸ δὲ BΓ ἀναγκαῖον, οὐκ ἔσται τὸ συμπέρασμα ἀναγκαῖον.*

efectuado en modo alguno, si las anteriores fórmulas son aplicadas a términos concretos. Póngase, por ejemplo, en (*h*) 'pájaro' por *b*, 'cuervo' por *a*, y 'animal' por *c;* obtenemos la proposición apodíctica:

(*n*) *Es necesario que (si todo pájaro es un cuervo y todo animal es un pájaro, entonces todo animal debe ser un cuervo).*

De (*n*) resulta el silogismo (*o*):

(*o*) *Si todo pájaro es un cuervo y todo animal es un pájaro, entonces todo animal es un cuervo,*

pero de (*o*) no podemos obtener (*n*) por la transformación de la necesidad en cuantificadores, porque (*n*) no contiene variables que pudieran ser cuantificadas.

Y aquí encontramos la primera dificultad. Es fácil comprender el significado de la necesidad cuando el funtor *L* está adosado al frente de una proposición asertórica que contiene variables libres. En este caso tenemos una ley general y podemos decir: consideramos esta ley como necesaria porque es verdadera de todos los objetos de un determinado género, y no admite excepción. ¿Pero cómo deberíamos interpretar la necesidad cuando tenemos una proposición necesaria sin variables libres y en particular, cuando esta proposición es una implicación que consta de antecedentes falsos y de consecuente falso, como en nuestro ejemplo (*n*)? Sólo veo una contestación razonable: podríamos decir que quien acepta las premisas de este silogismo está necesariamente compelido a aceptar su conclusión. Pero esta sería una clase de necesidad psicológica que es bien ajena a la lógica. Además es extremadamente dudoso que alguien aceptara como verdaderas proposiciones evidentemente falsas.

No conozco mejor remedio para eliminar esa dificultad que omitir siempre el funtor *L* cuando esté al frente de una implicación asertada. Este proceso fue adoptado ya por Aristóteles, que omite a veces el signo de necesidad en modos silogísticos válidos[29].

§42. ¿Implicación 'material' o 'estricta'?

De acuerdo con Filón de Megara la implicación 'Si *p*, entonces *q*', esto es, *Cpq*, es verdadera si y sólo si no empieza con un antecedente verdadero y finaliza con un consecuente falso[30]. Esta es la denominada implicación 'material' hoy día universalmente aceptada en el cálculo clásico de proposiciones. La implicación 'estricta': 'Es necesario que si *p*, entonces *q*', esto es, *LCpq*, es una implicación material necesaria y fue introducida en la lógica simbólica por C. I. Lewis. Por medio de su terminología el problema que estamos discutiendo puede ser establecido así: ¿Deberíamos interpretar el antecedente de las leyes aristotélicas de extensionalidad como implicación material, o como implicación estricta? En otras palabras, ¿deberíamos aceptar las fórmulas más fuertes 18 y 19 (llamo a esto la 'interpretación fuerte') o recusarlas, aceptando las fórmulas más débiles 43 y 44 (interpretación débil)?

---

[29] Véase pág. 20, nota 34.

[30] Véase pág. 74, nota 7.

Aristóteles no fue consciente, ciertamente, de la diferencia entre estas dos interpretaciones ni de su importancia para la lógica modal. No pudo conocer la definición de implicación material dada por Filón. Pero su comentarista Alejandro estaba más que familiarizado con la lógica de la escuela megarico-estoica y con las acaloradas controversias en torno al significado de la implicación entre los seguidores de esta escuela. Veamos, pues, sus comentarios relativos a nuestro problema.

Comentando el pasaje aristotélico 'Si (si α es, β tiene que ser), entonces (si α es posible, β tiene que ser posible)', Alejandro subraya el carácter de necesidad de las premisas 'Si α es, β tiene que ser'. Por consiguiente parece que aceptaría la interpretación más débil *CLCαβCMαMβ* y la *M*-ley de extensionalidad, más débil, *CLCpqCMpMq*. Pero lo que significa por implicación necesaria es diferente de la implicación estricta en el sentido de Lewis. Dice que en una implicación necesaria el consecuente debería siempre, esto es, en todo tiempo, seguirse del antecedente, de suerte que la proposición 'Si Alejandro es, es así y de tal edad' no sería una implicación ni aun en el caso de que Alejandro fuese de hecho de tal edad en el momento en que esta proposición fuese emitida[31]. Podemos decir que esta proposición no está expresada con exactitud y requiere la adición de una cualificación temporal para que sea siempre verdadera. Una implicación material verdadera ha de ser, sin duda, siempre verdadera, y si contiene variables, ha de ser verdadera para todos los valores de las variables. El comentario de Alejandro no es compatible con la interpretación fuerte; no arroja luz sobre nuestro problema. Algo más de luz se proyecta sobre él, si reemplazamos en la prueba que da Alejandro de la *M*-ley de extensionalidad, expuesta en §40, la implicación material *Cpq* por la implicación estricta *LCpq*. Transformando así la fórmula

31. *CMpCCpqNLNq*,

obtenemos:

45. *CMpCLCpqNLNq*.

De 31 podemos derivar fácilmente *CMpNLNp* por la sustitución de *q/p* obteniendo *CMpCCppNLNp* a partir de la cual, por conmutación y separación resulta nuestra proposición, pues *Cpp* es una implicación asertada. Sin embargo, no puede aplicarse el mismo procedimiento a 45. Obtenemos *CMpCLCppNLNp*, pero si deseamos separar *CMpNLNp*, hemos de asertar la implicación apodíctica *LCpp*. Y aquí encontramos la misma dificultad que se ha descrito en la sección precedente. ¿Cuál es el significado de *LCpp*? Esta expresión puede ser interpretada como una ley general que concierne a todas las proposiciones si la transformamos en Π*pCpp;* pero una transformación tal se torna imposible, si aplicamos *LCpp* a términos concretos, p. ej. a la proposición 'Dos y dos son cinco'. La implicación asertórica 'Si dos y dos son cinco, entonces dos y dos son cinco' es comprensible y verdadera, puesto que es una consecuencia de la ley de identidad *Cpp;* pero ¿cuál es el significado de la implicación apodíctica 'Es necesario que si dos y dos son cinco, entonces dos y dos deberían ser cinco'? Esta curiosa expresión es una ley general que concierne a todo número; puede ser a lo sumo una consecuencia de una ley apodíctica, pero no es ver-

---

[31] Alejandro 176.2 ἔστι δὲ ἀναγκαία ἀκοκουθία οὐχ ἡ πρόσκαιρος, ἀλλ' ἐν ᾗ ἀεὶ τὸ εἰλημμένον ἔπεσθαι ἔστι τῷ τὸ εἰλημμένον ὡς ἠγούμενον εἶναι. οὐ γαρ ἀληθὲς συνημμένον τὸ 'εἰ Ἀλέξανδρος ἔστιν, Ἀλέξανδρος διαλέγεται', ἢ 'εἰ Ἀλέξανδρος ἔστι, τοσῶνδε ἐτῶν ἔστι, καὶ <εἰ> εἴη, ὅτε λέγεται ἡ πρότασις, τοσούτων ἐτῶν.

dad que una consecuencia de una proposición apodíctica haya de ser también apodíctica. *Cpp* es una consecuencia de *LCpp* de acuerdo con *CLCppCpp*, una sustitución de *CLpp*, pero no es apodíctica.

Se sigue de lo anterior que es ciertamente más simple interpretar la prueba de Alejandro tomando la palabra συμβαίνει que ocurre en su texto, en el sentido de implicación material más bien que en el de implicación estricta. No obstante nuestro problema no está aún definitivamente resuelto. Volvamos, por tanto, a la otra clase de proposiciones asertadas apodícticas aceptadas por Aristóteles, es decir, a las conexiones necesarias de términos.

§43. Proposiciones analíticas

Aristóteles aserta la proposición: 'Es necesario que el hombre sea un animal'[32]. Aquí establece una conexión necesaria entre el sujeto 'hombre' y el predicado 'animal', esto es, una conexión necesaria entre términos. Aparentemente considera obvio que la proposición 'El hombre es un animal' o mejor 'Todo hombre es un animal' tenga que ser apodíctica, pues define a 'hombre' como 'animal', de modo que el predicado 'animal' está contenido en el sujeto 'hombre'. Las proposiciones en las que el predicado está contenido en el sujeto se denominan 'analíticas', y probablemente es acertado suponer que Aristóteles hubiera considerado como apodíctica toda proposición analítica basada en una definición, ya que dice en los *Segundos Analíticos* que los predicados esenciales pertenecen a las cosas necesariamente[33], y los predicados esenciales resultan de las definiciones.

Los ejemplos más conspicuos de proposiciones analíticas son aquellos en que el sujeto es idéntico al predicado. Si es necesario que todo hombre sea un animal, es, *a fortiori*, necesario que todo hombre sea un hombre. La ley de identidad 'Todo *a* es un *a*' es una proposición analítica, y consecuentemente apodíctica. Obtenemos así la fórmula:

(*p*) *LAaa*, esto es, *Es necesario que todo a sea un a.*

Aristóteles no establece la ley de identidad *Aaa* como principio de su lógica asertórica; hay sólo un pasaje, descubierto por Ivo Thomas, en donde, como de pasada, usa esta ley en una demostración[34]. No podemos esperar, por lo tanto, que haya conocido la tesis modal *LAaa*.

La ley aristotélica de identidad *Aaa* donde *A* significa 'todo-es' y *a* es un término universal variable, es diferente del principio de identidad *Jxx* donde *J* significa 'es idéntico a' y *x* es un término individual variable. El último principio pertenece a la teoría de la identidad que puede establecerse sobre los siguientes axiomas:

(*q*) *Jxx*, esto es, *x es idéntico a x*,

(*r*) *CJxyCφxφy*, esto es, *Si x es idéntico a y, entonces si x satisface a φ, y satisface a φ*,

---

[32] *An. pr.* i. 9, 30[a]30 ζῷον μὲν γὰρ ὁ ἄνθρωπος ἐξ ἀνάγκης ἐστί.

[33] *An. post.* i. 6, 74[b]6 τὰ δὲ καθ' αὐτὰ ὑπάρχοντα ἀναγκαῖα τοῖς πράγμασιν.

[34] Ivo Thomas, O. P., "Farrago Logica", *Dominican Studies*, vol. iv (1951), pág. 71. El pasaje dice (*An. pr.* ii. 22, 68[a]10) κατηγορεῖται δὲ τὸ *B* καὶ αὐτὸ αὑτοῦ.

donde ϕ es una variable de funtor constitutivo de proposiciones de un argumento individual. Ahora bien, si toda proposición analítica es necesaria, también lo es por tanto (q), y obtenemos el principio apodíctico:

(s) *LJxx*, esto es, *Es necesario que x sea idéntico a x.*

Ha sido observado por W. V. Quine que el principio (s), si es asertado, conduce a difíciles consecuencias[35]. Pues si *LJxx* es asertado, podemos derivar (t) de (r) por la sustitución $\phi/LJx'-Ljx$ funciona aquí como un funtor constitutivo-de-proposición de un argumento:

(t) *CJxyCLJxxLJxy*,

y por conmutación

(u) *CLJxxCJxyLJxy*,

de lo que se sigue la proposición:

(v) *CJxyLJxy*.

Lo cual significa que cualesquiera dos individuos son idénticos necesariamente si son idénticos en absoluto.

La relación de igualdad es usualmente tratada por los matemáticos como identidad y está a la base de los axiomas (q) y (r). Podemos, por lo tanto, interpretar J como igualdad, x e y como números individuales y decir que la igualdad vale necesariamente si es que en absoluto vale.

La fórmula (v) es obviamente falsa. Quine da un ejemplo para mostrar su falsedad. Denote x el número de los planetas e y el número 9. Es una verdad fáctica que el número de los planetas (mayores) es igual a 9, pero no es necesario que sea igual a 9. Quine pretende salir al paso de esta dificultad levantando objeciones a la sustitución de variables por tales términos singulares. En mi opinión, sin embargo, sus objeciones carecen de fundamento.

Existe otra consecuencia embarazosa de la fórmula (v) no mencionada por Quine. De (v) se obtiene por la definición de L y la ley de trasposición, la consecuencia:

(w) *CMNJxyNJxy*.

Que significa: 'Si es posible que x no sea igual a y, entonces x no es (actualmente) igual a y'. La falsedad de este consecuente puede ser observada en el siguiente ejemplo: Supongamos que un número x ha sido arrojado por un dado. Es posible que el número y inmediatamente después arrojado por el dado sea diferente de x. Pero si es posible que x sea diferente de y, esto es, no igual a y, entonces, de acuerdo con (w), x será actualmente diferente de y. Esta consecuencia es obviamente errónea, ya que es posible arrojar el mismo número dos veces.

Hay, en mi opinión, sólo un camino para resolver las dificultades anteriores: no debemos conceder que la fórmula *LJxx* sea asertada, esto es, que el principio de identidad *Jxx* sea necesario. Como *Jxx* es una proposición analítica típica, y como no hay razón para tratar este principio con un procedimiento diferente de otras proposiciones analíticas, nos vemos compelidos a asumir que ninguna proposición analítica es necesaria.

---

[35] W. V. Quine, 'Three Grades of Modal Involvement', *Proceedings of the XI International Congress of Philosophy*, vol. xiv, Bruselas (1953). Soy el único responsable de la siguiente argumentación.

Antes de ocuparnos de este importante tópico, tratemos de llevar a su fin nuestra investigación sobre los conceptos aristotélicos de modalidad.

§44. Una paradoja aristotélica

Existe un principio de necesidad establecido por Aristóteles que es muy controvertido. En el *De Interpretatione* dice Aristóteles que 'todo existente es necesario cuando existe y todo inexistente es imposible cuando no existe'. Esto no significa, añade, que todo lo que exista sea necesario y todo lo que no exista sea imposible: pues no es lo mismo decir que todo existente es necesario cuando existe que decir que es simplemente necesario[36]. Conviene advertirse que el temporal 'cuando' (ὅταν) es usado en este pasaje en lugar del condicional 'si'. Una tesis similar es sostenida más adelante por Teofrasto, quien al definir las clases de cosas que no son necesarias, dice que la tercera clase (no sabemos cuales son las dos primeras) es 'el existente, porque cuando existe, es entonces imposible que no exista'[37]. De nuevo encontramos aquí las partículas temporales 'cuando' (ὅτε) y 'entonces' (τότε). Sin duda un principio análogo discurre por la lógica medieval y los especialistas podrían descubrirlo allí. Hay una formulación citada por Leibniz en su *Theodicee* que reza así: *Unumquodque, quando est, oportet esse*[38]. Adviértase de nuevo en esta sentencia el temporal *quando*.

¿Qué significa este principio? En mi opinión, es ambiguo. Su primer sentido parece ser semejante a la necesidad silogística, la cual no es una conexión necesaria de términos, sino de proposiciones. Comentando la distinción aristotélica entre necesidad simple y condicional[39], Alejandro dice que el propio Aristóteles tuvo conciencia de tal distinción, que fue explícitamente formulada por sus amigos (esto es, por Teofrasto y Eudemo), y cita como ulterior argumento el pasaje de *De Interpretatione* anteriormente reseñado. Es consciente de que este pasaje es formulado por Aristóteles en conexión con proposiciones singulares acerca de eventos futuros y denomina a la necesidad involucrada 'necesidad hipotética' (*ἀναγκαῖον ἐξ ὑποθέσεως*)[40].

Esta necesidad hipotética no es diferente de la necesidad condicional, excepto en que no es aplicada a silogismos, sino a proposiciones singulares acerca de eventos. Tales proposiciones contienen siempre una cualificación temporal. Pero si incluimos esta cualificación en el contenido de la proposición, podemos reemplazar la partícula temporal por la condicional. Así, por ejemplo, en lugar de decir indeterminadamente: 'Es necesario que una batalla naval sea, cuando es', podemos decir: 'Es ne-

---

[36] *De int.* 9. 19[a]23 *τὸ μὲν οὖν εἶναι τὸ ὄν, ὅταν ᾖ, καὶ τὸ μὴ εἶναι, ὅταν μὴ ᾖ, ἀνάγκη. οὐ μὴν οὔτε τὸ ὂν ἅπαν ἀνάγκη εἶναι οὔτε τὸ μὴ ὂν μὴ εἶναι. Οὐ γὰρ ταὐτόν ἐστι τὸ ὂν ἅπαν εἶναι ἐξ ἀνάγκης ὅτε ἔστι, καὶ τὸ ἁπλῶς εἶναι ἐξ ἀνάγκης.*

[37] Alejandro 156.29 *ὁ γοῦν Θεόφραστος ἐν τῷ πρώτῳ τῶν Προτέρων ἀναλυτικῶν λέγων περὶ τῶν ὑπὸ τοῦ ἀναγκαίου σημαινομένων οὕτως γράφει· 'τρίτον τὸ ὑπάρχον· ὅτε γὰρ ὑπάρχει, τότε οὐχ οἷόν τε μὴ ὑπάρχειν.'*

[38] *Philosophiische Schriften*, ed. Gerhardt, vol. vi, pág. 131.

[39] Véase pág. 120, nota 21.

[40] Alejandro 114.1 *ἅμα δὲ καὶ τὴν τοῦ ἀναγκαίου διαίρεσιν ὅτι καὶ αὐτὸς οἶδεν, ἣν οἱ ἑταῖροι αὐτοῦ πεποίηνται, δεδήλωκε διὰ τῆς προσθήκης* (scil. *τούτων ὄντων*), *ἣν φθάσας ἤδη καὶ ἐν τῷ Περὶ ἑρμηνείας δέδειχεν· ἐν οἷς περὶ τῆς εἰς τὸν μέλλοντα χρόνον λεγομένης ἀντιφάσεως περὶ τῶν καθ' ἕκαστον εἰρημένων λέγει· 'τὸ μὲν οὖν εἶναι τὸ ὄν, ὅταν ᾖ, καὶ τὸ μὴ ὂν μὴ εἶναι, ὅταν μὴ ᾖ, ἀνάγκη'. τὸ γὰρ ἐξ ὑποθέσεως ἀναγκαῖον τοιοῦτόν ἐστι.*

cesario que una batalla naval sea mañana, si será mañana'. Teniendo presente que la necesidad hipotética es una conexión necesaria de proposiciones, podemos interpretar esta última implicación como equivalente a la proposición: 'Es necesario que si una batalla naval ha de ser mañana, sea mañana', lo cual es una sustitución de la fórmula *LCpp*.

El principio de necesidad que estamos discutiendo no conduciría a ninguna controversia, si tuviera sólo el significado explicado antes. Pero puede tener aún otro significado: podemos interpretar la necesidad en él involucrada como una conexión necesaria no de proposiciones, sino de términos. Parece ser que Aristóteles tiene presente este otro significado cuando expone el argumento determinista de que todos los eventos futuros son necesarios. A este respecto merece nuestra atención una afirmación aducida por él. Leemos en el *De Interpretatione:* 'Si es verdad decir que alguna cosa es blanca o no blanca, es necesario que sea blanca o no blanca'[41]. Parece que aquí se establece una conexión necesaria entre 'cosa' como sujeto y 'blanca' como predicado. Utilizando una variable proposicional en lugar de la sentencia 'Alguna cosa es blanca' obtenemos la fórmula: 'Si es verdad que *p*, es necesario que *p*'. Yo no sé si Aristóteles habría aceptado o no esta fórmula, pero en cualquier caso es interesante sacar de ella algunas consecuencias.

En lógica bivalente cualquier proposición es o verdadera o falsa. Por lo tanto la expresión 'Es verdad que *p*' es equivalente a '*p*'. Aplicando esta equivalencia a nuestro caso, vemos que la fórmula 'Si es verdadero que *p*, es necesario que *p*' sería equivalente a esta expresión más simple: 'Si *p*, es necesario que *p*', lo que se traduce en símbolos: *CpLp*. Sabemos, sin embargo, que esta fórmula ha sido recusada por Alejandro, y ciertamente por el propio Aristóteles. Ha de ser recusada, porque la lógica modal proposicional colapsaría si fuese asertada. Cualquier proposición asertórica *p* sería equivalente a su correspondiente apodíctica *Lp*, por cuanto que ambas fórmulas, *CLpp* y *CpLp*, serían válidas, y podría probarse que cualquier proposición asertórica *p* sería asimismo equivalente a su correspondiente problemática *Mp*. Bajo estas condiciones será inútil construir una lógica modal proposicional.

Pero es posible expresar en forma simbólica la idea implicada por la fórmula 'Si es verdad que *p*, es necesario que *p*': necesitamos sólo reemplazar las palabras 'Es verdad que *p*' por la expresión 'α es asertada'. Estas dos expresiones no significan lo mismo. Podemos someter a consideración no sólo proposiciones verdaderas, sino también proposiciones falsas sin incurrir en error. Pero sería un error asertar una proposición que no fuese verdadera. Por consiguiente no es suficiente decir '*p* es verdadera' si deseamos impartir la idea de que *p* es realmente verdadera; *p* puede ser falsa, y '*p* es verdadera' será con ello falsa. Lo que precisamos decir es 'α es asertada' cambiando '*p*' por 'α' ya que '*p*', que es una variable susceptible de ser sustituida, no puede ser asertada, mientras que 'α' puede ser interpretada como una proposición verdadera. Podemos establecer ahora, no ciertamente un teorema, sino una regla:

$(x)\ \alpha \rightarrow L\alpha$.

En palabras: 'α, por consiguiente es necesario que α'. La flecha significa 'por consiguiente', y la fórmula (x) es una regla de inferencia válida sólo cuando α es asertada.

---

[41] *De int.* 9, 18[a]39 εἰ γὰρ ἀληθὲς εἰπεῖν ὅτι λευκὸν ἢ ὅτι οὐ λευκόν ἐστιν, ἀνάγκη εἶναι λευκὸν ἢ οὐ λευκόν.

da. Una regla tal, restringida a proposiciones 'tautológicas' es aceptada por algunos lógicos modernos[42].

De la regla (x) y el principio asertado de identidad *Jxx* se sigue la fórmula apodíctica asertada *LJxx* lo cual lleva, como hemos visto, a consecuencias embarazosas. La regla parece ser dudosa, aun cuando esté restringida a teoremas lógicos, o a proposiciones analíticas. Sin esta restricción la regla (x) daría lugar, como resulta del ejemplo dado por Aristóteles, a aserciones apodícticas de verdades meramente factuales. Un resultado que es contrario a la intuición. Por tal razón este principio aristotélico merece plenamente el nombre de una paradoja.

§45. Contingencia en Aristóteles

He mencionado ya que el término aristotélico *ἐνδεχόμενον* es ambiguo. En el *De Interpretatione*, y a veces en los *Primeros Analíticos*, significa lo mismo que *δυνατόν*, pero otras veces tiene otro sentido más complicado que, siguiendo a Sir David Ross, traduciré por 'contingente'[43]. El mérito de haber señalado esta ambigüedad se debe a A. Becker[44].

La definición que da Aristóteles de contingencia reza así: 'Por "contingencia" yo significo aquello que no es necesario y cuya supuesta existencia no implica nada imposible'[45]. Podemos ver al punto que la definición que da Alejandro de posibilidad resulta de la definición aristotélica de contingencia por omisión de las palabras 'lo que no es necesario'. Si añadimos, por tanto, los símbolos de estas palabras a nuestra fórmula 28 y denotamos al nuevo funtor por '*T*' obtenemos la siguiente definición:

46. *QTpKNLp*Π*qCCpqNLNq*.

Esta definición puede ser abreviada, pues Π*qCCpqNLNq* es equivalente a *NLNp*. La implicación:

39. *CNLNp*Π*qCCpqNLNq*

ha sido ya probada; la implicación conversa

47. *C*Π*qCCpqNLNqNLNp*

resulta fácilmente de la tesis *C*Π*qCCpqNLNqCCpqNLNq* por la sustitución *q/p*, conmutación, *Cpp*, y separación. Poniendo en 46 la expresión más simple *NLNp* por Π*qCCpqNLNq* obtenemos:

48. *QTpKNLpNLNp*.

Que significa en palabras: 'Es contingente que p –si y sólo si– no es necesario que p y no es necesario que no p'. Como la frase 'no es necesario que no p' significa lo mismo que 'no imposible que p' podemos, hablando en términos menos exactos,

---

[42] Véase p. ej.: G. H. von Wright, *An Essay in Modal Logic*, Amsterdam (1951), páginas 14-15.

[43] W. D. Ross, loc. cit., página 296.

[44] Véase A. Becker, *Die Aristotelische Theorie der Möglichkeitsschlüsse*, Berlín (1933). Añado con Sir David Ross (loc. cit., prefacio) que el libro de Becker es 'muy agudo' pero no estoy de acuerdo con la conclusión de Becker.

[45] *An. pr. i.* 13, 32ª18 λέγω δ' ἐνδέχεσθαι καὶ τὸ ἐνδεχόμενον, οὐ μὴ ὄντος ἀναγκαίου, τεθέντος δ' ὑπάρχειν, οὐδέν ἔσται διὰ τοῦτ' ἀδύνατον.

decir que: 'Algo es contingente si y sólo si no es necesario y no es imposible'. Alejandro dice brevemente: 'Lo contingente no es ni necesario ni imposible'[46].

Obtenemos otra definición de *Tp* si transformamos *NLNp* de acuerdo con nuestra definición 1 en *Mp* y *NLp* en *MNp:*

49. *QTpKMNpMp* o 50. *QTpKMpMNp.*

La fórmula 50 se lee: 'Es contingente que *p* –si y sólo si– es posible que *p* y es posible que no *p*'. Esto define la contingencia como 'posibilidad ambivalente', es decir, como una posibilidad qe puede ciertamente ser el caso, pero que puede también no ser el caso. Veremos que las consecuencias de esta definición, junto con otra de las aserciones de Aristóteles acerca de la contingencia, dan lugar a una nueva y mayor dificultad.

En una famosa discusión en torno a eventos contingentes futuros, Aristóteles trata de defender el punto de vista indeterminista. Asume que las cosas que no son siempre en acto tienen la misma posibilidad de ser o no ser. Por ejemplo, este vestido puede ser cortado en piezas y de igual modo puede no ser cortado[47]. Similarmente una batalla naval puede acaecer mañana, e igualmente puede no acaecer. Dice que 'De dos proposiciones contradictorias acerca de tales cosas una tiene que ser verdadera y la otra falsa, pero no ésta lo uno o aquella lo otro, sino a la que pueda acaecer (el ser realizada), una de ellas puede ser más verdadera que la otra, pero ninguna de ellas es aún verdadera ni aún falsa'[48].

Estos argumentos, aunque expresados de modo no muy claro, y no totalmente acabados de elaborar, contienen una importante y muy fructífera idea. Tomemos el ejemplo de la batalla naval, y supongamos que nada hay decidido hoy acerca de este combate. Yo entiendo que no hay nada que sea real hoy y que pudiera ser causa de que mañana haya una batalla naval, ni hay tampoco algo que pudiera ser causa de que mañana no la haya. Por tanto, si la verdad se apoya en la conformidad del pensamiento con la realidad, la proposición 'La batalla naval acaecerá mañana' no es aún ni verdadera ni falsa. En este sentido es como entiendo las palabras 'Ni verdadero ni falso aún' en Aristóteles. Pero esto puede conducir a la conclusión de que hoy no es ni necesario ni imposible el hecho de que mañana haya una batalla naval; en otras palabras, que las proposiciones 'Es posible que mañana haya una batalla naval' y 'Es posible que mañana no haya una batalla naval' son hoy ambas verdaderas y este evento futuro es contingente.

De lo anterior se sigue que, de acuerdo con Aristóteles, existen proposiciones contingentes verdaderas, es decir, que la fórmula *Tp* y su equivalente *KMpMNp* son verdaderas para algunos valores de *p,* por ejemplo α. Si α significa, por ejemplo, 'Mañana habrá un combate naval' ambas, $M\alpha$ y $MN\alpha$, serían aceptadas por Aristóteles como verdaderas, por lo que pudo haber asertado la conjunción:

(A) $KM\alpha MN\alpha$.

---

[46] Alejandro 158.20 *οὔτε γὰρ ἀναγκαῖον οὔτε ἀδύνατον τὸ ἐνδεχόμενον.*

[47] *De int.* 9, 19[a]9 *ἔστιν ἐν τοῖς μὴ ἀεὶ ἐνεργοῦσι τὸ δυνατὸν εἶναι καὶ μὴ ὁμοίως... 12 οἷον ὅτι τουτὶ τὸ ἱμάτιον δυνατὸν ἐστι διατμηθῆναι, ... ὁμοίως δὲ καὶ τὸ μὴ διατμηθῆναι δυνατόν.*

[48] Ibid. 19[a]36 *τούτων γὰρ* (i. e. *ἐπὶ τοῖς μὴ ἀεὶ οὖσιν ἢ μὴ ἀεὶ μὴ οὖσιν*) *ἀνάγκη μὲν θάτερον μόριον τῆς ἀντιφάσεως ἀληθὲς εἶναι ἢ ψεῦδος, οὐ μέντοι τόδε ἢ τόδε ἀλλ' ὁπότερ' ἔτυχε, καὶ μᾶλλον μὲν ἀληθῆ τὴν ἑτέραν, οὐ μέντοι ἤδη ἀληθῆ ἢ ψευδῆ.*

Sin embargo, existe en el cálculo clásico de proposiciones ampliado por el funtor variable δ, la siguiente tesis debida a la prototética de Leśniewski:

51. $C\delta pC\delta Np\delta q$.

En palabras: 'Si δ de p, entonces si δ de no p, δ de q', o dicho en términos más usuales: 'Si algo es verdadero de una proposición p, y asimismo verdadero de la negación de p, es verdadero de una proposición arbitraria q'. La tesis 51 es equivalente a

52. $CK\delta p\delta Np\delta q$

sobre la base de las leyes de importación y exportación $CCpCqrCKpqr$ y $CCKpqrCpCqr$. de (A) y 52 obtenemos la consecuencia:

52. $\delta/M, p/\alpha, q/p \times C$(A)-(B)

(B) Mp.

Así, si hay una proposición contingente que aceptemos como verdadera, estamos obligados a admitir de una proposición cualquiera que es posible. Pero esto causaría un colapso de la lógica modal; Mp ha de ser recusada, y consecuentemente $KM\alpha MN\alpha$ no puede ser asertada.

Hemos llegado al final de nuestro análisis de la lógica modal proposicional de Aristóteles. Este análisis nos ha conducido a dos dificultades de importancia. La primera está conectada con la aceptación, por parte de Aristóteles, de proposiciones apodícticas verdaderas, la segunda con su aceptación de proposiciones contingentes verdaderas. Ambas dificultades reaparecerán en la silogística modal de Aristóteles, la primera en su teoría de los silogismos con una premisa asertórica y otra apodíctica, la segunda en su teoría de los silogismos contingentes. Si queremos hacer frente a estas dificultades y dar una explicación de ellas, como también poder apreciar su silogística modal, tenemos que empezar estableciendo un sistema de lógica modal seguro y consecuente.

CAPITULO VII

SISTEMA DE LOGICA MODAL

§46. El método de matrices

Para una plena comprensión del sistema de lógica modal expuesto en este capítulo es necesario estar familiarizado con el método de matrices. Este método puede aplicarse a todo sistema lógico en el que intervengan funciones de verdad, esto es, funciones cuyos valores de verdad dependán sólo de los valores de verdad de sus argumentos. El cálculo clásico de proposiciones es un sistema bivalente, es decir, supone dos valores veritativos, 'verdad' denotada aquí por 1, y 'falsedad' denotada por 0. De acuerdo con Filón de Megara una implicación es verdadera, a menos que empiece con una verdad y termine con una falsedad. Esto significa en símbolos que $C11 = C01 = C00 = 1$, y sólo $C10 = 0$. Obviamente la negación de una proposición verdadera es falsa, esto es, $N1 = 0$, y la negación de una falsa, verdadera, esto es, $N0 = 1$. Es usual presentar estas igualdades simbólicas por medio de las denominadas 'tablas de verdad' o 'matrices'. La matriz bivalente M1 de C y N puede describirse como sigue: Los valores de verdad de C están dispuestos en filas y columnas formando un cuadro, y separadas por una línea del margen derecho y de la parte superior. Los valores de verdad del primer argumento se ponen a la izquierda, los del segundo en la parte superior, y los valores de verdad de C pueden ser hallados en el rectángulo donde se intersecan las líneas que podemos imaginar trazadas desde los valores de verdad de los márgenes del cuadrado. La matriz de N es fácilmente comprensible.

		q	
	C	10	N
p	1	10	0
	0	11	1

M1

Por medio de esta matriz cualquier expresión del cálculo clásico de proposiciones, esto es, del cálculo *C-N-p*, puede ser verificada mecánicamente, es decir, probada cuando es asertada, y refutada cuando es recusada. Basta para este propósito poner los valores 1 y 0 en todas las combinaciones posibles de las variables, y si toda combinación reducida de acuerdo con las igualdades establecidas en la matriz, da 1 como resultado final, la expresión queda probada, y si no, queda refutada. Por ejemplo, *CCpqCNpNq* es refutada por M1, ya que cuando $p = 0$ y $q = 1$, tenemos: $CC01CN0N1 = C1C10 = C10 = 0$. Por contraste, *CpCNpq*, uno de los axiomas de nuestro sistema *C-N-p*[1], es probado por M1, puesto que tenemos:

[1] Véase página 72.

para $p = 1, q = 1$: $C1CN11 = C1C01 = C11 = 1$,
„ $p = 1, q = 0$: $C1CN10 = C1C00 = C11 = 1$,
„ $p = 0, q = 1$: $C0CN01 = C0C11 = C01 = 1$,
„ $p = 0, q = 0$: $C0CN00 = C0C10 = C00 = 1$.

Por el mismo procedimiento podemos verificar los otros dos axiomas del sistema *C-N-p*, *CCpqCCqrCpr* y *CCNppp*. Como M1 está construida de modo tal que la propiedad de dar siempre 1 es hereditaria con respecto a las reglas de sustitución y separación para expresiones asertadas, todas las fórmulas asertadas del sistema *C-N-p* pueden ser probadas por la matriz M1. Y como, análogamente, la propiedad de que no siempre se dé 1 es hereditaria con respecto a las reglas de inferencia para expresiones recusadas, todas las fórmulas recusadas del sistema *C-N-p* pueden ser refutadas por M1, si p es axiomáticamente recusada. Una matriz que verifique todas las fórmulas de un sistema, esto es, que pruebe las asertadas, y refute las recusadas, se denomina 'adecuada' para el sistema. M1 es una matriz adecuada del cálculo clásico de proposiciones.

M1 no es la única matriz adecuada del sistema *C-N-p*. Obtenemos otra matriz adecuada, M3, por la 'multiplicación' de M1 por sí misma. El proceso de obtención de M3 puede describirse como sigue:

Primero, formamos pares ordenados de los valores 1 y 0, a saber: (1, 1), (1, 0), (0,1), (0,0); éstos son los elementos de la nueva matriz. Segundo, determinamos el valor de verdad de C y N por las igualdades:

(γ) $C(a, b)(c, d) = (Cac, Cbd)$,
(z) $N(a, b) = (Na, Nb)$.

Entonces construimos la matriz M2 de acuerdo con estas igualdades; y finalmente transformamos M2 en M3 por las abreviaturas:

$(1, 1) = 1, (1, 0) = 2, (0, 1) = 3,$ y $(0, 0) = 0.$

C	(1, 1)	(1, 0)	(0, 1)	(0, 0)	N
(1, 1)	(1, 1)	(1, 0)	(0, 1)	(0, 0)	(0, 0)
(1, 0)	(1, 1)	(1, 1)	(0, 1)	(0, 1)	(0, 1)
(0, 1)	(1, 1)	(1, 0)	(1, 1)	(1, 0)	(1, 0)
(0, 0)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)

M2

C	1	2	3	0	N
1	1	2	3	0	0
2	1	1	3	3	3
3	1	2	1	2	2
0	1	1	1	1	1

M3

El símbolo 1 en M3 denota de nuevo verdad, y 0 falsedad. Los sucesivos símbolos 2 y 3 pueden interpretarse como otros signos de verdad y falsedad. Ello puede verse identificando uno de ellos, no importa cual, con 1, y el otro con 0. Consideremos

C	1	1	0	0	N
1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1

M4

C	1	0	1	0	N
1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1

M5

M4, donde 2 = 1 y 3 = 0. La segunda fila de M4 es idéntica a la primera y la cuarta a la tercera; análogamente la segunda columna de M4 es idéntica a la primera y la

cuarta a la tercera. Cancelando las columnas y filas intermedias superfluas, obtenemos M1. Por el mismo procedimiento obtenemos M1 de M5 donde $2 = 0$ y $3 = 1$.

M3 es una matriz tetravalente. Multiplicando M3 por M1 obtendremos una matriz de ocho valores, tras la posterior multiplicación por M1, de una matriz de dieciséis valores, y en general una matriz de $2n$-valores. Todas estas matrices son adecuadas al sistema *C-N-p*, y continúan siendo adecuadas si ampliamos el sistema mediante la introducción de funtores variables.

§47. El sistema-*C-N-δ-p*

Ya hemos encontrado dos tesis con un funtor variable δ: el principio de extensionalidad $CQpqC\delta p\delta q$ y la tesis $C\delta pC\delta Np\delta q$. Como la última tesis es un axioma de nuestro sistema de lógica modal, es necesario explicar pormenorizadamente el sistema *C-N-p* ampliado por δ, al que denominaré, siguiendo a C. A. Meredith, el sistema *C-N-δ-p*. Esto es tanto más necesario, por cuanto que los sistemas con δ son casi desconocidos incluso por los lógicos.

La introducción de funtores variables en la lógica proposicional se debe al lógico polaco Leśniewski. Una modificación de su regla de sustitución para funtores variables, me permitió obtener pruebas simples y elegantes[2]. En primer lugar, hay que explicar esta regla.

Denoto por δ un funtor variable de un argumento proposicional, y acepto que δP sea una expresión significativa supuesto que P sea una expresión significativa. Veamos cuál es el sentido de la expresión significativa más simple con un funtor variable, es decir, δp.

Una variable es una letra sola considerada respecto de un rango de valores que pueden sustituirla. Sustituir significa en la práctica escribir en lugar de la variable uno de sus valores, el mismo valor para cada ocurrencia de la misma variable. En el sistema *C-N-p* el rango de valores de una variable proposicional, tal como p o q, consta de todas las expresiones proposicionales significativas en el sistema; además, pueden ser introducidas dos constantes, 1 y 0, es decir, una proposición constante verdadera y otra falsa. ¿Cuál es el rango de valores de la variable funtorial δ?

Es obvio que podemos sustituir δ por cualquier valor que dé junto con p una expresión significativa de nuestro sistema. Tales son no sólo funtores constantes de un argumento proposicional como p. ej. N, sino también expresiones completas que actúan como funtores de un argumento como Cq o $CCNpp$. Por la sustitución δ/Cq obtenemos de δp la expresión Cqp y por $\delta/CCNpp$ la expresión $CCNppp$. Es evidente, sin embargo, que esta clase de sustitución no cubre todos los casos posibles. No podemos obtener por este procedimiento Cpq o $CpCNpq$ de δp, puesto que p no puede ser removido de su posición final por ninguna sustitución de δ. No obstante no cabe duda de que las dos últimas expresiones son tan buenas sustituciones de δp, como Cqp o $CCNppp$, ya que δp, tal como yo lo entiendo, representa toda expresión significativa que contenga a p, incluyendo p y δp.

Yo logré superar estas dificultades por el siguiente recurso, que explicaré previamente mediante ejemplos. Para obtener Cpq de δp por una sustitución de δ, escribo $\delta/C'q$, y realizo la sustitución omitiendo δ y llenando el hueco en blanco señalado

---

[2] Véase Jan Łukasiewicz, 'On variable Functors of Propositional Arguments', *Proceedings of Royal Irish Academy*, Dublín (1951), 54 A 2.

por un apóstrofo con el argumento de δ, es decir, con *p*. Por el mismo procedimiento obtengo de *δp* la expresión *CpCNpq* mediante la sustitución *δ/C'CN'q*. Si ocurre más de una δ en una expresión, como en *CδpCδNpδq* y quiero efectuar en esta expresión la sustitución *δ/C'r*, he de omitir en toda ocurrencia las δ y escribir en su lugar *C'r* llenando los espacios blancos con los respectivos argumentos de δ. Obtengo así de *δp–Cpr*, de *δNp–CNpr*, de *δq–Cqr* y de toda la expresión *–CCprCCNprCqr*. De la expresión *CδpCδNpδq* se sigue por la sustitución *δ/C''* la fórmula *CCppCCNpNpCqq*. La sustitución δ/' significa que δ debería ser omitida; por esta sustitución obtenemos por ejemplo de *CδpCδNpδq* el principio de Duns Escoto *CpCNpq*. La sustitución δ/δ' es la sustitución 'idéntica' y no produce cambio alguno. En términos generales, obtenemos de una expresión que contenga una o más δ una nueva expresión por una sustitución de δ, escribiendo en lugar de δ una expresión significativa con, al menos, un espacio blanco y llenando los espacios blancos con los respectivos argumentos de las δ. Esta no es una nueva regla de sustitución sino meramente una descripción de cómo debería efectuarse la sustitución de un funtor variable.

El sistema *C-N-δ-p* puede ser construido sobre la base del único axioma asertado ya conocido por nosotros:

51. *CδpCδNpδq*,

al que debiera añadirse la expresión *p* axiomáticamente recusada con vistas a la obtención de todas las expresiones recusadas. C. A. Meredith ha mostrado (en un artículo no publicado) que toda fórmula asertada del sistema *C-N-p* puede ser deducida del axioma 51[3]. Las reglas de inferencia son las usuales de separación y las de sustitución para variables proposicionales y funtoriales. Para dar un ejemplo de cómo operan estas reglas deduciré del axioma 51 la ley de identidad *Cpp*. Compárese esta deducción con la prueba de *Cpp* en el sistema *C-N-p*[4].

51. *δ/', q/p* × 53
53. *CpCNpp*
51. *δ/CpCNp', q/Np* × *C*53-54
54. *CCpCNpNpCpCNpNp*
51. *δ/', q/Np* × 55
55. *CpCNpNp*
55. *p/CpCNpNp* × *C*55-56
56. *CNCpCNpNpNCpCNpNp*
51. *δ/C'', p/CpCNpNp, q/p* × *C*54-*C*56-57
57. *Cpp*.

Quisiera subrayar que el sistema basado en el axioma 51 es mucho más rico que el sistema *C-N-p*. Entre las consecuencias asertadas que contienen δ hay leyes lógicas tales como *CCpqCCqpCδpδq*, *CδCpqCδpδq*, *CδCpqCpδq*, todas muy importan-

---

[3] C. A. Meredith ha probado en su trabajo 'On an Extended System of the Propositional Calculus', *Proceeding of Royal Irish Academy*, Dublín (1951), 54 A 3, que el cálculo *–C-O-δ-p*, esto es, el cálculo con *C* y *O* como términos primitivos y con variables funtoriales y proposicionales, puede ser construido completamente a partir del axioma *CδδOδp*. Su método para probar la completud se puede aplicar al sistema *C-N-δ-p* con *CδpCδNpδq* como axioma. En mi trabajo sobre lógica modal citado en pág. 112, nota 2, deduzco del axioma 51 los tres axiomas asertados del sistema *C-N-p*, esto es, *CCpqCCqrCpr*, *CCNppp*, *CpCNpq*, y algunas tesis importantes en las que aparece δ, entre otras el principio de extensionalidad.

[4] Véase página 73.

tes, pero desconocidas de casi todos los lógicos. La primera ley, por ejemplo, es el principio de extensionalidad, que equivale a $CQpqC\delta p\delta q$, la segunda puede ser tomada como el solo axioma del llamado sistema 'implicacional', la tercera como un axioma de la llamada lógica 'positiva'. Todas estas leyes son verificables por el método de matrices de acuerdo con una regla que se da más abajo.

En lógica bivalente existen cuatro y sólo cuatro funtores diferentes de un argumento denotados por *V, S, N, F,* (véase la matriz M6).

p	V	S	N	F
1	1	1	0	0
0	1	0	1	0

M6

Para la verificación de δ-expresiones es suficiente la siguiente regla práctica, debida en sustancia a Leśniewski: escríbase por δ sucesivamente los funtores *V, S, N* y *F,* suprímase después *S,* transfórmese $V\alpha$ en *Cpp,* y $F\alpha$ en *NCpp.* Si se obtiene en todos los casos una fórmula *C-N* verdadera, la expresión podrá ser asertada; de otro modo, debe ser recusada. Ejemplo: $C\delta CpqC\delta p\delta q$ ha de ser asertada porque tenemos:

$CSCpqCSpSq = CCpqCpq,$ $CNCpqCNpNq,$
$CVCpqCVpVq = CCppCCppCpp,$ $CFCpqCFpFq = CNCppCNCppNCpp.$

$CCpqC\delta p\delta q$ ha de ser recusada, pues $CCpqCNpNq$ no es una fórmula *C–N* verdadera. Vemos así que todas las expresiones del sistema *C-N*-δ-*p* son fácilmente probadas, o refutadas por el método de matrices.

§48. δ-Definiciones

El funtor δ puede ser empleado con éxito para expresar definiciones. Los autores de los *Principia Mathematica* expresan definiciones mediante un símbolo especial consistente en el signo de igualdad '=' que conecta el *definiens* con el *definiendum,* y las letras 'Df' puestas a continuación de la definición. De acuerdo con este método, la definición de la alternancia rezaría así:

$CNpq = Hpq$ Df,

donde $CNpq$ ('si no *p*, entonces *q*') es el *definiens,* y Hpq ('o *p* o *q*') el *definiendum*[5]. El simbolo '=. Df' es asociado a una regla especial de inferencia que permite el reemplazamiento del *definiens* por el *definiendum* y viceversa. Tal es la ventaja de este tipo de definición: el resultado es inmediatamente dado. Pero tiene el defecto de incrementar el número de símbolos primitivos como también el de las reglas de inferencia, que debería ser lo más reducido posible.

Leśniewski escribiría la misma definición como una equivalencia, de modo que no introduce en su sistema ningún término primitivo para expresar definiciones, porque justo para este propósito él eligió la equivalencia como término primitivo de su lógica de proposiciones ampliada por variables funtoriales y cuantificadores y llamada por él 'prototética'. Tal es la ventaja de su punto de vista. Pero, por otra

[5] Usualmente denoto la alternancia por *A*, pero esta letra ha recibido ya otro sentido en mi silogística.

parte, no puede reemplazar inmediatamente el *definiens* por el *definiendum* o a la inversa, porque la equivalencia tiene sus propias reglas para permitir tales reemplazos.

En nuestro sistema *C-N-δ-p* la equivalencia no es un término primitivo; por lo tanto debe ser definida, pero no se la puede definir mediante una equivalencia sin incurrir en círculos. Veremos sin embargo, que es posible expresar la definición mediante *C* y δ por un procedimiento que preserva las ventajas de ambos puntos de vista sin que posea sus defectos.

El propósito de una definición es introducir un nuevo término que por lo general es una abreviatura de alguna expresión compleja que conste de términos ya conocidos por nosotros. Ambas partes de la definición, el *definiens* y el *definiendum* deben cumplir ciertas condiciones para dar lugar a una definición bien formada. Las cuatro condiciones siguientes son necesarias y suficientes para la definición de funciones nuevas introducidas en nuestro sistema: (*a*) El *definiens* así como el *definiendum* deberán ser expresiones proposicionales. (*b*) El *definiens* constará de términos primitivos o de términos ya definidos por ellos. (*c*) El *definiendum* contendrá el nuevo término introducido por la definición. (*d*) Cualquier variable libre que ocurra en el *definiens* deberá ocurrir en el *definiendum*, y viceversa. Se ve fácilmente que, por ejemplo, *CNpq* como *definiens* y *Hpq* como *definiendum* cumplen con las cuatro condiciones anteriores.

Denotemos ahora por *P* y *R* dos expresiones que cumplen las condiciones (*a*)-(*d*), de tal modo que una de ellas, no importa cuál, pueda ser tomada como el *definiens*, y la otra como el *definiendum*. Se supone que ninguna de ellas contiene δ. Yo digo que la expresión asertada *CδPδR* representa una definición. Por ejemplo:

58. *CδCNpqδHpq*

representa la definición de alternancia. De acuerdo con 58 cualquier expresión que contenga *CNpq* puede transformarse inmediatamente en otra expresión en que *CNpq* sea reemplazada por *Hpq*. Como ejemplo podemos tomar el principio de Duns Escoto:

59. *CpCNpq*,

del que podemos obtener la ley *CpHpq*, es decir, en palabras: 'si *p*, entonces *p* o *q*', por la siguiente deducción:

58. δ/*Cp'*× *C*59-60
60. *CpHpq*.

Si queremos aplicar nuestra definición al principio de Clavius:

61. *CCNppp*,

hemos de poner primero *p* por *q* en 58 obteniendo así:

58. *q*/*p* × 62
62. *CδCNppδHpp*
62. δ/*C'p* × *C*61-63
63. *CHppp*.

(La fórmula 63 establece que: 'Si *p* o *p*, entonces *p*', y es una de las 'proposiciones primitivas' o axiomas aceptados por los autores de los *Principia Mathematica*. Dichos autores llaman justamente a este axioma el 'principio de tautología', pues establece que decir lo mismo (*ταὐτὸ λέγειν*) dos veces, '*p* o *p*' es decir simplemente

'*p*'. El principio de Duns Escoto, por ejemplo, no es una tautología en ningún sentido que sea razonable.)

La implicación conversa de 58 *CδHpqδCNpq*, que nos permite reemplazar *Hpq* por *CNpq* es dada juntamente con la primera. Podemos, ciertamente, probar, usando sólo las reglas de sustitución y separación, el siguiente teorema general:

(C) Si *P* y *R* son expresiones significativas cualesquiera que no contienen δ y *CδPδR* es asertada, entonces *CδRδP* ha de ser también asertada.

La prueba:

(D) *CδPδR*
(D) δ/*Cδ'δP* × (E)
(E) *CCδPδPCδRδP*
(D) δ/*CCδPδ'CδRδP* × (F)
(F) *CCCδPδPCδRδPCCδPδRCδRδP*
(F) × *C*(E)–*C*(D)-(G)
(G) *CδRδP*.

Si, por lo tanto, *P* y *R* no contienen δ, y una de ellas puede ser interpretada como *definiens* y la otra como *definiendum*, entonces es claro que cualquier expresión asertada de la forma *CδPδR* representa una definición, por cuanto que *P* puede ser siempre reemplazada por *R* y *R* por *P*, y tal es justamente la propiedad característica de una definición.

§49. El sistema tetravalente de lógica modal

Todo sistema de lógica modal debe incluir como parte propia a la lógica modal básica, es decir, debe tener entre sus tesis tanto los *M*-axiomas *CpMp*, **CMpp* y **Mp* como los *L*-axiomas *CLpp*, **CpLp* y **NLp*. Se ve fácilmente que tanto *M* como *L* son diferentes de cualquiera de los funtores *V*, *S*, *N* y *F* del cálculo bivalente. *M* no puede ser *V*, pues *Mp* es recusada –mientras que *Vp* = *Cpp* es asertada; no puede ser *S*, pues *CMpp* es recusada –mientras que *CSpp* = *Cpp* es asertada; no puede ser ni *N* ni *F*, pues *CpMp* es asertada –mientras que *CpNp* y *CpFp* = = *CpNCpp* son recusadas. Lo mismo es cierto de *L*. Los funtores *M* y *L* no tienen interpretación en lógica bivalente. Por tanto, cuaquier sistema de lógica modal ha de ser polivalente.

Hay aún otra idea que conduce a la misma consecuencia. Si aceptamos con Aristóteles que algunos eventos futuros, p. ej. una batalla naval, son contingentes, entonces una proposición acerca de tales eventos enunciada hoy no puede ser ni verdadera ni falsa, y por lo tanto ha de tener un tercer valor de verdad diferente de 1 y 0. Sobre la base de esta idea y con la ayuda del método de matrices con el que empecé a familiarizarme por conducto de Peirce y Schröder, construí en 1920 un sistema trivalente de lógica modal, desarrollado posteriormente en un artículo de 1930[6]. Hoy veo que este sistema no satisface todas nuestras intuiciones concernientes a las modalidades y debe ser reemplazado por el que se describe a continuación.

---

[6] Jan Łukasiewicz, 'O logice trójwartościowej', *Ruch Filozoficzny*, vol. v, Lwów (1920). Jan Łukasiewicz, 'Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls', *Comptes Rendus des Séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, vol. xxiii, cl. 3 (1930).

Soy de la opinión que en cualquier lógica modal el cálculo clásico de proposiciones, debería ser preservado. Este cálculo ha manifestado hasta el presente solidez y utilidad y no debería ser dejado a un lado sin razones de peso. Afortunadamente el cálculo clásico de proposiciones no sólo tiene una matriz bivalente, sino también matrices polivalentes adecuadas. Intenté aplicar a la lógica modal la matriz polivalente más sencilla adecuada al sistema *C-N-δ-p*, es decir, la matriz tetravalente, y obtuve con éxito el resultado deseado.

Como hemos visto en § 46, la matriz M2, cuyos elementos son pares de valores 1 y 0, se sigue para *N* de la igualdad:

(*z*) *N*(*a*, *b*) = (*Na*, *Nb*).

La expresión '(*Na*, *Nb*)' es un caso particular de la forma general (*εa*, *ζb*) donde *ε* y *ζ* tienen como valores los funtores *V*, *S*, *N* y *F* del cálculo bivalente. Como cada uno de los cuatro valores de *ε* puede ser combinado con cada uno de los cuatro valores de *ζ*, obtenemos 16 combinaciones, que definen 16 funtores de un argumento del cálculo tetravalente. Entre ellos hallé dos funtores cada uno de los cuales puede representar a *M*. Definiré aquí uno de esos dos funtores, y discutiré más adelante el otro.

(α) *M* (*a*, *b*) = (*Sa*, *Vb*) = (*a*, *Cbb*).

Sobre la base de (α) obtuve la matriz M7 para *M*, que transformé en la matriz M8 por las mismas abreviaturas que en § 46, a saber: (1,1) = 1, (1, 0) = 2, (0, 1) = 3, y (0, 0) = 0.

p	*M*
(1, 1)	(1, 1)
(1, 0)	(1, 1)
(0, 1)	(0, 1)
(0, 0)	(0, 1)

M7

p	*M*
1	1
2	1
3	3
0	3

M8

Habiendo obtenido tal matriz de *M*, escogí *C*, *N* y *M* como términos primitivos, y basé mi sistema de lógica modal en los siguientes cuatro axiomas:

51. *CδpCδNpδq* 4. *CpMp* *5. *CMpp* *7. *Mp*.

Las reglas de inferencia son las de sustitución y separación para expresiones asertadas y recusadas.

Lp es introducida por una δ-definición:

64. *CδNMNpδLp*.

Esto significa: '*NMNp*' debe ser reemplazada por '*Lp*'; y a la inversa, '*Lp*' por '*NMNp*'.

El mismo sistema de lógica modal puede ser establecido usando *C*, *N* y *L* como términos primitivos con los axiomas:

51. *CδpCδNpδq* 3. *CLpp* *6. *CpLp* *8. *NLp*,

y la δ-definición de *M*:

65. *CδNLNpδMp*.

M9 representa la matriz adecuada completa del sistema:

C	1	2	3	0	*N*	*M*	*L*
1	1	2	3	0	0	1	2
2	1	1	3	3	3	1	2
3	1	2	1	2	2	3	0
0	1	1	1	1	1	3	0

M9

Espero que tras las anteriores explicaciones, el lector estará en condiciones de verificar mediante estas matrices cualquier fórmula que pertenezca al sistema, es decir de probar fórmulas asertadas y refutar las recusadas.

Puede probarse que el sistema es completo en el sentido de que toda expresión significativa que le pertenezca es decidible, siendo o bien asertada o bien recusada. También es consistente, o sea, no contradictorio, en el sentido de que ninguna expresión significativa sea a la vez asertada y recusada. El conjunto de axiomas es independiente.

Desearía subrayar que los axiomas del sistema son perfectamente evidentes. El axioma con δ tiene que ser reconocido por todos los lógicos que acepten el cálculo clásico de proposiciones; los axiomas con *M* han de ser asimismo aceptados como verdaderos; las reglas de inferencia son también evidentes. Todas las consecuencias correctamente derivadas del sistema han de ser admitidas por todo el que acepte los axiomas y las reglas de inferencia. No se mantiene ninguna objeción seria contra este sistema. Veremos que este sistema refuta toda inferencia falsa extraída en conexión con la lógica modal, resuelve las dificultades de la silogística modal aristotélica, y revela algunos hechos lógicos inesperados que son de la mayor importancia para la filosofía.

§ 50. La necesidad y el sistema tetravalente de lógica modal

Al final del capítulo VI dos dificultades de importancia se plantearon: la primera estaba conectada con la aceptación por parte de Aristóteles, de proposiciones apodícticas asertadas, la segunda con su aceptación de proposiciones contingentes asertadas. Resolvamos la primera dificultad.

Si toda proposición analítica es considerada como necesariamente verdadera, entonces la proposición analítica más típica, el principio de identidad *Jxx*, ha de ser también considerada como necesariamente verdadera. Esto conduce, como hemos visto, a la consecuencia falsa de que dos individuos cualesquiera son necesariamente idénticos, si son, en absoluto, idénticos.

Esta consecuencia no puede ser derivada de nuestro sistema de lógica modal, pues se puede probar que en este sistema ninguna proposición apodíctica es verdadera. Como esta prueba está basada en la ley de extensionalidad *CCpqCLpLq*, hemos de mostrar primero que esta ley se sigue de nuestro sistema.

Una consecuencia del axioma 51 dice así:

66. $C\delta CpqC\delta p\delta q$.

De 66 se sigue por la sustitución δ/M' la fórmula:

67. *CMCpqCMpMq*,

y de 67 obtenemos por *CCpqMCpq*, una sustitución del axioma 4, y por el silogismo hipotético la *M*-ley más fuerte de extensionalidad:

19. *CCpqCMpMq.*

La *L*-ley más fuerte de extensionalidad *CCpqCLpLq* se deduce de 19 por trasposición. El problema que quedó sin decidir en §42, acerca de cuál de las interpretaciones de las leyes aristotélicas de extensionalidad, la más fuerte o la más débil, debería ser admitida, es así resuelto en favor de la interpretación más fuerte. La prueba de que ninguna proposición apodíctica es verdadera será dada ahora con toda precisión.

Las premisas:

*6. *CpLp*
18. *CCpqCLpLq*
33. *CCpCqrCqCpr*
68. *CCCpqrCqr.*

La deducción:

68. *r/CLpLq* × *C*18-69
69. *CqCLpLq*
33. *p/q, q/Lp, r/Lq* × *C*69-70
70. *CLpCqLq*
70. *p/α, q/p* × *C**71-*6
*71. *Lα.*

La variable griega α requiere una explicación. El consecuente de 70, *CqLq*, que significa lo mismo que la expresión recusada *CpLp*, permite, de acuerdo con nuestras reglas, la recusación del antecedente *Lp*, y cualquier sustitución de *Lp*. Esto, sin embargo, no se puede expresar mediante **Lp*, pues de una expresión recusada nada se obtiene mediante sustitución; así, por ejemplo, *Mp* es recusada, pero *MCpp* —una sustitución de *Mp*— es asertada. Para expresar que el antecedente de 70 es recusado para cualquier argumento de *L*, empleo letras griegas a las que llamo 'variables de interpretación' por oposición a las 'variables de sustitución', denotadas por letras latinas. Como a la proposición α puede dársele cualquier interpretación, **L*α representa una ley general y significa que una expresión que comienza con *L*, esto es, cualquier proposición apodíctica, debería ser recusada.

Este resultado, **L*α, es confirmado por la matriz de *L*, que está construida con las matrices de *N* y *M* de acuerdo con la definición de *L*. Cualquiera puede reconocer tras una ojeada a M9 que *L* tiene sólo 2 y 0 como valores de verdad, pero nunca 1.

El problema de las consecuencias falsas que resultan de la aplicación de la lógica modal a la teoría de la identidad es fácilmente resuelto ahora. Como *LJxx* no puede ser asertada, pues es una proposición apodíctica, no es posible derivar por separación de las premisas:

(*t*) *CJxyCLJxxLJxy* o *CLJxxCJxyLJxy*

la consecuencia: (*v*) *CJxyLJxy*. Puede probarse mediante matrices que realmente (*t*) ha de ser asertada, dando siempre 1, pero (*v*) debería ser recusada. Puesto que el principio de identidad *Jxx* es verdadero, i. e. *Jxx* = 1, obtenemos *LJxx* = 2, y *CJxyCLJxxLJxy* = *CJxyC2LJxy*. *Jxy* puede tener uno de los cuatro valores 1, 2, 3, ó 0:

Si $Jxy = 1$, entonces $CJxyC2LJxy = C1C2L1 = C1C22 = C11 = 1$,
„ $Jxy = 2$, „ $CJxyC2LJxy = C2C2L2 = C2C22 = C21 = 1$,
„ $Jxy = 3$, „ $CJxyC2LJxy = C3C2L3 = C3C20 = C33 = 1$,
„ $Jxy = 0$, „ $CJxyC2LJxy = C0C2L0 = C0C20 = C03 = 1$.

Por tanto (*t*) queda probado, ya que el resultado final de su reducción matricial es siempre 1. Por el contrario, (*v*) es refutada, puesto que tenemos para $Jxy = 1$: $CJxyLJxy = C1L1 = C12 = 2$.

Un ameno e instructivo ejemplo de la anterior dificultad ha sido aducido por W. W. Quine que pregunta dónde está la incorrección en la siguiente inferencia[7]:

(*a*) El Lucero de la Mañana es necesariamente idéntico al Lucero de la Mañana;
(*b*) Pero el Lucero de la Tarde no es necesariamente idéntico al Lucero de la Mañana (siendo meramente idéntico a él de hecho);
(*c*) Pero uno y el mismo objeto no puede tener propiedades contradictorias (no puede ser ambas cosas, ser A y no ser A);
(*d*) Por consiguiente el Lucero de la Mañana y el Lucero de la Tarde son objetos diferentes.

Dado mi sistema, la solución de esta dificultad es muy simple. La inferencia es incorrecta, porque las premisas (*a*) y (*b*) no son verdaderas y no pueden ser aseradas, por lo que la conclusión (*d*) no puede ser inferida de (*a*) y (*b*) a pesar del hecho de que la implicación $C(a)C(b)(d)$ es correcta (la tercera premisa puede omitirse siendo verdadera). La anterior implicación puede probarse por el siguiente método:

Denote *x* el Lucero de la Mañana e *y* el Lucero de la Tarde; entonces (*a*) es $LJxx$, (*b*) es $NLJyx$ que es equivalente a $NLJxy$, puesto que la identidad es una relación simétrica, y (*d*) es $NJxy$. Obtenemos así la fórmula $CLJxxCNLJxyNJxy$, que es una transformación correcta de la tesis verdadera (*t*).

El ejemplo dado por Quine puede ahora ser verificado por nuestra matriz tetravalente así: si '*x*' e '*y*' tienen el mismo significado que antes, entonces $Jxx = Jxy = 1$; por tanto $LJxx = LJxy = L1 = 2$, $NLJxy = N2 = 3$ y $NJxy = N1 = 0$, así que tenemos de acuerdo con $CLJxxCNLJxyNJxy$: $C2C30 = C22 = 1$. La implicación es verdadera, pero como ninguno de sus antecedentes es verdadero, la conclusión puede ser falsa.

Veremos en el próximo capítulo que una dificultad similar fue el fondo de una controversia entre Aristóteles y sus amigos Teofrasto y Eudemo. Las implicaciones filosóficas del importante descubrimiento de que *Ninguna proposición apodíctica es verdadera* serán establecidas en § 62.

§51. Posibilidades gemelas

Mencioné en § 49 que hay dos funtores, cada uno de los cuales puede representar la posibilidad. A uno de ellos lo denoté por *M* y lo definí por la equivalencia:

(α) $M(a, b) = (Sa, Vb) = (a, Cbb)$,

---

[7] Encontré este ejemplo en el trabajo mimeografiado *Logic Notes*, § 160, editado por el departamento de Filosofía del Canterbury University College (Christchurch, N. Z.), que me fue enviado por el profesor A. N. Prior.

y al otro lo definí por la equivalencia:

(β) $W(a, b) = (Va, Sb) = (Caa, b)$,

denotándolo por W, que parece una M invertida. De acuerdo con esta definición la matriz de W es M10, y puede abreviarse por M11. Aunque W es diferente de M verifica axiomas de la misma estructura que M, porque $CpWp$ se prueba por M11 como $CpMp$ por M8, y $*CWpp$ y $*Wp$ son refutados por M11, como $*CMpp$ y $*Mp$ lo son por M8. Podría haber denotado la matriz de W por M.

p	W
(1, 1)	(1, 1)
(1, 0)	(1, 0)
(0, 1)	(1, 1)
(0, 0)	(1, 0)

M10

p	W
1	1
2	2
3	1
0	2

M11

Además puede mostrarse que la diferencia entre M y W no es real, sino que resulta meramente de una diferente notación. Se recordará que construí M3 de M2 porque denoté el par de valores (1, 0) por 2 y (0, 1) por 3. Como esta notación fue completamente arbitraria, podría con igual derecho, denotar (1, 0) por 3 y (0, 1) por 2, o escoger cualesquiera otras figuras o signos. Intercambiemos entonces los valores 2 y 3 en M9, escribiendo siempre 3 por 2, y 2 por 3. Obtenemos de M9 la matriz M12, y reajustando las filas y las columas centrales de M12, la matriz M13.

C	1	2	3	0	N	M	L
1	1	2	3	0	0	1	2
2	1	1	3	3	3	1	2
3	1	2	1	2	2	3	0
0	1	1	1	1	1	3	0

M9

C	1	3	2	0	N	–	–
1	1	3	2	0	0	1	3
3	1	1	2	2	2	1	3
2	1	3	1	3	3	2	0
0	1	1	1	1	1	2	0

M12

=

C	1	2	3	0	N	–	–
1	1	2	3	0	0	1	3
2	1	1	3	3	3	2	0
3	1	2	1	2	2	1	3
0	1	1	1	1	1	2	0

M13

Si comparamos M9 con M13, observamos que las matrices para C y N quedan inalteradas, pero las matrices correspondientes a M y L se tornan diferentes, por lo que no puedo denotarlas por M y L. La matriz en M13 correspondiente a M en M9 es justo la matriz de W. No obstante M13 es la misma matriz que M9, solo que escrita en otra notación. W representa el mismo funtor que M y debe tener las mismas propiedades que M. Si M denota posibilidad, entonces W la denota también, y aquí no puede haber ninguna diferencia entre estas dos posibilidades.

A pesar de su identidad, M y W se comportan de modo diferente cuando ambas aparecen en la misma fórmula. Existen pares gemelos idénticos que no pueden distinguirse cuando aparecen separadamente, pero son reconocidos instantáneamente como dos, cuando se los ve juntos. Para percatarnos de ello consideremos las ex-

presiones *MWp, WMp, MMp,* y *WWp.* Si *M* es idéntica a *W,* entonces cada una de estas cuatro expresiones sería idéntica a las otras tres. Pero no son idénticas. Puede probarse por medio de nuestras matrices que las fórmulas siguientes son asertadas:

72. *MWp* y 73. *WMp,*

porque *Wp* tiene como sus valores de verdad 1 ó 2 solamente, y tanto M1 como M2 = 1; similarmente *Mp* tiene como valores de verdad sólo 1 ó 3, y *W*1 = 1 así como *W*3 = 1. Por otra parte puede probarse que las fórmulas:

74. *CMMpMp* y 75. *CWWpWp*

son asertadas, y como *Mp* y *Wp* son recusadas, *MMp* y *WWp* deben ser recusadas también, así que tenemos:

*76. *MMp* y *77. *WWp.*

Por lo tanto, no podemos reemplazar en 72 ó 73 *M* por *W* o *W* por *M,* porque obtendríamos una fórmula recusada de una asertada.

El curioso hecho lógico de las posibilidades gemelas (y de la necesidad gemela conectadas con ellas) que hasta ahora no ha sido observado por nadie, es otro importante descubrimiento que debo a mi sistema modal tetravalente. Es demasiado sutil y requiere un desarrollo demasiado grande de la lógica formal, para haber sido conocido por los lógicos antiguos. La existencia de estos pares gemelos dará razón de los errores y de las dificultades de Aristóteles en la teoría de los silogismos problemáticos, y justifica sus nociones intuitivas acerca de la contingencia.

§52. La contingencia y el sistema tetravalente de lógica modal

Sabemos ya que la segunda gran dificultad de la lógica modal de Aristóteles está conectada con su suposición de que algunas proposiciones contingentes eran verdaderas. Sobre la base de la tesis:

52. *CKδpδNpδq,*

que es una transformación de nuestro axioma 51, obtenemos las siguientes consecuencias:

52. $\delta/M, p/\alpha, q/p$ × 78
78. *CKMαMNαMp*
78. *C**79-*7
*79. *KMαMNα.*

Esto significa que 79 es recusada para cualquier proposición α, pues α es aquí una variable de interpretación. Consecuentemente no existe ningún α que pudiera verificar las dos proposiciones: 'Es posible que α' y 'Es posible que no α', esto es, no existe ninguna proposición contingente verdadera *Tα*, si *Tp* es definida, con Aristóteles, por la conjunción de *Mp* y *MNp,* o sea, por:

80. *CδKMpMNpδTp.*

Este resultado es confirmado por el método de matrices. Aceptando la definición usual de *Kpq:*

81. *CδNCpNqδKpq*

obtenemos para K la matriz M14, y tenemos:

K	1	2	3	0
1	1	2	3	0
2	2	2	0	0
3	3	0	3	0
0	0	0	0	0

M14

Para $p = 1$: $KMpMNp = KM1MN1 = K1M0 = K13 = 3$
„ $p = 2$: „ $= KM2MN2 = K1M3 = K13 = 3$
„ $p = 3$: „ $= KM3MN3 = K3M2 = K31 = 3$
„ $p = 0$: „ $= KM0MN0 = K3M1 = K31 = 3$

Vemos que la conjunción $KMpMNp$ tiene el valor constante 3, y por tanto nunca es verdadera. Por ende, $Tp = 3$, es decir, no existe ninguna proposición contingente verdadera en el sentido dado por la definición 80.

Sin embargo Aristóteles piensa que las proposiciones 'Es posible que mañana haya una batalla naval' y 'Es posible que mañana no haya una batalla naval' pueden ambas ser verdaderas hoy. Así, de acuerdo con esta idea de contingencia, puede haber proposiciones contingentes verdaderas.

Existen dos métodos para eludir la contradicción entre la consideración de Aristóteles y nuestro sistema de lógica modal: debemos o negar que cualquier proposición es a la vez contingente y verdadera, o modificar la definición aristotélica de contingencia. Elijo el segundo camino, haciendo uso de los tipos gemelos de posibilidad descubiertos anteriormente.

Arrojando una moneda nos puede salir o cara o cruz; en otras palabras, es posible que salga cara, y es posible que no salga cara. Nos inclinamos a considerar ambas proposiciones verdaderas. Pero no pueden ser ambas verdaderas, si el primer 'posible' es denotado por el mismo funtor que el segundo. La posibilidad primera es justamente la misma que la segunda, pero no se sigue de aquí que tengan que ser denotadas del mismo modo. La posibilidad de que salga cara es distinta de la posibilidad de que no salga cara. Podemos denotar la una por M y la otra por W. La proposición con el argumento afirmativo 'Es posible que p' puede ser traducida por Mp, la proposición con argumento negativo 'Es posible que no p' por WNp; o la primera por Wp y la segunda por MNp. Obtenemos así dos funtores de contingencia, por ejemplo X y Υ, definidos como sigue:

82. $C\delta KMpWNp\delta Xp$ y 83. $C\delta KWpMNp\delta\Upsilon p$.

Es imposible traducir estas definiciones a palabras, pues no tenemos ningún nombre para los dos tipos de posibilidad y contingencia. Llamémoslos 'M-posible' y 'W-posible', 'X-contingente' y 'Υ-contingente'. Podemos entonces decir aproximadamente que 'p es X-contingente' significa 'p es M-posible y Np es W-posible', y 'p es Υ-contingente' significa 'p es W-posible y Np es M-posible'.

De las definiciones 82 y 83 podemos derivar las matrices de X y Υ. Obtenemos:

Para $p = 1$: $X1 = KM1WN1 = K1W0 = K12 = 2$; $\Upsilon 1 = KW1MN1 = K1M0 = K13 = 3$.
Para $p = 2$: $X2 = KM2WN2 = K1W3 = K11 = 1$; $\Upsilon 2 = KW2MN2 = K2M3 = K23 = 0$.
Para $p = 3$: $X3 = KM3WN3 = K3W2 = K32 = 0$; $\Upsilon 3 = KW3MN3 = K1M2 = K11 = 1$.
Para $p = 0$: $X0 = KM0WN0 = K3W1 = K31 = 3$; $\Upsilon 0 = KW0MN0 = K2M1 = K21 = 2$.

p	X	Υ
1	2	3
2	1	0
3	0	1
0	3	2

M15

La matriz M15 muestra que Xp así como Υp resultan ser verdaderas para algún valor de p: Xp para $p = 2$, Υp para $p = 3$. Pero ha sido probado que $KMpMNp$ tiene el valor constante 3; similarmente puede demostrarse que $KWpWNp$ tiene el valor constante 2. Obtenemos así dos fórmulas asertadas:

84. $XKWpWNp$ y 85. $\Upsilon KMpMNp$.

Esto significa que existe en nuestro sistema una proposición X-contingente verdadera y una proposición Υ-contingente verdadera. Podemos acomodar la contingencia en el sentido aristotélico con nuestra lógica modal tetravalente.

Asimismo se sigue de M15 que la X-contingencia y la Υ-contingencia son gemelas. Si reemplazamos en M15 2 por 3, y 3 por 2, X se convierte en Υ y Υ en X. Sin embargo X es diferente de Υ y más diferente que M lo es de W, pues las proposiciones Xp y Υp son contradictorias. Puede verse fácilmente por M15 que las igualdades siguientes son válidas.

(γ) $Xp = \Upsilon Np = N\Upsilon p$ y (δ) $\Upsilon p = XNp = NXp$.

Las leyes de contradicción y tercio excluso son verdaderas para Xp y Υp, es decir, tenemos:

86. $NKXp\Upsilon p$ y 87. $HXp\Upsilon p$.

Lo que significa: ninguna proposición puede ser a la vez X-contingente y Υ-contingente, y toda proposición es o X-contingente o Υ-contingente. La negación de una proposición X-contingente es una proposición Υ-contingente, y conversamente la negación de una proposición Υ-contingente es una proposición X-contingente. Esto suena como paradoja, pues estamos acostumbrados a pensar que lo que no es contingente es o imposible o necesario, relacionando lo imposible y lo necesario con el mismo tipo de posibilidad. Pero no es correcto decir que, lo que no es X-contingente es o M-imposible o M-necesario; sería mejor decir que lo que no es X-contingente es o M-imposible o W-necesario, y que ser o M-imposible o W-necesario es equivalente a ser Υ-contingente.

El mismo malentendido subyace a la base de la controversia acerca de la tesis:

88. $CKMpMqMKpq$

que es asertada en nuestro sistema. C. I. Lewis en algunos de sus sistemas modales acepta la fórmula:

89. $CMKpqKMpMq$,

pero recusa su conversa, esto es, 88, mediante el siguiente argumento[8]: 'Si es posible que p y q sean ambas verdaderas, entonces p es posible y q es posible. Esta im-

[8] C. L. Lewis y C. H. Langford, *Symbolic Logic*, New York y Londres (1932), página 167.

plicación no es reversible. Por ejemplo: es posible que el lector vea esto inmediatamente. Es posible asimismo que no vea esto inmediatamente. Pero no es posible que lo vea inmediatamente y no lo vea inmediatamente'. La persuasividad de este argumento es ilusoria. ¿Qué se entiende por 'el lector'? Si se entiende un lector individual, por ejemplo *R*, entonces *R* o ve esto inmediatamente o *R* no ve esto inmediatamente. En el primer caso la primera premisa 'Es posible que *R* vea esto inmediatamente es verdadera, pero la segunda premisa es falsa y ¿cómo puede una proposición falsa ser posiblemente verdadera? En el segundo caso la segunda premisa es verdadera, pero la primera es falsa, y una proposición falsa no puede ser posiblemente verdadera. Las dos premisas de la fórmula 88 no son ambas probables y la fórmula no puede ser refutada de este modo.

Si, por otra parte, por 'el lector' se entiende algún lector, entonces las premisas 'Es posible que algún lector vea esto inmediatamente' y 'Es posible que algún lector no vea esto inmediatamente', pueden ser ambas verdaderas, pero en este caso la conclusión 'Es posible que algún lector vea esto inmediatamente y algún lector no vea esto inmediatamente' es obviamente también verdadera. Claro está que no es el mismo lector el que ve esto y no ve esto inmediatamente. El ejemplo dado por Lewis no refuta la fórmula 88; por el contrario apoya su corrección.

Parece, sin embargo, que este ejemplo no ha sido convenientemente elegido. Por la adición de la palabra 'enseguida' la premisa ha perdido el carácter de contingente. Diciendo que el lector verá esto o no 'enseguida', nos referimos a algo que está decidido en el momento de ver. La contingencia verdadera se refiere a eventos indecididos. Tomemos el ejemplo de la moneda que es del mismo estilo que el ejemplo de Aristóteles acerca de la batalla naval. Ambos ejemplos se refieren a eventos que están indecididos en el presente, pero serán decididos en el futuro. Por tanto las premisas 'Es posible que salga cara' y 'Es posible que no salga cara' pueden al presente ser ambas verdaderas, mientras que la conclusión 'Es posible que salga cara y es posible que no salga cara' nunca es verdadera. Sabemos, sin embargo, que la contingencia no puede ser definida por la conjunción de *Mp* y *MNp*, sino por *Mp* y *WNp* o por *Wp* y *MNp*, así que el ejemplo citado anteriormente no cae bajo la tesis 88. Por lo tanto no puede refutarla. Esto fue ignorado por Lewis y los demás lógicos que, por causa de una concepción errónea de la contingencia, han recusado la tesis discutida.

§53. Algunos problemas ulteriores

Aunque los axiomas y las reglas de inferencia de nuestro sistema tetravalente de lógica modal son perfectamente evidentes, algunas consecuencias del sistema pueden parecer paradójicas. Ya hemos encontrado la paradójica tesis de que la negación de una proposición contingente es asimismo contingente; como otra tesis de esta índole puedo citar la ley de 'doble contingencia', de acuerdo con la cual son verdaderas las siguientes fórmulas:

90. $QpXXp$ y 91. $Qp\Upsilon\Upsilon p$.

El problema estriba en hallar alguna interpretación de estas fórmulas que sea intuitivamente satisfactoria y que explique su aparente incongruencia. Cuando el cálculo clásico de proposiciones apenas estaba recién descubierto, hubo también una acalorada oposición a algunos de sus principios, principalmente a *CpCqp* y *CpCNpq*,

que encarnan dos leyes lógicas conocidas por los lógicos medievales y formuladas por ellos con las palabras: *Verum sequitur ad quodlibet* y *Ad falsum sequitur quodlibet.* Por lo que yo sé, estos principios son ahora aceptados universalmente.

De cualquier modo nuestro sistema modal no se encuentra en peor situación a este respecto que otros sistemas de lógica modal. Algunos de ellos contienen fórmulas no intuitivas tales como:

*92. $QMNMpNMp$

donde una proposición problemática 'Es posible que p sea imposible' es equivalente a una proposición apodíctica 'Es imposible que p'. En lugar de esta irregular fórmula que ha de ser recusada, tenemos en nuestro sistema la tesis:

93. $QMNMpMNp$ que junto con
94. $QMMpMp$

nos capacita para reducir toda combinación de funtores modales que conste de M y N a cuatro combinaciones irreducibles conocidas por Aristóteles, a saber: M = posible, NM = imposible, MN = no-necesario y NMN = necesario.

El segundo problema concierne a la extensión de la lógica modal tetravalente a sistemas superiores. El sistema octovalente puede servir de ejemplo. Obtenemos la matriz M16 de este sistema por la multiplicación de la matriz M9 por la matriz M1. Como elementos de la nueva matriz formamos los pares de valores: (1, 1) = = 1, (1, 0) = 2, (2, 1) = 3, (2, 0) = 4, (3, 1) = 5, (3, 0) = 6, (0, 1) = 7, (0, 0) = 0, y entonces determinamos los valores veritativos de C, N y M de acuerdo con las igualdades (ν), (z), y (α).

C	1	2	3	4	5	6	7	0	N	M
1	1	2	3	4	5	6	7	0	0	1
2	1	1	3	3	5	5	7	7	7	1
3	1	2	1	2	5	6	5	6	6	3
4	1	1	1	1	5	5	5	5	5	3
5	1	2	3	4	1	2	3	4	4	5
6	1	1	3	3	1	1	3	3	3	5
7	1	2	1	2	1	2	1	2	2	7
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	7

M16

El símbolo 1 denota, como usualmente, verdad; 0 falsedad; y los otros símbolos son valores intermedios entre verdad y falsedad. Si consideramos atentamente la matriz M16, encontraremos que la segunda fila de C es idéntica a la columna de M. Esta fila, consecuentemente, representa la matriz de posibilidad. Del mismo modo, todas las demás filas de C, excepto la primera y la última, representan algunos tipos de posibilidad. Si los denotamos por M_2 a M_7, podemos establecer que M_i para $2 \leqslant i \leqslant 7$ satisface todos los axiomas de posibilidad, a saber:

95. CpM_ip, *96. CM_ipp, *97. M_ip.

Entre estas diferentes clases de posibilidad hay algunas 'más fuertes' y otras 'más débiles' puesto que tenemos, por ejemplo CM_2pM_4p o CM_3pM_6p, pero no a la inversa. Podemos decir, por lo tanto, que en la lógica modal octovalente existen po-

sibilidades de diferentes grados. Siempre he pensado que sólo dos sistemas modales son de posible importancia filosófica y científica: el sistema modal más simple, en que la posibilidad es considerada como no teniendo grados en absoluto, el cual es nuestro sistema modal tetravalente, y el sistema $\aleph_0$-valente en que existen infinitamente muchos grados de posibilidad. Sería interesante investigar este problema más ampliamente, pues aquí podemos hallar un eslabón entre la lógica modal y la teoría de la probabilidad.

CAPITULO VIII

SILOGISTICA MODAL DE ARISTOTELES

La silogística modal de Aristóteles tiene, en mi opinión, menos importancia en comparación con su silogística asertórica o sus contribuciones a la lógica modal proposicional. Este sistema parece algo así como un ejercicio lógico que, a pesar de su aparente sutileza, está lleno de errores y descuidos y no tiene ninguna aplicación útil a los problemas científicos. No obstante hay dos cuestiones controvertidas de su silogística que son dignas de estudio, sobre todo por razones históricas: la cuestión de los silogismos con una premisa asertórica y una apodíctica y la cuestión de los silogismos con premisas contingentes.

§54. Modos con dos premisas apodícticas

Aristóteles trata los silogismos modales ajustándose al patrón de su silogística asertórica. Los silogismos son divididos en figuras y modos; algunos modos son considerados como perfectos y no requieren prueba alguna por ser autoevidentes, y los modos imperfectos son probados por conversión, *reductio ad absurdum* o por la denominada 'ecthesis'. Los modos inválidos son recusados por interpretación mediante términos concretos. Es extraño que, con una sola excepción, Aristóteles no hiciera ningún uso de sus teoremas de lógica modal proposicional. Veremos que hacer tal uso hubiera dado lugar, en ciertos casos, a pruebas mejores y más simples que las dadas por él.

Las leyes de conversión para proposiciones apodícticas son análogas a las de las asertóricas. Las siguientes tesis son, de acuerdo con ello, verdaderas: 'Si es necesario que ningún *b* sea un *a*, es necesario que ningún *a* sea un *b*'; en símbolos:

98. *CLEbaLEab*,

y 'Si es necesario que todo *b* o algún *b* sea un *a*, es necesario que algún *a* sea un *b*', en símbolos:

99. *CLAbaLIab* y 100. *CLIbaLIab*.[1]

Las pruebas dadas por Aristóteles no son satisfactorias[2]. No advirtió que las leyes 98-100 pueden ser deducidas inmediatamente de las leyes análogas de la silogística asertórica por medio del teorema:

18. *CCpqCLpLq*.

---

[1] *An. pr.* i. 3, 25[a]29 εἰ μὲν γὰρ ἀνάγκη τὸ *A* τῷ *B* μηδενὶ ὑπάρχειν, ἀνάγκη καὶ τὸ *B* τῷ *A* μηδενὶ ὑπάρχειν. –32 εἰ δὲ ἐξ ἀνάγκης τὸ *A* παντὶ ἢ τινὶ τῷ *B* ὑπάρχει, καὶ τὸ *B* τινὶ τῷ *A* ἀνάγκη ὑπάρχειν.

[2] Cfr. A. Becker, loc. cit., página 90.

Por ejemplo, de 18, poniendo *Eba* por *p* y *Eab* por *q*, obtenemos la ley asertórica de conversión en el antecedente, y por tanto podemos separar al consecuente, esto es, la ley 98.

Los silogismos con dos premisas apodícticas son, de acuerdo con Aristóteles, idénticos a los silogismos asertóricos, excepto en que el signo de necesidad ha de ser añadido a las premisas así como a la conclusión[3]. La fórmula para el modo Barbara sería de acuerdo con lo dicho:

101. *CKLAbaLAcbLAca.*

Aristóteles acepta tácitamente que los modos de la primera figura son perfectos y no necesitan ser probados. Los modos de las otras figuras, que son imperfectos, deberían ser probados de acuerdo con las pruebas de la silogística asertórica excepto Baroco y Bocardo, que son probados en la silogística asertórica por *reductio ad absurdum*, y aquí habría que probarlos por ecthesis[4]. De nuevo, para todas estas pruebas sería más fácil usar el teorema 18, como se observará en los siguientes ejemplos.

Por medio de las leyes de exportación e importación, *CCKpqrCpCqr* y *CCpCqrCKpqr* puede mostrarse que 15, el modo asertórico Barbara, es equivalente a la fórmula:

102. *CAbaCAcbAca.*

Esta forma puramente implicacional es más conveniente para derivar consecuencias que la forma conjuntiva. De acuerdo con la tesis 3 *CLpp* tenemos:

103. *CLAbaAba,*

y de 103 y 102 obtenemos por el silogismo hipotético:

104. *CLAbaCAcbAca.*

Por otra parte tenemos por sustitución de 18:

105. *CCAcbAcaCLAcbLAca,*

y de 104 y 105 se sigue la consecuencia:

106. *CLAbaCLAcbLAca,*

que es equivalente a 101. Todos los otros modos silogísticos con dos premisas apodícticas pueden ser probados por el mismo procedimiento sin nuevos axiomas, leyes de conversión, *reductio ad absurdum*, o argumentos por ecthesis.

§55. Modos con una premisa apodíctica y otra asertórica[5]

Los modos silogísticos de la primera figura con una premisa apodíctica y otra asertórica son tratados por Aristóteles de modo diferente según qué premisa, la mayor o la menor, sea apodíctica. Dice que cuando la mayor es apodíctica y la menor

---

[3] *An. pr.* i. 8, $29^{b}35$ ἐπὶ μὲν οὖν τῶν ἀναγκαίων σχεδὸν ὁμοίως ἔχει καὶ ἐκὶ τῶν ὑπαρχόντων· ὡσαύτως γὰρ τιθεμένων τῶν ὅρων ἔν τε τῷ ὑπάρχειν καὶ τῷ ἐξ ἀνάγκης ὑπάρχειν ἢ μὴ ὑπάρχειν ἔσται τε καὶ οὐκ ἔσται συλλογισμός, πλὴν διοίσει τῷ προσκεῖσθαι τοῖς ὅροις τὸ ἐξ ἀνάγκης ὑπάρχειν ἢ μὴ ὑπάρχειν.

[4] Ibid. $30^{a}3$-14.

[5] Crf. J. Łukasiewicz, 'On a Controversial Problem of Aristotle's Modal Syllogistic' *Dominican Studies*, vol. vii (1954), páginas 114-28.

asertórica obtenemos una conclusión apodíctica, pero cuando la premisa menor es apodíctica y la mayor asertórica podemos obtener solamente una conclusión asertórica[6]. Esta diferencia será puesta en claro por los ejemplos siguientes del modo Barbara. Aristóteles aserta el silogismo: 'Si es necesario que todo *b* sea un *a*, entonces si todo *c* es un *b*, es necesario que todo *c* sea un *a*'. Sin embargo él recusa el silogismo: 'Si todo *b* es un *a*, entonces si es necesario que todo *c* sea un *b*, es necesario que todo *c* sea un *a*'. En símbolos:

(ϵ) *CLAbaCAcbLAca* es asertada,
(ζ) *CAbaCLAcbLAca* es recusada.

Aristóteles considera el silogismo (ϵ) como autoevidente. El dice: 'Puesto que todo *b* necesariamente es un *a* o no es un *a*, y *c* es uno de los *b*, es evidente (*φανερόν*) que *c* también necesariamente será un *a* o no será un *a*'[7]. Por razones que serán expuestas más tarde es difícil explicar esto mediante ejemplos. Pero el siguiente símil quizá consiga hacer el silogismo (ϵ) más aceptable a la intuición. Imaginemos que la expresión *LAba* significa: 'Todo *b* está conectado por un alambre con un *a*'. Por tanto es evidente que también todo *c* (puesto que cada *c* es un *b*) está conectado por un alambre con *a*, esto es, *LAca*. Porque todo aquello que de algún modo sea verdadero de todo *b*, es asimismo verdadero en el mismo sentido de todo *c*, si todo *c* es un *b*. La evidencia de la última proposición está fuera de toda duda.

Sabemos, sin embargo, por Alejandro que la evidencia del silogismo (ϵ) que Aristóteles asertó, no era lo bastante convincente para aquellos de sus partidarios que fueron discípulos de Teofrasto y Eudemo[8]. En oposición a Aristóteles, ellos defendieron la doctrina de que si una premisa es asertórica la conclusión ha de serlo también, al igual que si una premisa es negativa la conclusión ha de ser negativa y si una premisa es particular la conclusión debe ser particular, de acuerdo con una regla general formulada más tarde por los escolásticos: *Peiorem sequitur semper conclusio partem.*

Este argumento puede ser fácilmente refutado. El silogismo (ϵ) es deductivamente equivalente al modo problemático Bocardo de la tercera figura: 'Si es posible que algún *c* no sea un *a*, entonces si cada *c* es un *b*, es posible que algún *b* no sea un *a*'. En símbolos:

(η) *CMOcaCAcbMOba.*

El silogismo (η) es tan evidente como (ϵ). Su evidencia puede ilustrarse mediante ejemplos. Supóngase que una caja contiene boletos numerados del 1 al 90, y signifique *c* 'número extraído de la caja', *b* 'número par extraído de la caja' y *a* 'número divisible por 3'. Supongamos que en cierta ocasión han sido extraídos de la caja

---

[6] *An. pr.* i. 9, 30^{a}15-25 *συμβαίνει δέ ποτε καὶ τῆς ἑτέρας προτάσεως ἀναγκαίας οὔσης ἀναγκαῖον γίνεσθαι τὸν συλλογισμόν, πλὴν οὐχ ὁποτέρας ἔτυχεν, ἀλλὰ τῆς πρὸς τὸ μεῖζον ἄκρον, οἷον εἰ τὸ μὲν A τῷ B ἐξ ἀνάγκης εἴληπται ὑπάρχον ἢ μὴ ὑπάρχον, τὸ δὲ B τῷ Γ ὑπάρχον μόνον· οὕτως γὰρ εἰλημμένων τῶν προτάσεων ἐξ ἀνάγκης τὸ A τῷ Γ ὑπάρξει ἢ οὐχ ὑπάρξει.* (Aquí sigue la sentencia citada en la nota que viene a continuación) *εἰ δὲ τὸ μὲν AB μὴ ἔστιν ἀναγκαῖον, τὸ δὲ BΓ ἀναγκαῖον, οὐκ ἔσται τὸ συμπέρασμα ἀναγκαῖον.*

[7] Ibid. 30^{a}21 *ἐπεὶ γὰρ παντὶ τῷ B ἐξ ἀνάγκης ὑπάρχει ἢ οὐχ ὑπάρχει τὸ A, τὸ δὲ Γ τι τῶν B ἐστί, φανερὸν ὅτι καὶ τῷ Γ ἐξ ἀνάγκης ἔσται θάτερον τούτων.*

[8] Comentando el pasaje citado más arriba en nota 6, dice Alejandro 126.8 *ουτος μὲν οὕτως λέγει. οἱ δέ γε ἑταῖροι αὐτοῦ οἱ περὶ Εὔδημόν τε καὶ Θεόφραστον οὐχ οὕτως λέγουσι, ἀλλὰ φασιν ἐν πάσαις ταῖς ἐξ ἀναγκαίας τε καὶ ὑπαρχούσης συζυγίαις, ἐὰν ὦσι συγκείμεναι συλλογιστικῶς, ὑπάρχον γίνσθαι τὸ συμπέρασμα...* 17 *τῷ ἔλαττον εἶναι τὸ ὑπάρχον τοῦ ἀναγκαίου.*

cinco números pares, por lo que la premisa: 'todo número sacado de la caja es un número *par* sacado de la caja', esto es, *Acb*, es factualmente verdadera. De esto podemos inferir sin peligro que, si es posible en nuestro caso que algún número extraído de la caja no sea divisible por 3, esto es, *MOca*, es asimismo posible en nuestro caso que algún número *par* sacado de la caja no sea divisible por 3, esto es, *MOba*.

Aristóteles acepta el silogismo (η) y lo prueba por una *reductio ad absurdum* del silogismo (ϵ)[9]. Sin embargo no deduce (ϵ) de (η), aunque ciertamente supo que ello se podía hacer. Alejandro advirtió este punto y probó explícitamente (ϵ) de (η) por *reductio ad absurdum* diciendo que este argumento debería ser tenido en cuenta como la prueba más consistente en favor de la doctrina de Aristóteles[10]. Comoquiera que, según él, los seguidores de Aristóteles aceptan el silogismo (η) que cumple la regla *peiorem*, y (ϵ) es deducible de (η), no pudieron recusar (ϵ) sobre la base de esta regla, que se torna falsa al ser aplicada a modalidades.

Veremos en la próxima Sección que había aún otro argumento esgrimido por Teofrasto y Eudemo contra el silogismo (ϵ) que no podría ser refutado por Alejandro, en tanto se mantenga o refute con un argumento aristotélico. A pesar de lo dicho por Alejandro en torno a la 'prueba más consistente' experimenta uno la sensación de conservar alguna duda en la mente, pues finalmente dicho comentarista observa después de haber presentado varios argumentos en apoyo de la opinión de Aristóteles, el último de los cuales es el argumento citado anteriormente, que en otras obras ha expuesto con mayor rigor cuáles de esos argumentos son consistentes y cuáles no lo son[11]. Alejandro se está refiriendo aquí a su obra 'Sobre la polémica concerniente a los modos mixtos entre Aristóteles y sus seguidores' y a sus 'Escolios lógicos'[12]. Desgraciadamente ambos trabajos se han perdido.

Nuestro tiempo ha presenciado un revivir de esta controversia. Sir David Ross, comentando el silogismo (ϵ) y su prueba a partir del silogismo (η), afirma sin vacilar[13]: 'Pero la doctrina de Aristóteles es claramente errónea, pues lo que parece mostrar es que las premisas no prueban sólo que todo C es un A, sino también que es necesariamente A, justo como todo B es necesariamente A, esto es, por una necesidad permanente de su propia naturaleza; mientras que lo que demuestran es sólo que en tanto en cuanto todo C sea B, es A, pero no por una necesidad permanente de su misma naturaleza, sino por una necesidad temporal que surge de su participación temporal en la naturaleza de B'.

---

[9] *An. pr.* i. 21, 39^{b}33-39 *ὑπαρχέτω γὰρ τὸ μὲν B παντὶ τῷ Γ, τὸ δὲ A ἐνδεχέσθω τινὶ τῷ Γ μὴ ὑπάρχειν· ἀνάγκη δὴ τὸ A ἐνδέχεσθαι τινὶ τῷ B μὴ ὑπάρχειν. εἰ γὰρ παντὶ τῷ B τὸ A ὑπάρχει ἐξ ἀνάγκης, τὸ δὲ B παντὶ τῷ Γ κεῖται ὑπάρχειν, τὸ A παντὶ τῷ Γ ἐξ ἀνάγκης ὑπάρξει· τοῦτο γὰρ δέδεικται πρότερον. ἀλλ' ὑπέκειτο τινὶ ἐνδέχεσθαι μὴ ὑπάρχειν.*

[10] Dice Alejandro comentando el silogismo (ϵ), 127.3· *ἐστι δὲ πιστώσασθαι, ὅτι τὸ λεγόμενον ὑπὸ Ἀριστοτέλους ὑγιές ἐστι, μάλιστα διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς τῆς γινομένης ἐν τρίτῳ σχήματι... 12 ἐν γὰρ τῇ τοιαύτῃ συζυγίᾳ τῇ ἐν τρίτῳ σχήματι καὶ Ἀριστοτέλει δοκεῖ καὶ τοῖς ἑταίροις αὐτοῦ ἐπὶ μέρος ἐνδεχόμενον ἀποφατικὸν γίνεσθαι τὸ συμπέρασμα.*

[11] Alejandro 127.14 *τοσούτοις καὶ τοιούτοις ἄν τις χρήσαιτο παριστάμενος τῇ περὶ τούτων Ἀριστοτέλους δόξῃ. τί δὲ τουτων ὑγιῶς ἢ μὴ ὑγιῶς λέγεσθαι δοκεῖ, ἐν ἄλλοις ἡμῖν, ὡς ἔφην, μετὰ ἀκριβείας εἴρηται.*

[12] El título de la primera obra dice así (Alejandro 125.30): *Περὶ τῆς κατὰ τὰς μίξεις διαφορᾶς Ἀριστοτέλους τε καὶ τῶν ἑταίρων εταίρων αὐτοῦ*. Cfr. Alejandro 249.38-250. 2, donde se usa *διαφωνίας* en lugar de *διαφορᾶς*, y la otra obra es citada como *Σχόλια λογικά*.

[13] W. D. Ross, loc. cit., página 43.

Este argumento es metafísico, pues los términos 'naturaleza de una cosa' y 'necesidad permanente de su naturaleza' pertenecen a la metafísica. Pero tras esta terminología metafísica se oculta un problema lógico que puede resolverse por nuestra lógica modal tetravalente. Volvamos ahora al silogismo recusado por Aristóteles.

§56. Modos recusados con una premisa apodíctica y otra asertórica

El silogismo (ζ) es tan evidente como el silogismo (ϵ). Es extraño que Aristóteles recuse el silogismo

(ζ) *CAbaCLAcbLAca,*

aunque está claro que este silogismo tiene la misma base que el silogismo asertórico (ϵ). Con el fin de mostrar su evidencia emplearemos la misma imagen que antes. Si *LAcb* significa que cada *c* está conectado por un alambre con *b*, y cada *b* es un *a*, esto es, *Aba*, es evidente que todo *c* está conectado por un alambre con un *a*, esto es, *LAca*. Dicho en términos generales, si cada *b* es un *a*, entonces si cada *c* está conectado con un *b*, de cualquier manera posible, ha de estar conectado con *a* justamente de la misma manera. Esto parece ser obvio.

El argumento más convincente de que el silogismo (ζ) es consistente resulta de su equivalencia deductiva con el modo problemático Baroco de la segunda figura:

(θ) *CAbaCMOcaMOcb,* en palabras:

'Si todo *b* es un *a*, entonces si es posible que algún *c* no sea un *a*, es posible que algún *c* no sea un *b*'. Esto puede ser ilustrado mediante un ejemplo. Volvamos a nuestra caja de la que han sido extraídos cinco números, y supongamos que todo número par extraído de la caja (*b*) es divisible por 3 (*a*), es decir, *Aba*. De esta verdad factual podemos inferir sin peligro que, si es posible que algún número extraído de la caja (*c*) no sea divisible por 3, esto es, *MOca*, es asimismo posible que algún número extraído de la caja no sea un número *par*, esto es, *MOcb*. Este silogismo parece ser perfectamente evidente. A pesar de que así parece, Aristóteles no acepta el silogismo (ζ), primero por un argumento puramente lógico que será considerado más adelante, y después por el siguiente ejemplo: Sea que *c* signifique 'hombre', *b* 'animal', y *a* 'estar en movimiento'. Aristóteles admite que la proposición 'Todo hombre es un animal' es necesariamente verdadera, esto es, *LAcb;* pero no es necesario que todo animal esté en movimiento, lo cual puede ser aceptado tan sólo como verdad factual, esto es, *Aba*, y por tanto no es necesario que todo hombre esté en movimiento, es decir, *LAca* no es verdadera[14].

El ejemplo de Aristóteles no es lo bastante convincente, pues no podemos admitir como una verdad factual que todo animal esté en movimiento. Un ejemplo mejor lo suministra nuestra caja. Signifique *c* 'número obtenido de la caja y divisible por 4', *b* 'número par sacado de la caja' y *a* 'divisible por 3'. Aristóteles estaría de acuerdo en que la proposición 'Todo número sacado de la caja y divisible por 4 es un número par sacado de la caja' es una verdad necesaria, esto es, *LAcb*, mientras que la premisa 'Todo número par sacado de la caja es divisible por 3' puede ser

---

[14] *An. pr.* i. 9, 30[a]28 ἔτι καὶ ἐκ τῶν ὅρων φανερὸν ὅτι οὐκ ἔσται τὸ συμπέρασμα ἀναγκαῖον, οἷον εἰ τὸ μὲν *A* εἴη κίνησις, τὸ δὲ *B* ζῷον, ἐφ' ᾧ δὲ τὸ Γ ἄνθρωπος· ζῷον μὲν γὰρ ὁ ἄνθρωπος ἐξ ἀνάγκης ἐστί, κινεῖται δὲ τὸ ζῷον οὐκ ἐξ ἀνάγκης, οὐδ' ὁ ἄνθρωπος.

sólo aceptada como verdad factual, esto es, *Aba,* y la conclusión 'Todo número obtenido de la caja y divisible por 4 es divisible por 3' es también sólo una verdad factual, es decir, *Aca* y no *LAca.* La 'naturaleza' de un número sacado de la caja y divisible por 4 no lleva consigo ninguna 'necesidad permanente' de ser divisible por 3.

Parecería, por lo tanto, que Aristóteles está en lo justo al recusar el silogismo (ζ). Sin embargo, el asunto empieza a complicarse, porque puede mostrarse que justamente el mismo argumento puede ser erigido contra el silogismo

(ϵ) *CLAbaCAcbLAca.*

Esto fue observado por Teofrasto y Eudemo que refutan (ϵ) usando en otro orden los mismos términos que fueron aplicados por Aristóteles para refutar (ζ). Signifique *b*-'hombre' *a*-'animal', y *c*-'estar en movimiento'. Ambos coinciden con Aristóteles en que la proposición 'Todo hombre es un animal' es necesariamente verdadera, esto es, *LAba,* y aceptan como factualmente verdadero que 'Toda cosa en movimiento es un hombre', esto es, *Acb.* Las premisas de (ϵ) son así verificadas, pero es obvio que la conclusión 'Toda cosa en movimiento es un animal', esto es, *Aca,* no es necesariamente verdadera[15]. Este ejemplo es tan poco convincente como el correspondiente de Aristóteles, pues no admitimos que la premisa *Acb* sea factualmente verdadera.

Podemos dar un ejemplo más acertado con nuestra caja. Signifique *b* 'número divisible por 6', *a*-'número divisible por 3' y *c*-'número par sacado de la caja'. Aristóteles aceptaría que la proposición 'Todo número divisible por 6 es divisible por 3' es necesariamente verdadera, esto es, *LAba,* pero sólo puede ser factualmente verdadero que 'Todo número par sacado de la caja sea divisible por 6', esto es, *Acb,* y así sólo es factualmente verdadero que 'Todo número par sacado de la caja es divisible por 3', esto es, *Aca.* Las proposiciones *Acb* y *Aca* son claramente equivalentes una a la otra, y si una de ellas es sólo factualmente verdadera, entonces la otra no puede ser necesariamente verdadera.

La controversia entre Aristóteles y Teofrasto acerca de los modos con una premisa apodíctica y una asertórica nos ha conducido a una situación paradójica: hay, aparentemente, argumentos de igual fuerza en favor y en contra de los silogismos (ϵ) y (ζ). La controversia mostrada por el ejemplo del modo Barbara puede extenderse a todos los modos de esta clase. Esto apunta a un error que se oculta en la fundamentación misma de la lógica modal, y tiene su fuente en una falsa concepción de la necesidad.

§57. Solución de la controversia

La paradójica situación expuesta anteriormente es muy análoga a las dificultades que hemos encontrado en la aplicación de la lógica modal a la teoría de la identidad. Por una parte, los silogismos en cuestión no son sólo autoevidentes, sino que pueden ser demostrados en nuestro sistema de lógica modal. Daré aquí una prueba completa de los silogismos (ϵ) y (ζ) basada, entre otras, en la *L*-ley más fuerte de extensionalidad conocida por Aristóteles.

---

[15] Alejandro 124-21 ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τῆς ὕλης δεικνύουσι τοῦτο ἔχον οὕτως ... 24 τὸ γὰρ ζῷον παντὶ ἀνθρώπῳ ἐξ ἀνάγκης, ὁ ἄνθρωπος παντὶ κινουμένῳ ὑπαρχέτω· οὐκέτι τὸ ζῷον παντὶ κινουμένῳ ἐξ ἀνάγκης.

Las premisas:

3. *CLpp*
18. *CCpqCLpLq*
24. *CCpqCCqrCpr*
33. *CCpCqrCqCpr*
102. *CAbaCAcbAca.*

La deducción:

18. *p/Aba, q/Aca* × 107
107. *CCAbaAcaCLAbaLAca*
33. *p/Aba, q/Acb, r/Aca* × *C*102-108
108. *CAcbCAbaAca*
24. *p/Acb, q/CAbaAca, r/CLAbaLAca* × *C*108-*C*107-109
109. *CAcbCLAbaLAca*
33. *p/Acb, q/LAba, r/LAca* × *C*109-110
110. *CLAbaCAcbLAca* (ϵ)
18. *p/Acb, q/Aca* × 111
111. *CCAcbAcaCLAcbLAca*
24. *p/Aba, q/CAcbAca, r/CLAcbLAca* × *C*102-*C*111-112
112. *CAbaCLAcbLAca* (ζ).

Vemos que los silogismos (ϵ) y (ζ) denotados aquí por 110 y 112, son expresiones asertadas de nuestra lógica modal.

Por otra parte, obtenemos la tesis 113 de 110 por la sustitución *b/a* y la tesis 114 de 112 por la sustitución *b/c* y conmutación de los antecedentes:

113. *CLAaaCAcaLAca* y 114. *CLAccCAcaLAca.*

Ambas tesis tienen como consecuente la expresión *CAcaLAca,* es decir, la proposición 'Si todo *c* es un *a,* entonces es necesario que todo *c* sea un *a*'. Si estas proposiciones fueran asertadas, todas las proposiciones universales afirmativas verdaderas serían necesariamente verdaderas, lo que es contrario a la intuición. Además como *CAcaLAca* es equivalente a *CNLAcaNAca,* y *Aca* significa lo mismo que *NOca,* tendríamos *CNLNOcaNNOca* o *CMOcaOca.* Esta última proposición que significa 'Si es posible que algún *c* no sea un *a,* entonces algún *c* no es *a*' no es verdadera, pues es posible ciertamente que un número sacado de la caja no sea par; de manera que si la proposición es verdadera, todo conjunto de extracciones contendría un número impar —un resultado completamente contrario a los hechos.

La expresión *CAcaLAca* ha de ser por lo tanto recusada, y obtendremos:

*115. *CAcaLAca,*

de la cual se sigue de acuerdo con nuestras reglas para expresiones recusadas la consecuencia:

113. × *C**116-*115
*116. *LAaa.*

La ley aristotélica apodíctica de identidad ha de ser recusada, así como el principio apodíctico de identidad *LJxx.* Esto es conciliable con nuestro punto de vista general según el cual ninguna proposición apodíctica es verdadera. El consecuente de 113, esto es, *CAcaLAca,* no puede ser separado, y la incompatibilidad entre la aceptación de proposiciones apodícticas verdaderas y la aserción de la *L*-ley más

fuerte de extensionalidad es resuelta en favor de la ley de extensionalidad. No creo que ningún otro sistema de lógica modal pudiera resolver satisfactoriamente esta antigua controversia.

Mencioné ya que Aristóteles intenta refutar el silogismo (ζ) no sólo con ejemplos, sino también con un argumento puramente lógico. Asertando que las premisas *Aba* y *LAcb* no dan una conclusión apodíctica, dice: 'Si la conclusión fuera necesaria, entonces se seguiría de ella por un silogismo de la primera o de la tercera figura que algún *b* es necesariamente un *a;* pero esto es falso, pues *b* puede ser tal que posiblemente ningún *b* sea un *a*'[16]. Aristóteles se refiere aquí a los modos apodícticos Darii y Darapti, ya que de (ζ) combinado con cualquiera de ambos modos podemos derivar el consecuente *CAbaCLAcbLIba.* La prueba desde Darapti es:

117. *CCpCqrCCrCqsCpCqs*
112. *CAbaCLAcbLAca* (ζ)
118. *CLAcaCLAcbLIba* (Darapti)
117. *p/Aba, q/LAcb, r/LAca, s/LIba* × *C*112-*C*118-119
119. *CAbaCLAcbLIba.*

La prueba desde Darii da la misma consecuencia, pero es más complicada. Aristóteles parece desconsiderar la premisa *LAcb,* e interpreta esta consecuencia como una simple implicación:

*120. *CAbaLIba,*

lo cual es obviamente falso y ha de ser recusado. O quizá pensó que *LAcb* podría tornarse en verdadera mediante una sustitución satisfactoria de *c* y ser omitida. Si es así, estuvo en un error y su prueba es un fracaso. Vemos además por este ejemplo cuán difícil es confirmar la validez de tesis tales como 119, 112 ó 110, por medio de términos que dan lugar a algunas premisas apodícticas supuestamente verdaderas. Como muchos lógicos creen que tales proposiciones son realmente verdaderas, es imposible convencerles de la validez de estos silogismos mediante ejemplos.

Concluyendo esta discusión podemos decir que Aristóteles tiene razón al asertar (ϵ), pero se equivoca al recusar (ζ). Teofrasto y Eudemo erraron en ambos casos.

§58. Modos con premisas posibles

La teoría aristotélica del silogismo problemático exhibe una laguna muy extraña: los modos con premisas posibles son enteramente descuidados en favor de los modos con premisas contingentes. De acuerdo con sir David Ross, 'Aristóteles toma siempre *ἐνδέχεται* en una premisa con el significado "no es ni imposible ni necesario"; cuando la única *conclusión* válida es aquella en que *ἐνδέχεται* significa "no es imposible", él, por lo general, tiene buen cuidado de advertirlo.'[17] Aristóteles, ciertamente, parece tener cuidado en distinguir los dos sentidos de *ἐνδέχεσθαι* cuando dice, exponiendo, por ejemplo, los modos con dos premisas problemáticas de la primera figura, que *ἐνδέχεσθαι* en estos modos debe ser entendido de acuerdo

---

[16] *An. pr.* i. 9, 30[a]25 (continuación de nota 6, pág. 151) *εἰ γὰρ ἔστι, συμβήσεται τὸ A τινὶ τῷ B ὑπάρχειν ἐξ ἀνάγκης διά τε τοῦ πρώτου καὶ διὰ τοῦ τρίτου σχήματος. τοῦτο δὲ ψεῦδος· ἐνδέχεται γὰρ τοιοῦτον εἶναι τὸ B ᾧ ἐγχωρεῖ τὸ A μηδενὶ ὑπάρχειν.*

[17] W. D. Ross, loc. cit., pág. 44; véase también la tabla de los modos válidos que aparece frente a la página 286.

con la definición que él ha dado, esto es, como 'contingente' y no en el sentido de 'posible'. Añade, sin embargo, que esto ha sido alguna vez inadvertido[18]. ¿Quién pudo haberlo inadvertido? Sin duda el propio Aristóteles o alguno de sus discípulos, justamente a causa de la ambigüedad del término ἐνδέχεσθαι. En el *De Interpretatione* ἐνδεχόμενον significa lo mismo que δυνατόν[19], mientras que en los *Primeros Analíticos* tiene dos sentidos. Es siempre peligroso usar la misma palabra en dos sentidos que pueden ser confundidos inconscientemente; como también usar dos palabras diferentes con el mismo sentido. Aristóteles dice a veces ἐγχωρεῖ en lugar de ἐνδέχεται y asimismo usa la última en dos sentidos[20]. No podemos estar siempre seguros de lo que quiere decir cuando utiliza ἐνδέχεται. La ambigüedad de este término probablemente contribuyó a la controversia entre él y sus seguidores Teofrasto y Eudemo. Es lástima, por tanto, que no tratara modos con premisas posibles por separado antes de introducir la contingencia. Supliremos esta deficiencia que hasta ahora ha escapado a la atención de los especialistas.

Consideremos primero las leyes de conversión. Aristóteles empieza la exposición de estas leyes en el Libro I, capítulo 3 de los *Primeros Analíticos* con la consideración de que el término ἐνδέχεσθαι tiene varios sentidos. Entonces dice, sin explicar los diversos sentidos de este término, que las leyes de conversión de proposiciones afirmativas son las mismas para todas las clases de ἐνδέχεσθαι, pero las de proposiciones negativas difieren. Afirma explícitamente que las proposiciones problemáticas 'Todo *b* puede ser un *a*' y 'Algún *b* puede ser un *a*' (uso la palabra 'puede' para incluir ambas clases de proposiciones problemáticas) son convertibles en la proposición 'Algún *a* puede ser un *b*', lo cual da para la posibilidad las fórmulas:

121. *CMAbaMIab* y 122. *CMIbaMIab*.

La ley de conversión para proposiciones universales negativas es explicada solamente mediante ejemplos de los que podemos inferir la fórmula:

123. *CMEbaMEab*.

Se asume tácitamente que las proposiciones posibles particulares negativas no son convertibles[21]. Deducimos de esto que las leyes de conversión de proposiciones posibles son tratadas algo negligentemente por Aristóteles. Aparentemente no atribuye una gran importancia al concepto de posibilidad.

Las fórmulas 121-3 son correctas y fácilmente deducibles de las leyes análogas de conversión de proposiciones asertóricas por medio del teorema:

19. *CCpqCMpMq*.

---

[18] *An. pr.* i. 14, 33^{b}21 δεῖ δὲ τὸ ἐνδέχεσθαι λαμβάνειν μὴ ἐν τοῖς ἀναγκαίοις, ἀλλὰ κατὰ τὸν εἰρημένον διορισμόν. ἐνίοτε δὲ λανθάνει το τοιοῦτον.

[19] Véase pág. 113, nota 3.

[20] Cfr., por ejemplo, *An. pr.* i. 3, 25^{b}10 (la siguiente nota 21) y i. 9,30^{a} 27 (pág. 116, nota 16) con i. 13, 32^{b}30 (más abajo, nota 22).

[21] *An. pr.* i. 3, 25^{a}37–^{b}14 ἐπειδὴ πολλαχῶς λέγεται τὸ ἐνδέχεσθαι, ... ἐν μὲν τοῖς καταφατικοῖς ὁμοίως ἕξει κατὰ τὴν ἀντιστροφὴν ἐν ἅπασιν. εἰ γὰρ τὸ *A* παντὶ ἢ τινὶ τῷ *B* ἐνδέχεται, καὶ τὸ *B* τινὶ τῷ *A* ἐνδέχοιτο ἄν... (^{b}3) ἐν δὲ τοῖς ἀποφατικοῖς οὐχ ὡσαύτως, ἀλλ' ὅσα μὲν ἐνδέχεσθαι λέγεται ἢ τῷ ἐξ ἀνάγκης ὑπάρχειν ἢ τῷ μὴ ἐξ ἀνάγκης μὴ ὑπάρχειν, ὁμοίως, οἷον... (^{b}9) εἰ... ἐνδέχεται μηδενὶ ἀνθρώπῳ ἵππον, καὶ ἀνθρωπον ἐγχωρεῖ μηδενὶ ἵππῳ,... (^{b}13) ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῆς ἐν μέρει ἀποφατικῆς.

El mismo teorema, esto es, la *M*-ley más fuerte de extensionalidad, nos permite establecer la teoría total del silogismo con premisas posibles. Por medio del cálculo clásico de proposiciones obtenemos de 19 las fórmulas:

124. *CCpCqrCMpCMqMr* y 125. *CCpCqrCpCMqMr.*

La fórmula 124 da modos con dos premisas posibles y una conclusión posible: tan sólo tenemos que añadir el signo de posibilidad a las premisas y a la conclusión de los modos asertóricos válidos. Así, por ejemplo, obtenemos de acuerdo con 124 del modo asertórico Barbara por la sustitución *p/Aba, q/Acb, r/Aca,* el silogismo:

126. *CMAbaCMAcbMAca.*

La fórmula 125 da modos con una premisa asertórica y otra posible, no importa cuál, p. ej.

127. *CAbaCMAcbMAca* 128. *CMAbaCAcbMAca.*

El sistema es extremadamente rico. Cualquier premisa puede ser reforzada reemplazando la proposición asertórica o problemática por la correspondiente proposición apodíctica. Además hay modos con una premisa problemática y otra apodíctica que dan lugar a conclusiones apodícticas de acuerdo con la fórmula:

129. *CCpCqrCMpCLqLr.*

Tenemos así, por ejemplo, el modo:

130. *CMAbaCLAcbLAca*

que es contrario a la regla *peiorem* aceptada por Teofrasto y Eudemo.

Creo que Aristóteles habría aceptado –no, sin duda, el último modo silogístico– sino sólo los modos con premisas posibles, en particular 126 y 128. Hay, ciertamente, en los *Primeros Analíticos* una interesante observación introductoria a la teoría del silogismo problemático que, en mi opinión, puede ser aplicada a la posibilidad así como a la contingencia. Aristóteles dice que la expresión 'De cualquier cosa, de la que *b* es predicado, *a* puede ser predicado' tiene dos sentidos, la mejor traducción de los cuales parece ser esta: 'Para todo *c*, si todo *c* es un *b*, entonces todo *c* puede ser un *a*', y 'Para todo *c*, si todo *c* puede ser un *b*, entonces todo *c* puede ser un *a*'. A continuación añade que la expresión 'De toda cosa, de la que *b* es predicada, *a* puede ser predicada' significa lo mismo que 'Todo *b* puede ser un *a*'[22]. Tenemos así dos equivalencias: 'Todo *b* puede ser un *a*' significa o 'Para todo *c*, si todo *c* es un *b*, entonces todo *c* puede ser un *a*', o 'Para todo *c*, si todo *c* puede ser un *b*, entonces todo *c* puede ser un *a*'. Si interpretamos 'puede' en el sentido de posibilidad obtenemos las fórmulas:

131. *QMAba*Π*cCAcbMAca* y 132. *QMAba*Π*cCMAcbMAca*

que son verdaderas en nuestro sistema de lógica modal, y del que los modos 128 y 126 son fácilmente deducibles. Sin embargo, si 'puede' es interpretado en el sentido de contingencia, que parece ser el sentido dado por Aristóteles, entonces la fórmula anterior es falsa.

---

[22] *An. pr.* i. 13, 32^{b}27 τὸ γὰρ, 'καθ' οὗ τὸ *B*, τὸ *A* ἐνδέχεσθαι' τούτων σημαίνει θάτερον, ἢ 'καθ' οὗ λέγεται τὸ *B*' ἢ 'καθ' οὗ ἐνδέχεται λέγεσθαι'. τὸ δέ, 'καθ' οὗ τὸ *B*, τὸ *A* ἐνδέχεσθαι' ἢ 'παντὶ τῷ *B* τὸ *A* ἐγχωρεῖν' οὐδεν διαφέρει.

§59. Leyes de conversión de proposiciones contingentes

Continuando su exposición de las leyes de conversión de proposiciones modales dice Aristóteles al comienzo de los *Primeros Analíticos* que las proposiciones contingentes universales negativas no son convertibles, mientras que lo son las particularmente negativas[23].

Esta curiosa afirmación requiere un examen cuidadoso. Empezaré discutiéndola críticamente no desde el punto de vista de mi sistema modal, sino desde el de la lógica modal básica aceptada por Aristóteles y por todos los lógicos.

De acuerdo con Aristóteles, contingencia es lo que ni es necesario ni imposible, Este significado de lo contingente está claramente implícito en la no muy lograda definición de Aristóteles y es expresamente corroborado por Alejandro[24]. Repitámoslo con el fin de asegurar una completa claridad: '*p* es contingente –significa lo mismo que– *p* no es necesario y *p* no es imposible', o en símbolos:

48. *QTpKNLpNLNp.*

Esta fórmula es obviamente equivalente a la expresión:

50. *QTpKMpMNp,*

esto es, lo contingente es a la vez capaz de ser y capaz de no ser.

Las fórmulas 48 y 50 son enteramente generales y aplicables a cualquier proposición *p*. Apliquémoslas a la proposición universalmente negativa *Eba.* Obtenemos de 50:

133. *QTEbaKMEbaMNEba.*

Como *NEba* es equivalente a *Iba,* tenemos también:

134. *QTEbaKMEbaMIba.*

Ahora podemos derivar de las leyes de conversión:

123. *CMEbaMEab* y 122. *CMIbaMIab*

que *MEba* es equivalente a *MEab*, y *MIba* a *MIab;* por tanto tenemos:

135. *QKMEbaMIbaKMEabMIab.*

La primera parte de esta fórmula *KMEbaMIba* es equivalente a *TEba,* la segunda *KMEabMIab* a *TEab;* así obtenemos el resultado:

136. *QTEbaTEab.*

Esto significa que las proposiciones contingentes universalmente negativas son convertibles.

¿Cómo fue posible que le pasase inadvertida a Aristóteles esta sencilla prueba cuando tenía todas las premisas a su disposición? Aquí tropezamos con otra porción infectada de su lógica modal, más difícil incluso de sanar que la herida que infligieron a ésta las ideas del autor acerca de la necesidad. Veamos cómo trata de refutar la fórmula 136.

---

[23] *An. pr.* i. 3, 25^{b}14 (continuación del texto citado en pág. 157, nota 21) ὅσα δὲ τῷ ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ καὶ τῷ πεφυκέναι λέγεται ἐνδέχεσθαι,... οὐχ ὁμοίως ἕξει ἐν ταῖς στερητικαῖς ἀντιστροφαῖς, ἀλλ' ἡ μὲν καθόλου στερητικὴ πρότασις οὐκ ἀντιστρέφει, ἡ δὲ ἐν μέρει ἀντιστρέφει.

[24] Véase más arriba § 45, en particular nota 45, pág. 128 y pág. 129, nota 46.

Aristóteles establece con absoluta generalidad que las proposiciones contingentes con argumentos opuestos son convertibles una en otra con respecto a sus argumentos. El siguiente ejemplo explicará esta no muy clara formulación. 'Es contingente que *b* sea un *a*' es convertible con 'Es contingente que *b* no sea un *a*'; 'Es contingente que todo *b* sea un *a*' es convertible con 'Es contingente que no todo *b* sea un *a*'; y 'Es contingente que algún *b* sea un *a*' es convertible con 'Es contingente que algún *b* no sea un *a*'[25]. A esta clase de conversión la denominaré, siguiendo a Sir David Ross, 'conversión complementaria'[26].

Aristóteles asertaría, de acuerdo con ello, que la proposición 'Es contingente que todo *b* sea un *a*' es convertible con la proposición 'Es contingente que ningún *b* sea un *a*', en símbolos:

(ι) *QTAbaTEba* (asertada por Aristóteles).

Este es el punto de partida de su prueba, que es realizada por *reductio ad absurdum.* Aristóteles argumenta en sustancia así: Si *TEba* fuera convertible con *TEab,* entonces *TAba* sería convertible con *TEab,* y como *TEab* es convertible con *TAab* obtendríamos la falsa consecuencia:

(κ) *QTAbaTAab* (recusada por Aristóteles)[27].

¿Qué contestaríamos a este argumento? Es completamente obvio que la definición de contingencia adoptada por Aristóteles entraña la convertibilidad de proposiciones contingentes universalmente negativas. Consecuentemente la refutación de esta convertibilidad tiene que ser errónea. Puesto que es formalmente correcta, el error tiene que residir en las premisas, y como hay dos premisas en las que se basa la refutación, la fórmula asertada (ι) y la recusada (κ), entonces o es erróneo asertar (ι) o es erróneo recusar (κ). Sin embargo esto no puede ser decidido dentro de la lógica modal básica.

Dentro de estos límites sólo podemos decir que la verdad de la fórmula asertada (ι) no está justificada por la definición aceptada de contingencia. De la definición:

50. *QTpKMpMNp*

obtenemos por la sustitución *p/Np* la fórmula *QTNpKMNpMNNp,* y como *MNNp* es equivalente a *Mp* de acuerdo con la tesis 9 de la lógica modal básica, tenemos:

137. *QTNpKMpMNp.*

De 50 y 137 resulta la consecuencia:

138. *QTpTNp,*

---

[25] *An. pr.* i. 13, 32[a]29 συμβαίνει δὲ πάσας τὰς κατὰ τὸ ἐνδέχεσθαι προτάσεις ἀντιστρέφειν ἀλλήλαις. λέγω δὲ οὐ τὰς καταφατικὰς ταῖς ἀποφατικαῖς, ἀλλ' ὅσαι καταφατικὸν ἔχουσι τὸ σχῆμα κατὰ τὴν ἀντίθεσιν, οἷον τὸ ἐνδέχεσθαι ὑπάρχειν τῷ ἐνδέχεσθαι μὴ ὑπάρχειν, καὶ τὸ παντὶ ἐνδέχεσθαι τῷ ἐνδέχεσθαι μηδενὶ καὶ μὴ παντί, καὶ τὸ τινὶ τῷ μὴ τινί.

[26] W. D. Ross, loc. cit., pág. 44.

[27] *An. pr.* i. 17, 36[b]35 πρῶτον οὖν δεικτέον ὅτι οὐκ ἀντιστρέφει τὸ ἐν τῷ ἐνδέχεσθαι στερητικόν, οἷον εἰ τὸ *A* ἐνδέχεται μηδενὶ τῷ *B*, οὐκ ἀνάγκη καὶ τὸ *B* ἐνδέχεσθαι μηδενὶ τῷ *A*. κείσθω γὰρ τοῦτο, καὶ ἐνδεχέσθω τὸ *B* μηδενὶ τῷ *A* ὑπάρχειν. οὐκοῦν ἐπεὶ ἀντιστρέφουσιν αἱ ἐν τῷ ἐνδέχεσθαι καταφάσεις ταῖς ἀποφάσεσι, καὶ αἱ ἐναντίαι καὶ αἱ ἀντικείμεναι, τὸ δὲ *B* τῷ *A* ἐνδέχεται μηδενὶ ὑπάρχειν, φανερὸν ὅτι καὶ παντὶ ἂν ἐνδέχοιτο τῷ *A* ὑπάρχειν. τοῦτο δὲ ψεῦδος· οὐ γὰρ εἰ τόδε τῷδε παντὶ ἐνδέχεται, καὶ τόδε τῷδε ἀναγκαῖον· ὥστ' οὐκ ἀντιστρέφει τὸ στερητικόν.

y aplicando este consecuente a la premisa *Eba*, obtenemos:

139. *QTEbaTNEba* o 140. *QTEbaTIba*,

por cuanto que *NEba* significa lo mismo que *Iba*. Vemos que *QTEbaTIba* queda justificada por la definición de contingencia, pero *QTEbaTAba* no. Esta última fórmula ha sido aceptada por Aristóteles por un error.

Comprenderemos mejor este error si examinamos la refutación que dio Aristóteles de un intento de probar la ley de conversión para *TEba* por *reductio ad absurdum*. Este intento procede así: si suponemos que es contingente que ningún *b* es un *a*, entonces es contingente que ningún *a* sea un *b*. Pues si la última proposición fuera falsa, entonces sería necesario que algún *a* fuera un *b*, y por tanto sería necesario que algún *b* fuera un *a*, lo cual es contrario a nuestra suposición[28]. En símbolos: Si *TEba* se supuso ser verdadera, entonces *TEab* tiene que ser también verdadera. Pues de *NTEab* resulta *LIab*, y consecuentemente *LIba*, lo cual es incompatible con la suposición *TEba*.

Refutando este argumento Aristóteles señala correctamente que *LIab* no se sigue de *NTEab*[29]. Tenemos, ciertamente, de acuerdo con 48 la equivalencia:

141. *QTEabKNLEabNLNEab* o
142. *QTEabKNLEabNLIab*.

Así, para *NTEab*, aplicando *QNKNpNqHpq*, esto es, una de las llamadas 'leyes de De Morgan'[30], tenemos la fórmula:

143. *QNTEabHLEabLIab*.

Puede parecer que por medio de 143 y de la tesis *CCHpqrCqr* podemos derivar *NTEab* de *LIab*, pero la implicación conversa no vale, ya que de *NTEab* podemos derivar tan sólo la disyunción *HLEabLIab* de la que, sin duda, *LIab* no se sigue. La prueba intentada es errónea, pero de ahí no se sigue que la conclusión que había que probar sea falsa.

Un punto de esta reducción merece nuestra atención. Es manifiesto que en lugar de 143, Aristóteles acepta la fórmula:

(λ) *QNTEabHLOabLIab*

que no está justificada por la definición 48. Similarmente, para el caso de *NTAab* adopta la fórmula[31]:

(μ) *QNTAabHLOabLIab*

---

[28] *An. pr.* i. 17, 37[a]9 ἀλλὰ μὴν οὐδ' ἐκ τοῦ ἀδυνάτου δειχθήσεται ἀντιστρέφον, οἷον εἴ τις ἀξιώσειεν, ἐπεὶ ψεῦδος τὸ ἐνδέχεσθαι τὸ *B* τῷ *A* μηδενὶ ὑπάρχειν, ἀληθὲς τὸ μὴ ἐνδέχεσθαι μηδενί (φάσις γὰρ καὶ ἀπόφασις), εἰ δὲ τοῦτ', ἀληθὲς ἐξ ἀνάγκης τινὶ τῷ *A* ὑπάρχειν· ὥστε καὶ τὸ *A* τινὶ τῷ *B*· τοῦτο δ' ἀδύοατον.

[29] Ibid. 37[a]14 (Continuación de la nota anterior) οὐ γὰρ εἰ μὴ ἐνδέχεται μηδενὶ τὸ *B* τῷ *A*, ἀνάγκη τινὶ ὑπάρχειν. τὸ γὰρ μὴ ἐνδέχεσθαι μηδενὶ διχῶς λέγεται, τὸ μὲν εἰ ἐξ ἀνάγκης τινὶ ὑπάρχει, τὸ δ' εἰ ἐξ ἀνάγκης τινὶ μὴ ὑπάρχει.

[30] Se las debería denominar propiamente leyes de Occam, pues, que nosotros sepamos, Occam fue el primero en establecerlas. Véase Ph. Boenher, 'Bemerkungen zur Geschichte der De Morganschen Gesetze in der Scholastik', Archiv für Philosophie (septiembre 1951), pág. 115, número .

[31] *An. pr.* i. 17, 37[a]24 τῷ ἐνδέχεσθαι παντὶ ὑπάρχειν τό τ' ἐξ ἀνάγκης τινὶ ὑπάρχειν ἀντίκειται καὶ τὸ ἐξ ἀνάγκης τινὶ μὴ ὑπάρχειν.

que, de nuevo, tampoco está justificada por 48, mientras que la fórmula correcta reza:

144. *QNTAabHLOabLAab.*

De (λ) y (μ) Aristóteles puede haber deducido la equivalencia *QNTAabNTEab*, y luego (ι), que no está justificada por su definición de contingencia.

§60. Rectificación de errores de Aristóteles

La teoría de Aristóteles del silogismo contingente está llena de graves errores. No extrae las consecuencias correctas de su definición de contingencia y niega la convertibilidad de proposiciones contingentes universalmente negativas, a pesar de que sea obviamentee admisible. Sin embargo su autoridad es aún tan fuerte que lógicos muy dotados se equivocaron en el pasado al considerar estos errores. Es obvio que si alguien, Albrecht Becker por ejemplo, acepta la definición

48. *QTpKNLpNLNp*

siendo *p* una variable proposicional, entonces debe aceptar también la fórmula:

141. *QTEabKNLEabNLNEab*

la cual se deriva de 48 por la sustitución *p/Eab*. Y ya que, por transformaciones lógicas válidas, la fórmula 141 da lugar a la tesis:

143. *QNTEabHLEabLIab,*

tiene que aceptar asimismo 143. Sin embargo Becker recusa esta tesis en favor de 'fórmulas estructurales' –un producto de su imaginación[32].

Las observaciones de la sección precedente fueron escritas desde el punto de vista de la lógica modal básica, que es un sistema incompleto. Discutamos ahora nuestro problema desde el punto de vista de la lógica modal tetravalente.

De la definición aristotélica de contingencia obtenemos la consecuencia 138, *QTpTNp,* de la que podemos deducir la implicación:

145. *CTpTNp.*

Ahora obtenemos de las premisas:

51. *CδpCδNpδq* (axioma del sistema *C-N-δ-p*)
146. *CCpCqrCCpqCpr* (principio de Frege)

las consecuencias:

51. $\delta/T' \times$ 147
147. *CTpCTNpTq*
146. *p/Tp, q/TNp, r/Tq* × *C*147-*C*145-148
148. *CTpTq,*

y dado que la implicación inversa *CTqTp* es asimismo verdadera, como puede probarse por la sustitución *p/q* y *q/p* en 148, tenemos la equivalencia:

149. *QTpTq.*

---

[32] Véase A. Becker, loc. cit., pág. 14, donde la fórmula T11 = 48 escrita en otro simbolismo, pero con la variable proposicional *p*, es aceptada, y pág. 27 donde la fórmula 143 es recusada.

De 149 obtenemos por sustitución primero la ley de conversión 136 *QTEbaTEab*, y después la fórmula (ι) *QTAbaTEba* que Aristóteles aserta, y la fórmula (κ) *QTAbaTAab* que recusa. Podemos ahora determinar dónde está el error en la refutación de Aristóteles de la ley de conversión: Aristóteles se equivoca al recusar (κ).

La fórmula *QTpTq* muestra que el valor de verdad de la función *Tp* es independiente del argumento *p*, lo cual significa que *Tp* es una constante. Sabemos, de hecho, por § 52 que *KMpMNp* que es el *definiens* de *Tp* tiene el valor constante 3, y por consiguiente *Tp* tiene asimismo el valor constante 3 y nunca es verdadero. Por esta razón *Tp* no es adecuada para denotar una proposición contingente en el sentido de Aristóteles, ya que él piensa, que algunas proposiciones contingentes son verdaderas. *Tp* debe ser reemplazado por *Xp* o ϒ*p*, esto es, por la función '*p* es *X*-contingente' o su gemela '*p* es ϒ-contingente'. Tomaré en consideración meramente la *X*-contingencia, puesto que lo que es verdadero de la *X*-contingencia será asimismo verdadero de la ϒ-contingencia.

En primer lugar quisiera establecer que la convertibilidad de proposiciones contingentes universalmente negativas es independiente de cualquier definición de contingencia. Puesto que *Eba* es equivalente a *Eab*, hemos de aceptar la fórmula

150. *CδEbaδEab*

de acuerdo con el principio de extensionalidad *CQpqCδpδq*, que resulta de nuestro axioma 51. De 150 obtenemos un enunciado verdadero para cualquier valor de δ, y por consiguiente también para δ/*X*':

151. *CXEbaXEab*.

Alejandro relata que Teofrasto y Eudemo, a diferencia de Aristóteles, aceptaron la convertibilidad de proposiciones contingentes universalmente negativas[33], pero dice en otro pasaje que en la prueba de esta ley utilizaron la *reductio ad absurdum*[34]. Esto parece dudoso pues la única cosa correcta que Aristóteles ha hecho sobre esta materia fue refutar la prueba de convertibilidad por *reductio*, una refutación que no pudo haber sido desconocida por sus discípulos. La *reductio* puede usarse para probar, de *CLIbaLIab*, la convertibilidad de proposiciones universales negativas cuando ellas son posibles (esto es, probar *CMEbaMEab*), pero no cuando son contingentes. Otra prueba la da Alejandro, continuando el pasaje anterior, pero apenas la formula lo bastante claramente. Sabemos que Teofrasto y Eudemo interpretaron las premisas universalmente negativas, *Eba* al igual que *Eab*, como denotativas de una relación simétrica de desconexión entre *b* y *a*[35], y podían haber argüido de acuerdo con ello que si es contingente para *b* estar desconectada de *a*, es asimismo contingente para *a* estar desconectada de *b*[36]. Esta prueba estaría conforme con el principio de extensionalidad. De cualquier modo Teofrasto y Eudemo han corregido el más grave error en la teoría de Aristóteles sobre la contingencia.

---

[33] Alejandro 220.9 Θεόφραστος μέντοι καὶ Εὔδημος... ἀντιστρέφειν φασὶ καὶ τὴν καθόλου ἀποφατικὴν (scil. ἐνδεχομένην) αὐτῇ, ὥσπερ ἀντέστρεφε καὶ ἡ ὑπάρχουσα καθόλου ἀποφατικὴ καὶ ἡ ἀναγκαία.

[34] Ibid. 223.3 δόξει τισὶ διά γε τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς δύνασθαι δείκνυσθαι ἡ καθόλου ἀποφατικὴ ἐνδεχομένη ἀντιστρέφουσα. τῇ αὐτῇ δείξει καὶ οἱ ἑταῖροι αὐτοῦ κέχρηνται.

[35] Véase ibid. 31. 4-10.

[36] Ibid. 220. 12 ὅτι δὲ ἀντιστρέφει, δεικνῦσιν οὕτως· εἰ τὸ *A* τῷ *B* ἐνδέχεται μηδενί, καὶ τὸ *B* τῷ *A* ἐνδέχεται μηδενί, ἐπεὶ γὰρ ἐνδέχεται τὸ *A* τῷ *B* μηδενί, ὅτε ἐνδέχεται μηδενί, τότε ἐνδέχεται ἀπεζεῦχθαι τὸ *A* πάντων τῶν τοῦ *B*· εἰ δὲ τοῦτ', ἔσται τότε καὶ τὸ *B* τοῦ *A* ἀπεζευγμένον· εἰ δὲ τοῦτο, καὶ τὸ *B* τῷ *A* ἐνδέχεται μηδενί.

En segundo lugar, se sigue de la definición de *X*-contingencia:

82. $C\delta KMpWNp\delta Xp$

que la denominada 'conversión complementaria' no puede admitirse. *QTpTNp* es verdadera, pero *QXpXNp* ha de ser recusada, pues su negación, esto es:

152. *NQXpXNp*

es asertada en nuestro sistema como puede comprobarse por el método de matrices. Por lo tanto no es correcto en nuestro sistema convertir la proposición 'Es contingente que todo *b* sea un *a*' en la proposición 'Es contingente que algún *b* sea un *a*', o en la proposición 'Es contingente que ningún *b* sea un *a*', conversiones que Aristóteles acepta sin ninguna justificación[37]. Pienso que Aristóteles fue inducido a una concepción errónea de 'conversión complementaria' por la ambigüedad del término 'contingente' (ἐνδεχόμενον). Usa este término en *De Interpretatione* como sinónimo del término 'posible' (δυνατόν)[38], y continúa usándolo en los *Primeros Analíticos*, aunque la frase 'Es contingente que *p*' recibió aquí otro sentido, a saber: 'Es posible que *p* y es posible que no *p*'. Si reemplazamos en la última frase el término 'posible' por el término 'contingente', como Aristóteles aparentemente hace, obtenemos el sinsentido 'Es contingente que *p*' significa lo mismo que 'Es contingente que *p* y es contingente que no *p*'. Que yo sepa, este sinsentido no ha sido observado hasta ahora por nadie.

En tercer lugar, se sigue de la definición 82 que *Xp* es más fuerte que *Mp*, pues tenemos la tesis:

153. *CXpMp*,

pero no su conversa. Esta tesis es importante, pues nos capacita para retener, con una pequeña corrección, un amplio número de silogismos con premisas contingentes, a pesar de los serios errores cometidos por Aristóteles.

§61. Modos con premisas contingentes

No hay ninguna necesidad de entrar en una descripción detallada de los modos silogísticos con premisas contingentes, pues la definición que da Aristóteles de contingencia es errónea y su silogística debería ser reconstruida de acuerdo con la definición correcta. Ello, sin embargo, no parece que valga la pena, pues es muy dudoso que una silogística con premisas contingentes hallase nunca una aplicación útil. Pienso que las observaciones generales que siguen serán suficientes.

Primero, puede mostrarse que todos los modos aristotélicos con una conclusión contingente son erróneos. Tomemos como ejemplo el modo Barbara con premisas y conclusión contingentes, esto es, el modo

*154. *CXAbaCXAcbXAca*.

Este modo si bien aceptado por Aristóteles[39], ha de ser recusado. Tomemos *Aba* y

---

[37] Véase pág. 160, nota 25.

[38] Véase pág. 113, nota 3.

[39] *An. pr.* i. 14, 32^{b}38 ὅταν ουν τὸ *A* παντὶ τῷ *B* ἐνδέχηται καὶ τὸ *B* παντὶ τῷ Γ, συλλογισμὸς ἔσται τέλειος ὅτι τὸ *A* παντὶ τῷ Γ ἐνδέχεται ὑπάρχειν. τοῦτο δὲ φανερὸν ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ· τὸ γὰρ ἐνδέχεσθαι παντὶ ὑπάρχειν οὕτως ἐλέγομεν.

Acb como falsas, y *Aca* como verdadera. Estas condiciones cumplen el modo asertórico Barbara, pero de 154, aplicando las matrices M9 y M15 obtenemos la igualdad siguiente: $CX0CX0X1 = C3C32 = C32 = 2$. Similarmente el modo

*155. *CXAbaCAcbXAca*

también aceptado por Aristóteles[40] ha de ser recusado, puesto que, para $Aba = 0$, y $Acb = Aca = 1$ tenemos: $CX0C1X1 = C3C12 = C32 = 2$. Justamente fue a estos dos modos a los que me referí cuando dije al final de § 58 que las fórmulas 131 y 132, que Aristóteles aserta, se tornaban falsas, si interpretábamos ἐνδέχεσθαι como 'contingente'. Puede decirse también que las fórmulas 154 y 155 pueden ser verdaderas si por *X* se pone *T*, pero *T*-contingencia es un concepto inútil.

Segundo, todos los modos obtenidos por conversión complementaria habrían de ser recusados. Mostraré con un ejemplo cómo Aristóteles se ocupa de esta clase de modos. Aplica a 154 la fórmula

*156. *QXAbaXEba*

que habría de ser recusada (tomemos $Aba = 1$ y $Eba = 0$), y obtiene los modos siguientes:

*157. *CXAbaCXEcbXAca*
*158. *CXEbaCXEcbXAca*

que habrían de ser también recusados[41]. Para mostrar esto basta escoger los términos *a*, *b* y *c* de 157 de modo tal que $Aba = Ecb = 0$, y $Aca = 1$, y los de 158 de modo tal que $Eba = Ecb = 0$ y $Aca = 1$. Entonces tenemos en ambos casos: $CX0CX0X1 = C3C32 = C32 = 2$.

Parece que Aristóteles no depositó mucha confianza en estos modos, pues no los denominó silogismos en absoluto. Meramente dice que pueden ser reducidos a silogismos por medio de conversiones complementarias. Pero los modos reducidos por la conversión ordinaria son denominados por él silogismos; ¿por qué establece una diferencia entre la conversión ordinaria y la complementaria, si ambas clases de conversión son igualmente válidas?

Algo de luz sobre esta cuestión es arrojada por Alejandro quien, comentando este pasaje, se refiere a una observación muy importante de su maestro sobre dos significados ontológicos de contingencia: 'En un sentido "contingente" significa "usual (ἐπὶ τὸ πολύ) pero no necesario" o "natural", p. ej. es contingente que los hombres encanezcan; en el otro sentido es usado para lo indefinido, lo que es capaz de ser así y de no ser así, o en general de aquello que es por azar. En ambos sentidos las proposiciones contingentes son convertibles con respecto a sus argumentos contradictorios, pero no por la misma razón: las proposiciones "naturales" porque no expresan nada necesario, las proposiciones "indefinidas" porque no existe, en su caso, una mayor tendencia a ser más así que no así. Sobre lo indefinido no hay

---

[40] Ibdi. 15, 33b25 ἐὰν δ' ἡ μὲν ὑπάρχειν ἡ δ' ἐνδέχεσθαι λαμβάνηται τῶν προτάσεων, ὅταν μὲν ἡ πρὸς τὸ μεῖζον ἄκρον ἐνδέχεσθαι σημαίνῃ, τέλειοί τ' ἔσονται πάντες οἱ συλλογισμοὶ καὶ τοῦ ἐνδέχεσθαι κατὰ τὸν εἰρημένον διορισμόν.

[41] Ibid. 14, 33a5 ὅταν δὲ τὸ *A* παντὶ τῷ *B* ἐνδέχηται, τὸ δὲ *B* ἐνδέχηται μηδενὶ τῷ Γ, διὰ μὲν τῶν εἰλημμένων προτάσεων οὐδεὶς γίνεται συλλογισμός, ἀντιστραφείσης δὲ τῆς *B*Γ κατὰ τὸ ἐνδέχεσθαι γίνεται ὁ αὐτὸς ὅσπερ πρότερον. –33a12 ὁμοίως δὲ καὶ εἰ πρὸς ἀμφοτέρας τὰς προτάσεις ἡ ἀπόφασις τεθείη μετὰ τοῦ ἐνδέχεσθαι. λέγω δ' οἷον εἰ τὸ *A* ἐνδέχεται μηδενὶ τῷ *B* καὶ τὸ *B* μηδενὶ τῷ Γ· διὰ μὲν γὰρ τῶν εἰλημμένων προτάσεων οὐδεὶς γίνεται συλλογισμός, ἀντιστρεφομένων δὲ πάλιν ὁ αὐτὸς ἔσται ὅσπερ καὶ πρότερον.

ciencia o demostración silogística, pues el término medio está conectado sólo accidentalmente con los extremos; solamente sobre lo "natural" hay tales cosas, y casi todos los argumentos y preguntas científicas conciernen a lo que es contingente en este sentido."[42]

Alejandro discute este pasaje: su idea parece ser, que si tomamos cualquier silogismo científicamente útil cuyas premisas sean contingentes en el sentido de 'usual' (*ἐπὶ τὸ πολύ*) o incluso 'más usual' (*ἐπὶ τὸ πλεῖστον*), entonces obtenemos premisas y una conclusión que son, ciertamente, contingentes, pero que muy rara vez (*ἐπ' ἔλαττον*) son realizadas: un silogismo así es inútil (*ἄχρηστος*). Quizá es por esto por lo que Aristóteles rehúsa llamar a lo así obtenido un silogismo[43].

Este punto revela, más que ningún otro, un error capital en la silogística de Aristóteles, a saber, su no consideración de las proposiciones singulares. Es posible que un individuo, *Z*, vaya encaneciendo a medida que envejezca, y ello es realmente probable, aunque no necesario, ya que la tendencia natural es que así suceda. Es asimismo posible, aunque bastante improbable, que *Z* no llegue a encanecer. Lo que Alejandro dice acerca de los diferentes grados de posibilidad es verdadero cuando es aplicado a proposiciones singulares, pero se convierte en falso cuando se aplica a proposiciones universales o particulares. Si no hay ninguna ley general por la que todo hombre viejo encanezca, porque ello es meramente 'usual' y algunos hombres viejos no llegan a encanecer, entonces, desde luego, la última proposición es verdadera y por lo tanto posible, pero la primera es simplemente falsa, y desde nuestro punto de vista una proposición falsa no es ni posible ni contingentemente verdadera.

Tercero, de un modo válido con premisas posibles podemos obtener otros modos válidos reemplazando una premisa posible por la correspondiente contingente. Esta regla está basada en la fórmula 153, que establece que *Xp* es más fuerte que *Mp*, y es obvio que cualquier implicación seguirá siendo verdadera, si uno o más de sus antecedentes es reemplazado por un antecedente más fuerte. Así obtenemos, por ejemplo, de

126. *CMAbaCMAcbMAca* el modo 159. *CXAbaCXAcbMAca*

y de

128. *CMAbaCAcbMAca* el modo 160. *CXAbaCAcbMAca.*

Comparando los modos recusados 154 y 155 con los modos asertados 159 y 160, vemos que difieren solamente en la sustitución de *X* por *M* en la conclusión. Si examinamos la tabla de los modos silogísticos aristotélicos con premisas proble-

---

[42] *An. pr.* i. 13, 32^{b}4–21 *τὸ ἐνδέχεσθαι κατὰ δύο λέγεται τρόπους, ἕνα μὲν τὸ ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ γίνεσθαι καὶ διαλείπειν τὸ ἀναγκαῖον, οἷον τὸ πολιοῦσθαι ἄνθρωπον.... ἢ ὅλως τὸ πεφυκὸς ὑπάρχειν..., ἄλλον δὲ τὸ ἀόριστον, ὃ καὶ οὕτως καὶ μὴ οὕτως δυνατόν,... ἢ ὅλως τὸ ἀπὸ τύχης γινόμενον.* –(^{b}13) *ἀντιστρέφει μὲν οὖν καὶ κατὰ τὰς ἀντικειμένας προτάσεις ἑκάτερον τῶν ἐνδεχομένων, οὐ μὴν τὸν αὐτόν γε τρόπον, ἀλλὰ τὸ μὲν πεφυκὸς εἶναι τῷ μὴ ἐξ ἀνάγκης ὑπάρχειν..., τὸ δ' ἀόριστον τῷ μηδὲν μᾶλλον οὕτως ἢ ἐπείνως. ἐπιστήμη δὲ καὶ συλλογισμὸς' ἀπο δει κτικὸς τῶν μεν ἀορίστων οὐκ ἔστι διὰ τὸ ἄτακτον εἶναι τὸ μέσον, τῶν δὲ πεφυκότων ἔστι, καὶ σχεδὸν οἱ λόγοι καὶ αἱ σκέψεις γίνονται περὶ τῶν οὕτως ἐοδεχομένων.*

[43] Alejandro 169.1 *τῷ γὰρ ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον ἀποφατικῷ ἐνδεχομένῳ τὸ ἐπ' ἔλαττον καταφατικὸν ἀντιστρέφει.* –5 *τούτου δὲ κειμένου συλλογισμὸς μὲν ἔσται, οὐ μὴν χρήσιμόν τι ἕξων, ὡς αὐτὸς προεῖπε. διὸ καὶ ἐροῦμεν ταύτας τὰς συζυγίας... ἀχρήστους τε καὶ ἀσυλλογίστυς εἶναι.* –10 *ἴσως δὲ καὶ αὐτὸς τοῦτο ὑφορώμενος εἶπε τὸ 'ἢ οὐ γίνεται συλλογισμός'.* Compárese con la paráfrasis que hace W. D. Ross de este pasaje, loc. cit. página 326.

máticas, dada por Sir David Ross[44], nos servirá de útil regla saber que mediante esta pequeña corrección, *M* en la conclusión en lugar de *X*, todos esos modos se convierten en válidos. Solamente los modos obtenidos por conversión complementaria no pueden ser corregidos, y han de ser definitivamente recusados.

§62. Implicaciones filosóficas de la lógica modal

Puede parecer que la silogística modal aristotélica, aun corregida, no tenga ninguna aplicación útil a los problemas científicos o filosóficos. Pero en realidad, la lógica modal proposicional de Aristóteles es histórica y sistemáticamente de la mayor importancia para la filosofía. Todos los elementos requeridos para un sistema completo de lógica modal, pueden ser hallados en sus obras: la lógica modal básica y los teoremas de extensionalidad. Pero Aristóteles no pudo combinar estos elementos de un modo correcto. No conoció la lógica de proposiciones que fuera creada tras él por los estoicos; tácitamente aceptó el principio lógico de bivalencia, esto es, el principio de que toda proposición es o verdadera o falsa, mientras que la lógica modal no puede ser un sistema bivalente. Discutiendo la contingencia de una futura batalla naval, llega muy cerca de la concepción de una lógica polivalente, pero no da ningún relieve a esta gran idea, y por muchos siglos su sugerencia permaneció infructuosa. Gracias a Aristóteles pude hallar esta idea en 1920 y construí el primer sistema polivalente de lógica, en oposición a la lógica hasta ahora conocida, al que denominé 'lógica bivalente' introduciendo así un término comúnmente aceptado ahora por los lógicos[45].

Bajo la influencia de la teoría de las ideas de Platón, Aristóteles desarrolló una lógica de términos universales y estableció puntos de vista sobre la necesidad que fueron en mi opinión, desastrosos para la filosofía. Proposiciones que adscriben propiedades esenciales a los objetos, son, según él, no sólo factualmente, sino también necesariamente verdaderas. Esta distinción errónea fue el comienzo de una larga evolución que condujo a la división de las ciencias en dos grupos: las ciencias *a priori*, que constan de teoremas apodícticos, tales como la lógica y la matemática, y las *a posteriori* o empíricas, que constan sobre todo de afirmaciones asertóricas basadas en la experiencia. Esta distinción es, en mi opinión, falsa. No existe ninguna proposición apodíctica, y desde el punto de vista de la lógica no hay diferencia entre una verdad matemática y una empírica. La lógica modal puede ser descrita como una extensión de la lógica usual por la introducción de una afirmación 'más fuerte' y una 'más débil'; la afirmación *Lp* es más fuerte, y la problemática *Mp* más débil que la afirmación asertórica *p*. Si usamos las expresiones no comprometedoras 'más fuerte' y 'más débil' en lugar de 'necesario' y 'contingente', conseguiremos desembarazarnos de algunas asociaciones peligrosas conectadas con términos modales. La necesidad implica compulsión, la contingencia azar. Asertamos lo necesario, pues nos

---

[44] W. D. Ross, loc. cit., frente a la pág. 268; en la conclusión el índice *c* podría ser reemplazado en todo lugar por *p*.

[45] Véase J. Łukasiewicz 'Logika dwuwartósciowa' (Lógica bivalente) *Przeglad Filoszoficzny*, 23, Warszawa (1921). Un pasaje de este trabajo concerniente al principio de bivalencia fue traducido al francés por W. Sierpinski, 'Algebre des ensembles', *Monografie Matemayczne*, 23, pág. 2 Warszawa-Wroclaw (1951). Un apéndice de mi artículo en alemán, citado en pág. 137, nota 6, está consagrado a la historia de este principio en la antigüedad.

sentimos constreñidos a hacerlo así. Pero si $L\alpha$ es una firmación simplemente más fuerte que α, y α es verdadera, ¿por qué asertamos $L\alpha$? La verdad es suficientemente fuerte, no hay ninguna necesidad de tener una 'superverdad' más fuerte que la verdad.

El *a priori* aristotélico, es analítico, basado en definiciones, y las definiciones pueden ocurrir en cualquier ciencia. El ejemplo de Aristóteles 'El hombre es necesariamente un animal', basado en la definición de 'hombre' como un 'animal bípedo', pertenece a una ciencia empírica. Toda ciencia, desde luego, debe tener a su disposición un lenguaje correctamente construido y para este propósito las definiciones bien formadas son indispensables, por cuanto explican el significado de las palabras, pero no pueden reemplazar la experiencia. La afirmación analítica 'Yo soy un animal' hecha por un hombre –analítica porque 'animal' pertenece a la esencia de hombre– no suministra información útil, y puede resultar necia en comparación con la afirmación empírica 'Yo nací el 21 de diciembre de 1878'. Si tuviéramos necesidad de saber lo que la 'esencia' de hombre es –si existe algo semejante a 'esencia' en absoluto– no podríamos confiar en los significados de las palabras sino que deberíamos investigar los individuos humanos mismos, su anatomía, histología, fisiología, psicología, etc., y esta es una tarea sin fin. No es una paradoja decir aún hoy que el hombre es un ser desconocido.

Lo mismo es verdadero de las ciencias deductivas. Ningún sistema deductivo puede basarse en definiciones como en sus fundamentos últimos. Toda definición supone algunos términos primitivos, mediante los cuales pueden ser definidos otros términos, pero el significado de los términos primitivos ha de ser expuesto mediante ejemplos, axiomas o reglas basados en la experiencia. Lo verdadero *a priori* es siempre sintético. Ello no surge, sin embargo, de ninguna facultad misteriosa de la mente, sino de experiencias muy simples que pueden ser repetidas en cualquier momento. Si sé por inspección que una determinada urna contiene solamente bolas blancas, puedo decir *a priori* que sólo bolas blancas pueden ser sacadas de ella. Y si la urna contiene bolas blancas y negras y se hacen dos extracciones, yo puedo pronosticar *a priori* que sólo pueden ocurrir cuatro combinaciones posibles: blanca-blanca, blanca-negra, negra-blanca y negra-negra. En experiencias semejantes se basan los axiomas de la lógica y la matemática. No hay ninguna diferencia fundamental entre ciencias *a priori y a posteriori.*

Mientras el tratamiento que hace Aristóteles de la necesidad es, en mi opinión, un fracaso, su concepto de posibilidad ambivalente o contingencia es una idea importante y fructífera. Pienso que puede ser aplicada con fortuna para refutar el determinismo.

Por determinismo entiendo una teoría que establece que si un evento E acaece en el momento t, entonces es verdadero en cualquier momento anterior a t que E acaece en el momento t. El argumento más fuerte en defensa de esta teoría se basa en la ley de causalidad que establece que todo evento tiene una causa en algún evento anterior. Si es así, parece que sea evidente que todo evento futuro tiene causas que existen hoy, y existieron desde la eternidad, y por lo tanto todo está predeterminado.

La ley de causalidad, sin embargo, entendida en su plena generalidad debería ser considerada como una hipótesis simplemente. Es cierto, sin duda, que los astrónomos, apoyándose en algunas leyes que se sabe que regulan el universo, pueden predecir con años de antelación las posiciones y movimientos de cuerpos celestes con precisión considerable. Justamente en el momento en que acabé de escribir la

sentencia anterior, una abeja pasó zumbando cerca de mi oreja. ¿He de creer que también este evento ha sido predeterminado desde toda la eternidad y por algunas leyes desconocidas que gobiernan el universo? Aceptar esto parecería más abandonarse a una especulación arbitraria, que apoyarse en aserciones científicamente verificables.

Pero aunque yo acepte la ley de causalidad como generalmente verdadera, el argumento dado anteriormente no es concluyente. Podemos aceptar que todo evento tiene su causa, y nada acaece por azar, y sin embargo la cadena de causas que producen un evento futuro, aunque infinita, no alcanza el momento presente. Esto puede explicarse por una analogía matemática. Denotemos el momento presente por 0, el momento del evento futuro por 1, y los momentos de sus causas por fracciones mayores que $\frac{1}{2}$. Como no existe ninguna fracción mínima que sea mayor que $\frac{1}{2}$, todo evento ha tenido una causa en un momento anterior, pero la cadena total de estas causas y efectos tiene un límite en el momento $\frac{1}{2}$, posterior a 0.

Podemos aceptar, por tanto, que la batalla naval aristotélica de mañana, aunque tendrá una causa que a su vez tendrá una causa y así sucesivamente, no tiene una causa hoy. Similarmente podemos aceptar que nada existe hoy que impidiese que mañana hubiera una batalla naval. Si la verdad consiste en la conformidad del pensamiento con la realidad, podemos decir que son verdaderas hoy aquellas proposiciones que están conformes con la realidad de hoy o con la realidad futura en cuanto que están predeterminadas por causas qe existen hoy. Como la batalla naval de mañana no es real hoy, y su existencia o no existencia futura no tiene ninguna causa real hoy, la proposición 'Mañana habrá una batalla naval" no es hoy ni verdadera ni falsa. Podemos decir sólo: 'Mañana puede haber una batalla naval' y 'Mañana puede que no haya una batalla naval'. La batalla naval de mañana es un evento contingente, y si existen tales eventos, el determinismo queda refutado.

INDICE DE MATERIAS

A, funtor constante, significa "todo-es" o "pertenece a todo", pp. 23, 70.

Aaa, axioma, pp. 7-8; ley silogística de identidad independiente de otras tesis, p. 47; comparada con la ley proposicional de identidad, p. 48; usada por Aristóteles en una demostración pero no establecida explícitamente, p. 124, n. 33.

Aab, significa "todo *a* es *b*" o "*b* pertenece a todo *a*", p. 70.

Ab esse ad posse valet consequentia, conocida por Aristóteles pero no formulada explícitamente, p. 114, n. 9.

Ab aportere ad esse valet consequentia, conocida por Aristóteles pero no formulada explícitamente, p. 114.

Ad falsum sequitur quodlibet, p. 147.

ἀδύνατον, imposible, p. 112.

Aenesidemo, p. 56, 56 n. 41.

Afirmación, "más fuerte" y "más débil", p. 167.

Alejandro, sobre definición de premisa, p. 15, n. 14; en premisas indefinidas, p. 16, n. 16; en variables, p. 18, n. 22; la validez de los modos no depende de la forma de las variables, p. 19 n. 26; su prueba de conversión de la premisa *E*, p. 19, n. 30; en argumentos metodológicamente no conclusivos de los estoicos, p. 23 n. 42; en la formulación de los silogismos con "pertenecer" y "ser", p. 25, n. 45; en el formalismo de los estoicos, p. 26, n. 49; conoce la ley de identidad *Aaa*, p. 27, n. 1; cita los silogismos como reglas de inferencia, p. 27, n. 3; en la edición de Teofrasto de cinco modos a la primera figura, p. 32, n. 12; su definición de la primera figura difiere de la de Aristóteles, p. 32 n. 14; ¿existe en la segunda figura un término mayor y uno menor φύσει?, p. 35, n. 20 y n. 21; su polémica contra la definición de Herminio del término mayor, p. 35, n. 22; su propia definición del término mayor, p. 26, n. 24; θέσις de términos en las tres figuras, p. 37, nn. 29-31; llama a los silogismos perfectos ἀναπόδεικτοι, p. 45, n. 2; sobre la equivalencia de *Oab* y *NAab*, p. 47, n. 10; explica la prueba por ecthesis de la conversión de la premisa *I*, p. 57, n. 44; atribuye un carácter perceptual a las pruebas por ecthesis, p. 58, n. 45; su crítica a la prueba por ecthesis de Darapti, pp. 59-60, nn. 49-50; sobre la prueba de Bocardo por ecthesis, p. 62, n. 54; atribuye el "teorema sintético" a Aristóteles, p. 61, n. 53; mal interpreta la recusación, p. 63, n. 57; su polémica con Herminio sobre la recusación, p. 64, n. 59; sobre la diferencia de las premisas categóricas e hipotéticas, p. 111, n. 7; establece una regla general por la que la existencia implica posibilidad pero no a la inversa, p. 114, n. 10; dice que la necesidad implica existencia pero no a la inversa, p. 114, n. 12; asimila la definición aristotélica de contingencia a la de posibilidad, p. 118, n. 19; su definición de posibilidad dilucidada en el campo de la lógica modal básica-*L*, p. 118; sobre necesidad silogística, p. 121, n. 27; familiarizado con la lógica de la escuela megárico-estoica, p. 123; su interpretación de la implicación necesaria, p. 123, n. 31; cita a Teofrasto sobre el significado de necesidad, p. 126, n. 37; en la distinción aristotélica entre necesidad simple y condicional, p. 126, n. 40; su definición de contingencia, p. 129, n. 46 y p. 159; sobre la controversia en torno a los modos con premisas mixtas, pp. 151, n. 8; 152, nn; 10-12; 154, n. 15; sus escritos perdidos, p. 152, n. 12; sobre la doctrina de Teofrasto concerniente a la convertibilidad de proposiciones contingentes universales negativas, p. 163, nn. 33-36; sobre la doctrina de Aristóteles acerca de los dos significados ontológicos de contingencia, p. 166, n. 43.

ἄμεσος πρότασις, véase premisa inmediata.

Amonio, sobre la relación de la lógica con la filosofía, p. 22, n. 40; escolio preservado con sus fragmentos, p. 41.

ἀναγκαῖον, necesario, p. 112.

ἀνάγκη, *véase* necesidad silogística.

Analíticos, Primeros, una hipótesis de Bocheński, p. 32; la silogística modal probablemente fuera insertada más tarde, p. 111, n. 6; una hipótesis de Gohlke, p. 112.

Anerkennen, distinción de Brentano de "anerkennen" y "verwerfen", p. 83, n. 9.

Antecedente de una implicación, p. 70.
ἀπαγωγὴ εἰς τὸ ἀδύνατον, *véase reducción ad impossibile.*
A priori, la distinción entre las ciencias *a priori* y las ciencias *a posteriori* discutida y criticada, pp. 167-9.
Apuleio, censurado por Waitz por cambiar el orden de las premisas, p. 36, n. 27.
ἄρα, *véase* por consiguiente.
Argumentos, por sustitución, p. 20; no-metodológicamente concluyentes de los estoicos, p. 23, n. 42; ἐξ ὑποθέσεως, p. 55.
Aristóteles, formula todos los silogismos como implicaciones, pp. 14, 27-28, 116; su definición de "premisa", p. 15, n. 7; su definición de "término", p. 15, n. 9; ὅρος diferente de *Begriff* y definición (ὁρισμός), p. 15, n. 10; su división de premisas, p. 15, n. 11; su definición de términos universales y singulares, p. 15, n. 12; trata las premisas indefinidas como particulares, p. 16, n. 15; omite los términos vacíos y los singulares en la silogística, p. 15; por qué omite los términos singulares, pp. 16-17; su división de cosas es una división de términos, p. 16; su lógica no está influida por la filosofía de Platón, p. 17; introduce variables en su lógica, p. 18; su término para la necesidad silogística corresponde a un cuantificador universal, pp. 21, 78, 120-121; su lógica es formal, pp. 21-23; no contaminado de psicologismo, p. 22; no es formalista, p. 24; su formulación de los silogismos es a menudo inexacta, p. 25; ejemplos de inexactitudes, p. 25, n. 46; su división de las figuras silogísticas, p. 29, n. 5; acepta como principio de división la posición del término medio en las premisas, p. 29, n. 6; omite en su división los modos de la cuarta figura, p. 29; conoce y acepta todos los modos de la cuarta figura, pp. 31, n. 9; 31, n. 10; da indicaciones prácticas de cómo encontrar premisas para una conclusión dada, p. 30, n. 7; define erróneamente los términos medio, mayor y menor en la primera figura, p. 33, nn. 15-16; da una definición correcta de término medio para todas las figuras, p. 34, n. 18; no fija el orden de las premisas, pp. 37, 38, nn. 32-39; acepta los modos perfectos de la primera figura como axiomas, p. 46; no establece el *dictum de omni et nullo* como el principio de la silogística, p. 48; reduce todos los modos imperfectos a los modos universales de la primera figura, p. 46, n. 8; su reducción significa prueba, p. 46; su teoría de la prueba es insatisfactoria, p. 46; usa leyes de la lógica proposicional intuitivamente en las pruebas de los modos imperfectos, p. 49; conoce la ley de transposición, p. 49, n. 18; y la ley del silogismo hipotético, p. 50, n. 19; recusa erróneamente una tesis de lógica proposicional, p. 50, n. 20; su prueba por conversión implica leyes de lógica proposicional, pp. 51-53; su prueba dada usualmente de Baroco y Bocardo es insatisfactoria y no es una prueba por *reductio ad impossibile,* pp. 53-54; su caracterización de la prueba por *reductio ad impossibile,* p. 54, n. 30; da una prueba correcta de Baroco y Bocardo implicando leyes de la lógica proposicional, p. 55, n. 35; no comprende los argumentos ἐξ ὑποθέσεως, p. 55; da pruebas por ecthesis para la conversión de premisas-*I,* p. 57, n. 43; para Darapti, p. 59, n. 48; para Bocardo, p. 60, n. 52; su prueba por ecthesis puede ser explicada como un cuantificador existencial, pp. 58-62; rechaza formas silogísticas inválidas mediante la ejemplificación con términos concretos, pp. 62-3, n. 56; emplea una regla de rechazamiento, p. 65, n. 60; su silogística está tergiversada por algunos lógicos matemáticos, p. 110; por qué su lógica modal es poco conocida, p. 112; su silogística modal tiene muchos defectos, p. 112; presupone una lógica modal de proposiciones, p. 112; sus cuatro términos modales, p. 112; erróneamente aserta que la posibilidad implica la no-necesidad, p. 113, n. 3; acepta que la necesidad implica posibilidad, p. 113; da correctamente la relación entre posibilidad y necesidad, p. 113, n. 6; y la que hay entre necesidad y posibilidad, p. 113, n. 7; conoce los dos principios escolásticos de lógica modal pero no los formula, p. 114; presupone la existencia de proposiciones apodícticas asertadas, pp. 115, 120; sus leyes de extensionalidad para funtores modales, p. 116, nn. 14-16; su prueba de la ley-*M* de extensionalidad, p. 118, n. 17; su definición de contingencia, pp. 118, 128, n. 45; distingue entre necesidad simple y necesidad condicional, p. 120, n. 21; erróneamente afirma que nada se sigue necesariamente de una sola premisa, p. 120, n. 23; omite el signo de necesidad en los modos válidos, p. 122; su doctrina concerniente a la conexión necesaria entre términos, p. 124; su principio de necesidad, pp. 126, n. 36; 127, n. 41; su defensa del punto de vista indeterminista, p. 129, nn. 47-48; dos dificultades de importancia en su lógica modal proposicional, p. 13; las dificulta-

des de su silogística modal pueden ser explicadas sobre la base del sistema tetravalente, p. 139; su aceptación de proposiciones apodícticas asertadas a la luz del sistema tetravalente de lógica modal, pp. 139-140; su aceptación de proposiciones contingentes asertadas a la luz del sistema tetravalente de lógica modal, pp. 143-146; su silogística modal tiene menos importancia que su silogística asertórica, p. 149; establece leyes de conversión para proposiciones apodícticas, p. 149, n. 1; sus silogismos con dos premisas apodícticas son análogos a los que tienen las dos asertóricas, p. 150, n. 4; su doctrina sobre los modos con una premisa apodíctica y la otra asertórica, pp. 150-3; y su crítica por Teofrasto y Eudemo, pp. 151-152, 154; su controversia con Teofrasto a la luz del sistema modal aceptado, pp. 154-156; olvida los modos con premisas posibles, p. 156; distingue dos sentidos de ἐνδέχεσθαι, pp. 156-7, n. 18; trata las leyes de conversión para proposiciones posibles con negligencia, p. 157; su observación introductoria del silogismo problemático, p. 158, n. 22; niega la convertibilidad de proposiciones contingentes universales negativas, p. 159, n. 23; su doctrina de la "conversión complementaria", p. 160, n. 25; su definición de contingencia vincula la convertibilidad de las proposiciones contingentes universales negativas, p. 160; su doctrina acerca de la convertibilidad de proposiciones contingentes criticada desde el punto de vista de la lógica modal básica, pp. 159-162; sus modos con premisas y conclusiones contingentes son erróneos, pp. 164-5; sus modos por "conversión complementaria" deben ser recusados, pp. 165, 166; considera erróneamente las proposiciones singulares, p. 166; su lógica modal proposicional en contraste con su silogística modal, es importante para la filosofía, p. 167; tácitamente acepta el principio de bivalencia, p. 167; está cerca de la concepción de una lógica polivalente, p. 167; su punto de vista acerca de la necesidad ha sido desastroso para la filosofía, p. 167; su definición de contingencia es errónea, p. 166; pero su concepto de contingencia es fructífero, p. 168.

ἀρχή, verdad básica, p. 45.

Aserción, introducida por Frege, aceptada en los *Principia Mathematica*, p. 83.

Averroes, en la cuarta figura de Galeno, p. 41.

Axiomas, de la teoría de la deducción, p. 72; de la silogística, p. 78; de lógica modal básica, p. 115; de la teoría de la identidad, p. 124; del sistema-*C-N-p*, verificado por una matriz, p. 131; del sistema-*C-N-δ-p*, p. 134; del sistema-*C-O-δ-p*, p. 134, n. 3; del sistema tetravalente de lógica modal, p. 138.

ἀξίωμα, término estoico para una proposición, p. 74, n. 6.

Barbara, axioma, p. 78; silogismo perfecto, p. 46; formulado por Aristóteles, p. 14; con premisas transpuestas y sin el signo de necesidad, p. 20, n. 34; su fragilidad en el sistema, p. 83; equivale a una fórmula puramente implicacional, p. 150.

Barbari, tesis, p. 81.

Baroco, tesis, p. 83; formulado por Aristóteles con las premisas transpuestas, p. 38, n. 38; su prueba insatisfactoria por *reductio ad impossibile*, pp. 53-54; cómo puede ser probado por *reductio ad impossibile*, p. 54; la prueba correcta dada por Aristóteles, p. 55, n. 35; con dos premisas apodícticas, puede ser probado por ecthesis, p. 150.

Base, de la silogística, p. 88; no es suficiente sin la regla de rechazamiento de Slupecki, p. 88.

Batalla Naval, pp. 127, 129, 144, 146, 169.

Becker, A., pp. 128, n. 44; 149, n. 2; 162, n. 32.

Bekker, I., p. 30, n. 7.

Bivalencia, principio de, p. 74; tácitamente aceptado por Aristóteles, p. 167; Lukasiewicz en su historia en la antigüedad, p. 167, n. 45.

Bocardo, tesis, p. 83; formulada por Aristóteles con las premisas traspuestas, pp. 37, 60, n. 52; probado por él por ecthesis, p. 60; su prueba mediante cuantificación existencial, pp. 61-2; la prueba posterior en forma simbólica, pp. 76-77; con dos premisas apodícticas, puede ser probado por ecthesis, p. 150.

Bochenski, I. M., su hipótesis sobre la composición de los *Analíticos Primeros*, p. 32.

Boehner, Ph., p. 161, n. 30.

Bramantip, tesis, p. 81; denominado por Aristóteles ἀντεστραμμένος συλλογισμός, pp. 30, n. 7; 30, probado por él, p. 31, n. 10.

C, signo de implicación "si – entonces", p. 70; su matriz bivalente, p. 131; su matriz tetravalente, pp. 132, 139; su matriz octovalente, p. 147.

Cadena, p. 105.

Cálculo clásico de proposiciones, preservado en toda lógica modal, p. 138; algunos de sus principios opuestos al primero entonces universalmente aceptado, pp. 146-147; véase también teoría de la deducción.
Camenes, tesis, p. 82; probado por Aristóteles, p. 31, n. 10.
Camenop, tesis, p. 82.
Camestres, tesis, p. 82; formulado por Aristóteles con las premisas transpuestas, p. 38, n. 37.
Camestrop, tesis, p. 82.
Celarent, tesis, p. 82.
Celaront, tesis, p. 82.
Cesare, tesis, p. 82.
Cesaro, tesis, p. 82.
Ciceron, p. 74, n. 6.
Clavio, comentario sobre Euclides, p. 72; ley o principio, pp. 72, 136.
Conexión necesaria, de proposiciones, páginas 119-122; de términos, p. 124.
Conjunción, definición de, p. 73; su definición como función de verdad, p. 74.
Conmutación, ley de, pp. 74, 79, 93.
Consistencia de la silogística, prueba de, p. 79.
Contingencia, definida por Aristóteles, páginas 118, 128, n. 45; 159; definida por Alejandro, p. 129, n. 46; la definición de Aristóteles conduce a dificultades, p. 143; *X*-contingencia y ϒ-contingencia definidas dentro del sistema modal tetravalente, pp. 144-145; la ley de "doble contingencia", p. 146; dos sentidos ontológicos de, distinguidos por Aristóteles, p. 166, n. 42; discusión de Alejandro de esta distinción, p. 166, n. 43; la idea aristotélica de, fructífera, p. 168.
Contingencias gemelas, p. 145.
Conversión, complementaria, explicada, página 160; no puede ser admitida, p. 164.
Conversión del silogismo, p. 55.
Conversión de premisas-*A*, tesis, p. 81; erróneamente considerado como una equivocación, p. 110.
Conversión de premisas-*E*, tesis, p. 81; probada silogísticamente por Alejandro, p. 19.
Conversión de premisas-*I*, tesis, p. 80; probada por Aristóteles por ecthesis, p. 57, n. 43; probada por cuantificación existencial, pp. 58-59; la última prueba en símbolos, pp. 75-76.
Conversión de premisas-*O*, inválida, p. 20, n. 35.
Conversión de proposiciones apodícticas, análoga a la de las asertóricas, p. 149, n. 1.
Copleston, Fr., S. J. p. 13, n. 1.
Couturat, L., p. 107, n. 3.
Cpp, ley proposicional de identidad, diferente de *Aaa*, p. 48; deducida dentro del sistema-*C-N*-δ-*p*, p. 134.
Cpq, significa implicación "si *p* entonces *q*", p. 70.
Crisipo, p. 74, n. 6.
Cuadro de oposición, no mencionado en los *Analíticos*, pp. 27, 45.
Cuarta figura, omitida por Aristóteles, p. 32; sus modos aceptados por Aristóteles, p. 32; no fue inventada por Galeno, p. 43; criticadas las opiniones de Prantl y Maier, pp. 38, 39.
Cuantificadores, universal denotado por Π̂, existencial denotado por Σ, p. 75; reglas de cuantificación existencial, p. 59; reglas de cuantificación universal, p. 77; la cuantificación universal corresponde a la necesidad silogística, pp. 21, 78; la cuantificación existencial puede ser probada por ecthesis, pp. 58-62; la cuantificación universal puede ser omitida cuando va a la cabeza de fórmulas asertadas, p. 121.
Cuantificación existencial, explicada pp. 58, 75; reglas de, p. 59; usada en pruebas por ecthesis, pp. 58-62.

δ-expresión, el método de verificación, p. 35.
δ-definición, explicada, pp. 135-137; δ-definición de *H*, p. 135; δ-definición de *L* y *M*, p. 138; δ-definición de *X* y ϒ, p. 144.
δ-funtor variable de una variable proposicional, su rango de valores explicado, p. 133.
Darapti, tesis, p. 81; probada por Aristóteles por ecthesis, p. 59, n. 48; puede ser probado mediante cuantificación existencial, p. 60.
Darii, tesis, p. 81; silogismo perfecto, p. 46; formulado por Aristóteles con las premisas transpuestas, p. 38, n. 36.
Datisi, axioma, p. 78; formulado por Aristóteles con las premisas transpuestas, p. 37, n. 34.
Decisión, problema de, resuelto para el sistema-*C-N-p* de la teoría de la deducción, pp. 96-101; para la silogística, pp. 103-107.
Deducción de leyes silogísticas, pp. 80-83.
Definición, dos modos de definir funtores, p. 73; en los *Principia Mathematica*, pp. 135-136; en el sistema de Leśniewski, p. 135, en el sistema-*C-N*-δ-*p* pp. 136-137; véase también δ-definición.
De Morgan, A., p. 161, n. 30.
Determinismo, refutación de, pp. 168-9.
Diagramas de Euler, aplicado a un sistema

de silogística no aristotélico, p. 86; al problema de expresiones indecidibles, p. 89.
Dictum de omni et nullo, no es un principio de la silogística, p. 47; no fue formulado por Aristóteles, p. 48.
Dimaris, tesis, p. 81; probado por Aristóteles, p. 31, n. 10.
Disamis, tesis, p. 81; formulado por Aristóteles con premisas transpuestas, p. 18, n. 20; probado por él mediante la conversión de la conclusión de Darii, pp. 52-53.
Duns Escoto, ley o principio de, pp. 72, 115, 134, 136; su principio no es una tautología, p. 137.
δυνατόν, posible, p. 112.

E, funtor constante, significa "no – es" o "no pertenece a", pp. 23, 70.
Eab, significa "*a* no es *b*" o "*b* no pertenece a *a*", p. 70.
Ecthesis, explicada mediante cuantificadores existenciales, p. 58; prueba por ecthesis, pp. 57-62; Alejandro le atribuye un carácter perceptible, pp. 58, n. 45; 59, n. 49; 60, n. 50; 62, n. 55.
Enciclopedia británica, 11.ª edición, sobre la lógica de los estoicos, p. 49.
ἐνδέχεσθαι, su uso ambiguo en Aristóteles, p. 157, nn. 18-20.
ἐνδεχόμενον, contingente, p. 112, véase contingencia.
Equivalencia, de *Eab* y *NIab,* p. 78; diferente de la equivalencia deductiva, p. 95.
Equivalencia deductiva, relativa a algunas tesis, p. 93; definida, p. 110; diferente de la equivalencia ordinaria, p. 110; exige la recusación, pp. 95-96.
Estoicos, en el cambio de términos equivalentes, p. 26, n. 49; su lógica es formalista, p. 26; su lógica es una lógica de proposiciones, pp. 49, 167; un sistema de reglas de inferencia, p. 49; mal interpretados por los comentaristas modernos, p. 49; denota variables mediante números ordinales, p. 56, n. 40; uso de οὐχί como negación proposicional, p. 71, n. 1; adoptan la definición de Filón de implicación, p. 74; establecen el principio de bivalencia, p. 74, n. 6; *modus ponens,* el primer silogismo indemostrable de los estoicos, p. 26; los silogismos indemostrables segundo y tercero, p. 56; su prueba de la ley compuesta de transposición; la lógica de la escuela Megárico-estoica bien conocida por Alejandro, p. 123.
Euclides, emplea la ley de Clavio, p. 50.
Eudemo, pp. 41, n. 53; 112, 126, 141, 151, n. 8, 152, 154, 157, 158, 163, n. 33.
Ex mere negativis nihil sequitur, no es generalmente verdadera, p. 90 conectada con la regla de Slupecki de rechazamiento, p. 90.
Exportación, ley de, pp. 77, 79, 150.
Exposición, véase ecthesis.
Expresión, significativa, p. 73; elemental, p. 90; simple, p. 90.
Expresión significativa, definida inductivamente, p. 73.
Expresiones simples de la silogística, recusada, p. 103.
Expresión cuantificada, explicada, p. 75.
Expresiones indecidibles, p. 88; infinitas en número, p. 90.
Expresiones rechazadas, denotadas por un asterisco, pp. 84, 114.
Extensionalidad, ley de, para funtores modales, pp. 116, nn. 14-16, 116, 119, 122; ley general de, p. 116; ley-*M* de, probada por Aristóteles y por Alejandro, pp. 118-119.

Factor, principio del, pp. 51-52.
Felapton, tesis, p. 82; formulada por Aristóteles con premisas transpuestas, p. 19, n. 28.
Ferison, tesis, p. 82.
Fesapo, tesis, p. 82; probado por Aristóteles, p. 31, n. 9.
Festino, tesis, p. 82; probada por Aristóteles, p. 51, n. 24.
Figuras de los silogismos, la división en figuras tiene un fin práctico, p. 29; descripción de las tres figuras aristotélicas, página 29, n. 5; la posición del término medio en las premisas es el principio de división de las figuras, p. 29, n. 6; crítica de la opinión de Maier, pp. 36-39.
Filón de Megara, definió la implicación como una función de verdad, pp. 77, n. 7, 122-123, 131.
Filopono, Juan, sobre la importancia de las variables, p. 18, n. 23; usa ὑποβάλλειν para denotar sustitución, p. 18; su definición de término mayor y menor, p. 36, n. 25; la segunda figura tiene un término mayor y menor por convención, p. 36, n. 26.
Forma, del silogismo aristotélico, pp. 13-14; de pensamiento, p. 21; del silogismo como opuesta a su materia, p. 22; consiste en un número y disposición de variables y de constantes lógicas, p. 23.
Formalismo, pp. 24-26.
Frege, G., fundador de la lógica proposicional moderna, p. 49; introduce la aserción en lógica, p. 83.
Fresisón, tesis, p. 82; probada por Aristóteles, p. 31, n. 9.

Función modal, p. 113.
Función proposicional, p. 83.
Funtor, de la silogística, 70; modal, 113; variable, introducido en la lógica proposicional por Leśniewski, p. 133; el significado de la expresión simple con un funtor variable de un argumento proposicional, pp. 133-134.
Funtor constante, aristotélicos: *A, E, I, O,* p. 70; proposicionales: *C, K, N,* p. 70, *Q,* pp. 93, 114, n. 8; *H,* p. 135; proposicional de un argumento: *V, S, N, F,* p. 135; modales: *L, M,* p. 134; *T,* página 128; *W,* p. 142; *X,* ϒ pp. 144-145; de identidad: *J,* p. 124.
Funtor modal, p. 113; diferente de cualquiera de los cuatro funtores del cálculo bivalente, p. 137; toda combinación de, reducible a cuatro combinaciones irreducibles, p. 147.

Galeno, divide los silogismos compuestos de cuatro términos en cuatro figuras, pp. 40-42.
Gerhardt, p. 126, n. 38.
Gohlke, P., su hipótesis acerca de la composición de los *Analíticos Primeros,* p. 112, n. 1.

H, signo de alternancia, "o – o", su definición, p. 136; su δ-definición, p. 135.
Herminio, modifica la definición aristotélica de término mayor, p. 35, n. 22; interpreta mal la recusación, p. 64, n. 59.
ὕλη, materia del silogismo como opuesta a su forma, p. 22.
ὑποβάλλειν, término usado por Filopono para la sustitución, p. 18.

I, funtor constante, significa "algún – es" o "pertenece a algún", pp. 23, 70.
Iaa, ley de identidad, axioma, p 78.
Iab, significa "algún *a* es *b*" o "*b* pertenece a algún *a*", p. 70.
Identidad, leyes de, silogísticas *Aaa* e *Iaa,* p. 78; proposicional, p. 48; principio de, p. 124; principio apodíctico de, p. 125; axioma de la teoría de, p. 124; ley de, analítica, p. 124; la ley de, usada por Aristóteles en una demostración, p. 124, n. 34.
Implicación, "si *p,* entonces *q*", p. 70; definida como una función de verdad por Filón de Megara, pp. 77, 122, 131; su relación con la correspondiente regla de inferencia, pp. 28-29.
Implicación estricta, p. 122.
Implicación material, definida por Filón de Megara, pp. 122-123.
Importación, ley de, pp. 76, 150.
Independencia, prueba de independencia de axioma de la silogística, pp. 75-76.
Inexactitudes, de formulaciones aristotélicas, p. 25, n. 46.
Inferencia, no es una proposición, p. 27.
Interpretación aritmética de la silogística, pp. 107-110.
Italo, Juan, p. 41, n. 54.

K, signo de conjunción "y", p. 70; su matriz tetravalente, p. 144.
Kalbfleisch, K., p. 41.
Kant, I., p. 111.
Kapp, E., p. 13, n. 1; crítica de Prantl, p. 15, n. 10.
Keynes, J. N., en proposiciones singulares, p. 16, n. 17; en el término mayor y menor, p. 34, n. 19; en reducción de los silogismos a la primera figura, p. 46; en *dictum de omni et nullo,* p. 48.
Kochalsky, p. 56, n. 41.
Kpq, conjunción, significa "*p* y *q*", p. 70; su definición a partir de *C* y *N,* p. 73; definido como una función de verdad, p. 74.

L, funtor constante, significa "es necesario que", p. 113; su matriz en el sistema modal tetravalente, p. 139.
Ley asociativa de adición, sin paréntesis, p. 71.
Ley compuesta de transposición, conocida por Aristóteles, pp. 54-55; probada por los estoicos como una regla de inferencia, p. 56, n. 41.
Ley conmutativa de la conjunción, p. 58; formulada en símbolos, p. 76.
Ley-*M* de extensionalidad, más fuerte, permite establecer la teoría del silogismo con premisas posibles, p. 158.
Leyes, de la teoría de la deducción: de conmutación, p. 74; ley conmutativa de la conjunción, p. 58; ley compuesta de transposición, p. 55; de exportación, pp. 77, 79, 150; de importación, pp. 76, 150; del silogismo hipotético, p. 51; de identidad, p. 48; de Clavio, pp. 72, 136; de Duns Escoto, pp. 72, 115, 134, 136; de De Morgan o de Ockham, p. 161, n. 30; de la silogística, pp. 80-83; de extensionalidad para funtores modales: en sentido amplio, pp. 116-117; estricto, pp. 116-117; en una interpretación más fuerte, pp. 117, 122; en una interpretación más débil, pp. 120, 122; para *L* y *M,* en la interpretación más fuerte, deducible en el sistema tetravalente de lógica modal, pp. 139-140; de identidad: usada por Aristóteles pero no establecida explícitamente, p. 124, n. 34; su carácter analítico, p. 124; de "doble contingen-

cia", p. 146; de contradicción y exclusión del término medio para la *X*-contingencia y ϒ-contingencia, p. 145.
Leyes aritméticas, comparadas con las silogísticas por los estoicos, p. 23.
Leibnitz, G. W., su interpretación aritmética de la silogística, pp. 107-110; cita una formulación del principio de necesidad, p. 126.
Leśniewski, S., una tesis de su prototética, p. 130; introduce funtores variables en la lógica proposicional, p. 133; su regla para verificar expresiones con funtores variables de argumentos proposicionales, p. 135; su método de escribir definiciones, p. 135.
Lewis, C. I., introduce la "implicación estricta" en la lógica simbólica, p. 122; su implicación estricta difiere de la implicación necesaria de Alejandro, p. 123; criticado un detalle en su sistema modal, pp. 145-146.
Línea de derivación, p. 73.
Lógica, su relación con la sicología, pp. 21-22; con la filosofía, p. 22; la lógica de Aristóteles es una teoría de los funtores *A, E, I, O*, p. 23.
Lógica de proposiciones, diferente de la lógica de términos, p. 48; inventada por los estoicos, p. 49; en su forma moderna fue fundamentada por Frege, p. 49.
Lógica modal, de proposiciones, presupuesta por cualquier lógica de términos, p. 112; sus fórmulas fundamentales, p. 113-114; dos principios escolásticos de, pp. 114-115; básica, p. 115; sistema tetravalente de, expuesto en, pp. 137-139; sistema trivalente de, insatisfactorio, pp. 137, n. 6; 137; sistema octovalente de, bosquejado, p. 147; sistema de infinitos valores de, p. 148.
Lógica modal básica, definición de, p. 115; axiomas de, p. 115; es un sistema modal incompleto, p. 115.
Lukasiewicz, I., axiomas de la silogística, pp. 47, n. 1; 80, n. 8; lógica de los estoicos, p. 49, n. 15; su sistema de lógica modal, p. 112, n. 2; funtores variables, p. 133, n. 2; un sistema tetravalente de lógica modal, p. 137, n. 6; sobre un problema de la silogística modal de Aristóteles, p. 150, n. 5; el principio de bivalencia, p. 167, n. 45.

M, funtor constante, significa "es posible que", p. 113; su matriz en el sistema tetravalente modal, p. 167; su funtor "gemelo", pp. 141-43.
Maier, H., interpreta erróneamente la necesidad silogística, pp. 21, n. 36; 21, n. 37; su especulación filosófica en su refutación subjetiva, p. 21; no distingue el silogismo aristotélico del tradicional, p. 28, n. 4; acepta la definición errónea de Aristóteles de término mayor, menor y medio, p. 33, n. 17; considera inmutable el orden de las premisas, p. 36, n. 28; acepta la relación extensional de términos como el principio de división de los silogismos en figuras, pp. 39-40; acepta una cuarta figura con sólo dos modos, p. 40; cree en la existencia de un principio de la silogística, p. 48; no comprende la lógica de los estoicos, p. 49; no conoce la implicación "si no-*p* entonces *p*", p. 50; acepta la interpretación de Alejandro de las pruebas por ecthesis, p. 58, n. 46; no conoce las pruebas por recusación, p. 63.
Matriz, bivalente, para el sistema-*C-N-p*, p. 131; tetravalente, para el mismo, p. 132; bivalente, para los cuatro funtores de un argumento, p. 135; tetravalente, adecuado para *C, N, M, L*, p. 139; tetravalente, para *W*, p. 142; tetravalente, para *K*, p. 144; tetravalente, para *X* y ϒ, p. 145; octovalente, para *C, N, M*, p. 147.
Meredith, C. A., número de figuras y modos para *n* términos, p. 43; ampliado el sistema del cálculo proposicional, pp. 133, 134, n. 3.
Método de matrices, explicado, pp. 131-133; conocido de Lukasiewicz por Peirce y Schröder, p. 137; método de "multiplicación" de matrices explicado, pp. 132-133.
Modos, con dos premisas apodícticas, páginas 149-150; con una apodíctica y una asertórica, pp. 150-153; con premisas posibles, tratados negligentemente en favor de los modos con dos premisas contingentes, p. 156; con una premisa problemática y una apodíctica, origina una conclusión apodíctica, p. 193; con premisas contingentes, probablemente no encuentra una aplicación provechosa, p. 164; con premisas problemáticas, un método para corregirlas, p. 167; obtenidos por conversión complementaria, deben ser recusados.
Modus ponens, primer indemostrable de los estoicos, p. 26; regla de separación, pp. 24, 73.
Mutschmann, p. 56, n. 41.

N, signo de negación "no es cierto que" o "no", p. 70.
Necesidad, su relación con la posibilidad expresada simbólicamente, p. 113; simple y condicional, pp. 120, n. 21; 126-127; hi-

potética, p. 126; principio de Aristóteles de, pp. 126-128; principio de, interpretado como una regla, pp. 127-128; punto de vista de Aristóteles sobre, desastroso para la filosofía, p. 167; véase necesidad silogística.
Necesidad silogística, su signo es a veces omitido por Aristóteles, p. 30, n. 34; su sentido explicado con ocasión de la conversión inválida de las premisas-*O*, p. 20; explicada erróneamente por Maier, p. 21; corresponde a un cuantificador universal, p. 21; prueba de esta correspondencia en forma simbólica, pp. 77-78; puede ser eliminada del encabezamiento de las leyes silogísticas, p. 121.
Necesidades generales, p. 143.
Negación, proposicional, denotada por οὐχί por los estoicos, p. 71, n. 1.
Notación simbólica, sin paréntesis, pp. 71-72.
Número de expresiones indecidibles, infinito sin la regla de Slupecki, p. 90.
Número de formas silogísticas y modos válidos, p. 84.
Número de modos válidos y figuras para *n* términos, pp. 43-44.

O, funtor constante, significa "algún – no es" o "no pertenece a algún", pp. 23, 70.
Oab, significa "algún *a* no es *b*" o "*b* no pertenece a algún *a*", p. 70.
Ockham, su ley, p. 161, n. 30.
Orden de las premisas, pp. 36-38; no es determinado por Aristóteles, pp. 36-38.
οὐχί, negación proposicional de los estoicos, p. 71, n, 1.

Paréntesis, notación sin, pp. 71-72.
Particular, premisa, p. 15; cuantificador, véase cuantificadores.
Peano, G., p. 51.
Peiorem sequitur semper conclusio partem, pp. 151, 158.
Peirce, C. S., inventó un método para verificar tesis de la teoría de la deducción, pp. 74, 137.
Peripatéticos, un silogismo usado por ellos, p. 13; relación de la lógica con la filosofía, p. 22, n. 40; no son formalistas, p. 24.
Pertenecer, ὑπάρχειν, p. 23, n. 41; usado por Aristóteles en silogismos abstractos con variables en lugar de εἶναι en ejemplos concretos, p. 25; explicación de este hecho por Alejandro, p. 25, n. 45.
Platón, su supuesta influencia en la lógica de Aristóteles, pp. 17, 167; ejemplos de silogismos compuestos, p. 42.
Platónicos, relación de la lógica con la filosofía, p. 22.
Por consiguiente, signo de inferencia, pp. 13, 27.
Posibilidad, su relación con la posibilidad expresada simbólicamente, p. 113; en el sistema tetravalente de lógica modal, representado por "dos" funtores, pp. 138, 142; sus matrices tetravalentes, p. 142; su uso para definir la contingencia, pp. 144-145.
Posibilidades gemelas, explicada, pp. 141-143.
Prantl, C., criticado por Kapp, p. 15, n. 10; no distingue el silogismo aristotélico del tradicional, pp. 28, 38; su opinión errónea acerca de la cuarta figura, p. 38, nn. 40-42; su ignorancia de la lógica, pp. 38-39; cita a Averroes, p. 41.
Predicado, junto con el sujeto es la materia del silogismo, p. 22; colocado en el primer lugar por Aristóteles en los silogismos abstractos, p. 14; predicado de la conclusión = término mayor, p. 36; el prejuicio de que toda proposición haya de tener un sujeto y un predicado, p. 111.
Premisa, definida por Aristóteles, p. 15; dividida por él en particular, universal e indefinida, p. 15.
Premisa indefinida, pp. 15-16; considerada como particular, p. 16, nn. 15-16.
Premisa inmediata, ἄμεσος πρότασις, sin término medio entre el sujeto y el predicado, p. 45.
Premisa universal, p. 15.
Principia Mathematica, por A. N. Whitehead, y B. Russell, pp. 49, 50, n. 21; 51, n. 25; 51, n. 26; 55, n. 32; 58, n. 47; 135, 136.
Principio, de división de los silogismos en figuras, p. 29; de identidad, apodíctico, debe ser recusado, p. 155; de tautología, p. 136.
Principio apodíctico de identidad, sus consecuencias, pp. 124-125.
Principio cartesiano, "cogito, ergo sum", no es un principio sino una inferencia, p. 28.
Prior, A. N., p. 141, n. 7.
Proposición, πρότασις de los peripatéticos, p. 15; ἀξίωμα de los estoicos, p. 74, n. 6; Alejandro sobre la diferencia entre proposiciones categóricas e hipotéticas, p. 111, n. 7; la proposición funtorial no tiene sujeto ni predicado, p. 111; apodíctica, p. 113; problemática, p. 113; asertórica, p. 113; analítica, definición y ejemplos de, p. 124.
Proposición apodíctica, definida, p. 113.
Proposición asertórica, definida, p. 113.
Proposición funtorial, no tiene ni sujeto ni predicado, p. 111.

Proposición indemostrable, ἀναπόδεικτοι, p. 45.
Proposiciones analíticas, definidas, p. 124; no pueden considerarse como necesarias, p. 125.
Prueba, la teoría de Aristóteles de prueba es insatisfactoria, p. 46; pruebas de modos silogísticos por conversión, pp. 51-53; por *reductio ad impossibile*, pp. 53-56; por ecthesis, pp. 57-62; como pueden configurarse las pruebas por *reductio ad impossibile*, p. 54; prueba de decisión de la teoría de la deducción, pp. 96-101; para la silogística, pp. 103-107; de la ley-*L* de extensionalidad, p. 117; prueba de *CNLNpMp*, pp. 118-119; prueba de *Cpp* en el sistema-*C-N-δ-p*, p. 134; prueba de que ninguna proposición apodíctica es verdadera, pp. 139-140; prueba de modos con una premisa apodíctica y una asertórica, pp. 154-155.

Q, signo de equivalencia, pp. 93-94; significa "si y sólo si", es empleada en lugar del usual *"E"*, p. 114, n. 8.
Quine, W. V., consecuencias del principio apodíctico de identidad, p. 125, n. 35; su ejemplo de la dificultad que resulta de aplicar la lógica modal a la teoría de la identidad, p. 141; solución de la dificultad, p. 141.

RE, regla que permite reemplazar *NI* por *E* y a la inversa, p. 78.
Recusación, usado por Aristóteles por la ejemplificación con términos concretos, p. 63, n. 56; una regla de rechazamiento establecida por él, p. 65, n. 60; explicado su significado, p. 84; sus reglas, pp. 65-66, 84; cómo elaborar estas reglas, pp. 84-85; razones para su introducción en la teoría de la deducción, p. 95.
Reducción a expresiones elementales, en la teoría de la deducción, pp. 96-99; en la silogística, pp. 102-103.
Reducción de axiomas al número mínimo, tiene como predecesor a Aristóteles, p. 46.
Reducción de modos silogísticos a los de la primera figura, significa prueba, p. 46; criticada la opinión de Keynes, p. 46.
Reductio ad absurdum, véase *ad impossibile*.
Reductio ad impossibile, caracterizada por Aristóteles, p. 54, n. 30; prueba por, pp. 53-57; insatisfactoria para Baroco y Bocardo, pp. 55-57, 150.
Regla, "α, por consiguiente es necesario que α", aceptada por algunos lógicos modernos, p. 127.
Regla de inferencia, diferente de una proposición, p. 28; para expresiones asertadas: de sustitución, pp. 73, 78; de separación, pp. 73, 78; para expresiones recusadas: de sustitución, pp. 66, 84; de separación, pp. 66, 84.
Regla de separación-*modus ponens* de los estoicos, pp. 24, 26, 73.
Regla de Slupecki, formulada, pp. 68, 90; explicada, pp. 90-91; empleada, pp. 91-92.
Regla de sustitución para funtores variables, explicada, pp. 133-134.
Regla para la verificación de δ-expresiones, p. 135.
RO, regla que permite reemplazar *NA* por *O* y a la inversa, p. 78.
Ross, Sir David, pp. 10, 11, 18, n. 21; 30, n. 7; 47, n. 9; 48, n. 13; 128, nn. 43-44; 152, n. 13; 156, n. 17; 160, n. 26; 166, n. 43; 167, n. 44.
RS, regla de recusación de Slupecki, p. 91.
Russell, B., p. 13, n. 1; critica injustamente a Aristóteles, p. 13, n. 3; véase también *Principia Mathematica*.

Scholz, H., p. 11; paternidad de Galeno de la cuarta figura, p. 41.
Schröder, E., p. 137.
Separación, regla de, *modus ponens* de los estoicos, p. 24.
Sexto Empírico, cita un silogismo peripatético, p. 13, n. 2; da la prueba estoica de la ley compuesta de transposición, p. 56, n. 41; cita la definición de Filón de implicación, p. 77, n. 7.
Sierpiński, W., p. 167.
Silogismo, uno peripatético, p. 13; en términos concretos dado por Aristóteles, p. 14; forma del silogismo aristotélico, pp. 13-14; lógicamente diferente del tradicional y de estilo distinto, p. 14; formulado de modo diferente con variables que con términos concretos, p. 25; comparado por los estoicos con una ley aritmética, p. 23; en forma puramente implicacional, pp. 28, 150; en forma simbólica, p. 71; los silogismos modales tratados por Aristóteles después de modelar sus silogismos asertóricos, p. 149.
Silogismo compuesto de cuatro términos, investigado por Galeno, p. 41, n. 56; dividido por él en cuatro figuras, p. 42, n. 57.
Silogismo hipotético, ley de, conocida por Aristóteles, p. 50, n. 19; formulado, p. 50; en símbolos, p. 71.
Silogismo tradicional, una regla de inferencia, pp. 28-29; diferente del aristotélico, p. 27; no es verdadero ni falso, sólo

válido o inválido, p. 27; más débil que el silogismo aristotélico, pp. 28-29.
Silogismos imperfectos, modos de la segunda y tercera figura, p. 45.
Silogismos indemostrables de los estoicos, primero, p. 26; segundo y tercero, p. 56.
Silogismos perfectos, modos de la primera figura, pp. 45-47.
Silogística modal, menos importante que la silogística asertórica, p. 149; contiene errores, p. 112; puede ser reconstruida, p. 164.
Simplificación, ley de, p. 79.
Sistema categórico, p. 78.
Sistema-*C-N-δ-p*, su explicación, pp. 133-135; algunas de sus tesis importantes, p. 134; método para verificar sus expresiones, p. 135; su axioma único, p. 134; su regla de sustitución, pp. 134-135; su regla para las definiciones, pp. 135-137.
Sistema-*C-N-p*, cómo verificar sus expresiones por el método de matrices, pp. 131-132; véase también el cálculo clásico de proposiciones.
Sistema-*C-O-δ-p*, su axioma, p. 134, n. 3.
Sistema modal de infinitos valores, p. 148.
Sistema tetravalente de lógica modal, sus términos primitivos, pp. 138-139; sus axiomas, p. 138; sus reglas de inferencia, p. 138; su matriz adecuada, p. 138; algunas de sus singulares consecuencias, p. 146; un método para extenderlo a sistemas superiores, pp. 147-148.
Slupecki, J., prueba que el número de expresiones indecidibles de la silogística es infinito, p. 88; establece una nueva regla de recusación, p. 90; demuestra que la interpretación aritmética de Leibnitz de la silogística verifica sus reglas, p. 109, n. 4; sus escritos citados, p. 69, n. 63.
Solmsen, Fr., refutado su punto de vista sobre la conversión de la conclusión, p. 31, n. 8.
στοιχεῖα, letras, variables, p. 18.
Sujeto, junto con el predicado es la materia del silogismo, p. 22; puesto por Aristóteles en el segundo lugar en los silogismos abstractos, p. 14; sujeto de la conclusión = término menor, p. 36; proposiciones sin sujeto ni predicado, pp. 46, 111.
Sustitución, un antiguo argumento por sustitución, p. 20; término usado por Filopono para la sustitución, p. 18, n. 23; regla de sustitución para expresiones asertadas, p. 73; para expresiones rechazadas, pp. 66, 84; para expresiones-δ, páginas. 133-134.
T funtor constante, significa "es contingente que", p. 128; es conveniente para interpretar la contingencia en sentido aristotélico, p. 163.
Tarski, A., pp. 71, n. 2; 93, n. 2.
Tautología, principio de, p. 136.
Término, parte de una premisa, p. 15; universal, singular, vacío, p. 15; diferente de *Begriff*, p. 15, n. 10; una división de términos, pp. 16-17; la silogística requiere términos homogéneos, p. 17; término medio mayor, medio y menor, pp. 33-34.
Término mayor, predicado de la conclusión, p. 36; definido erróneamente por Aristóteles, p. 33, n. 16; definición de Aristóteles modificada por Herminio, p. 35, n. 22; insostenible la opinión de Alejandro en esta materia, pp. 35-36; definición clásica dada por Filopono, p. 36, n. 25.
Término medio, definido erróneamente por Aristóteles para la primera figura, p. 33, n. 15; correctamente definido para todas las figuras, p. 34, n. 18.
Término menor, sujeto de la conclusión, p. 36; erróneamente definido por Aristóteles, p. 33, n. 16; definición clásica dada por Filopono, p. 36, n. 25.
Término singular, definido por Aristóteles, p. 15, n. 12; por qué fue omitido en su silogística, pp. 16-17.
Término universal, p. 15.
Términos homogéneos, requeridos en la silogística, p. 17.
Términos negativos, excluidos por Aristóteles de su silogística, p. 66.
Términos primitivos, de la silogística, p. 47.
Teofrasto, añade los modos de la cuarta figura a los de la primera, pp. 32, n. 12; 41, n. 53; probablemente definió la primera figura de modo diferente a Aristóteles, p. 32; hace correcciones a la silogística modal de Aristóteles, p. 112; el sentido de necesidad, p. 126, n. 37; hace explícita la distinción entre necesidad simple y condicional, p. 126; su doctrina acerca de los modos con premisas mixtas, pp. 151, n. 8; 152, 154, 157; su regla *peiorem* violada por un modo modal, p. 158; acepta la convertibilidad de las proposiciones contingentes universales negativas, p. 163, nn. 33-36.
Teorema sintético, atribuido por Alejandro a Aristóteles, p. 61, n. 53; en forma simbólica, p. 76.
Teorema de reducción, probado para la teoría de la deducción, pp. 96-99; para la silogística, pp. 101-102.
Teoría de la deducción, la parte más elemen-

tal de la lógica de proposiciones, pp. 49, 72-75; inventada por los estoicos como un sistema de reglas de inferencia, p. 49; fundada en la época moderna por Frege, p. 49; situada a la cabeza de la matemática en los *Principia Mathematica,* p. 49; razón por la que se introduce la recusación en esta teoría, p. 95.
Teoría de la identidad, axiomas, de, p. 124; explicación de las dificultades que resultan de aplicar la lógica modal a la teoría de la identidad, pp. 140-141.
Teoría de la probabilidad, puede tener algún punto de unión con la lógica modal, p. 148.
θέσις, orden de los términos adoptado por Aristóteles para las tres figuras, p. 37, nn. 29-31.
Tesis, verdad proposicional de un sistema deductivo, p. 27; diferente de una regla de inferencia, p. 28; relación de una tesis implicacional con la regla correspondiente de inferencia, p. 28.
Theodicee, por Leibniz, p. 126.
Thomas, Ivo, O. P., p. 124, n. 34.
Traducción de Oxford de las obras de Aristóteles, p. 10.
Transposición, ley de, conocida por Aristóteles, p. 49, n. 18; su forma simbólica, p. 79; ley compuesta de transposición probada por los estoicos, p. 56, n. 41.
Trendelenburg, F. A., no distingue el silogismo aristotélico del tradicional, p. 28; el orden de las premisas, p. 36, n. 28; el principio de división de los silogismos en figuras, p. 39.

Ueberweg, Fr., pp. 39, 41.
Unumquodque, quando est, oportet esse, un principio de necesidad, p. 126.
Utraque si praemissa neget nil inde sequetur, conectada con la regla de Slupecki de recusación, p. 90.

Vailati, G., p. 50, n. 23.
Validez, propiedad de las inferencias y reglas de inferencia, p. 28.
Variables, introducidas en lógica por Aristóteles, p. 18; la verdad de un silogismo no depende de la forma de las variables, p. 19, n. 26; identificación de variables no conocida por Aristóteles, pp. 18-19; su relación extensional no puede ser determinada, p. 33.
Variables de interpretación, p. 140.
Variables de sustitución, distintas de las variables de interpretación, p. 140.
Verificación de δ-expresiones, explicado, p. 135.
Verum sequitur ad quodlibet, p. 147.
Von Wright, G. H., p. 128, n. 42.

W, funtor constante, su matriz tetravalente, p. 142; su relación con su funtor gemelo *M,* pp. 141-143; su papel en la definición de contingencia, pp. 144-145.
Waitz, Th., p. 10; no distingue el silogismo moderno del tradicional, p. 28; una crítica textual, p. 30, n. 7; censura a Apuleio por alterar el orden de las premisas, p. 36, n. 27.
Wallies, M., p. 41.
Whitehead, A. N., véase *Principia Mathematica.*

X, funtor constante, su matriz tetravalente, p. 145; su δ-definición, p. 144; su relación con su funtor gemelo ϒ explicada, pp. 144-145.

ϒ, funtor constante, su matriz tetravalente, p. 145; su δ-definición, p. 144; su relación con el funtor gemelo *X* explicado, pp. 144-145.
y, funtor proposicional que denota la conjunción, pp. 23, 70.

Zeller, E., p. 49.

EL presente libro es la obra principal de Jan Łukasiewicz, uno de los grandes creadores de la lógica matemática del siglo veinte.

El autor expone, critica y revisa genialmente la silogística asertórica de Aristóteles (capítulos I-III) para someterla después, valiéndose del refinado aparato de la nueva lógica, a una sistematización axiomática rigurosa (capítulos IV-V). Los tres últimos capítulos del libro (VI-VIII) constituyen una reconstrucción crítica de la lógica modal aristotélica a la luz del sistema tetravalente de lógica modal inventado por Łukasiewicz en la etapa final de su vida.

Este libro es un modelo. El autor ha sabido encontrar un grato y valioso camino para que los estudiosos de Aristóteles aprendan lógica moderna y los lógicos aprendan los resultados formales de Aristóteles. Unos y otros encontrarán en él con facilidad materia abundante para satisfacer su interés.

CONTENIDO: Cap. I: Elementos del sistema.—Cap. II: Tesis del sistema.—Cap. III: El sistema.—Cap. IV: El sistema de Aristóteles en forma simbólica.—Cap. V: El problema de decisión.—Cap. VI: Lógica modal aristotélica de proposiciones.— Capítulo VII: Sistema de lógica modal.—Cap. VIII: Silogística modal de Aristóteles.